

수학 영역 (나 형)

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
 - 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 더욱더 의지 삼고 피어 형클어진 인정의 꽃밭에서**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

출제진

임현진
박기태
최용진
류원형
김재환
노민지

검토진

권민준
김현규
이한석
박기태

한담음

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선 다형

1. $2^2 \times 8^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

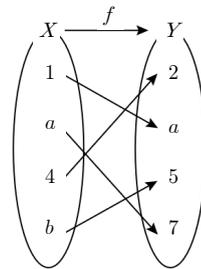
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 3 \times 2^n}{4^n + 5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 그림은 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



$f^{-1}(5) = 6$ 이고 $a+b=9$ 일 때, $f^{-1}(7)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

2

수학 영역(나형)

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{10}, P(A \cup B) = \frac{2}{5}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{60}$ ② $\frac{1}{30}$ ③ $\frac{1}{20}$ ④ $\frac{1}{15}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

6. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: |x| = a, \\ q: -3 < x \leq 3$$

p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 a 의 개수는?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 과 수열 $\{b_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{n} - \frac{b_n}{a_n} \right) = 3$$

을 만족시킨다. 수열 $\{c_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n \leq a_n c_n \leq 2a_n$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

8. $\int_{-1}^0 4x(x^2-1)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

10. 유리함수 $y = \frac{3x+2}{x-a}$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시킨 것이다. $k+a+b$ 의 값은? (단, a, k, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

9. 어느 피아니스트의 연주회에 참석한 청중 300명을 대상으로 성별과 관람 위치를 조사한 결과는 다음과 같다.

(단위 : 명)

성별 \ 관람 위치	남성	여성	합계
1층	140	70	210
2층	40	50	90
합계	180	120	300

이 연주회에 참석한 청중 300명 중에서 임의로 선택한 1명이 남성이었을 때, 이 남성이 2층에서 연주를 관람하였을 확률은?

[3점]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

4

수학 영역(나형)

11. 모든 항이 0이 아닌 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n - \frac{1}{a_{n+1}} = n$$

이고 $a_3 a_4 = 10$ 일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① $\frac{10}{3}$ ② $\frac{17}{21}$ ③ $\frac{23}{21}$ ④ $\frac{27}{23}$ ⑤ $\frac{33}{23}$

12. 함수 $f(x) = 2\sqrt{x}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(x) \leq y \leq f(x)$ 인 두 자연수 x, y 의 모든 순서쌍 (x, y) 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

13. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 2) \\ \frac{1}{x-2} & (x > 2) \end{cases}, \quad g(x) = (x-2)^n$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 1이 아닌 세 자연수 a, b, c 에 대하여

$$\log_a b = \log_b c^2 = \log_c a^4$$

일 때, a, b, c 의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

- ① $a < b < c$ ② $a = b < c$ ③ $a < b = c$
 ④ $b < a < c$ ⑤ $c < b < a$

6

수학 영역(나형)

15. 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{12} (-1)^n \times a_n = 18, \quad \sum_{n=1}^{14} (-1)^n \times (a_n)^2 = 273$$

을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

16. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)-1}{h} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-f(0)}{x-4} = 0$$

을 만족시킬 때, 구간 $[-1, 4]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 0 ② 1 ③ 4 ④ 9 ⑤ 16

17. 자연수 k 에 대하여 확률변수 X 가 가지는 값이 k 이하의 자연수 이고,

$$P(X=n) = \frac{a}{n(n+1)} \quad (1 \leq n \leq k)$$

를 만족시킨다. $E(X^2)+E(X)=8$ 일 때, 상수 k 의 값은?
(단, n 은 자연수이고, a 는 상수이다.) [4점]

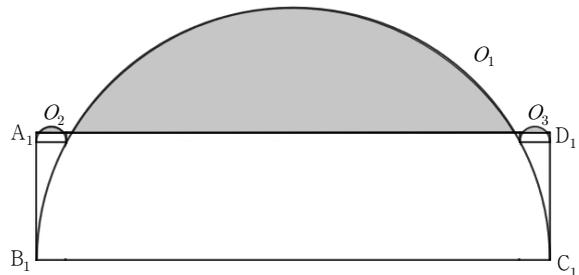
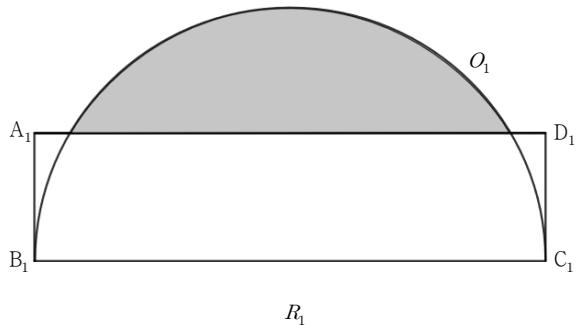
- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

18. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=4$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 와 선분 B_1C_1 을 지름으로 하는 반원 O_1 이 있다. 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 외부와 반원 O_1 의 내부의 공통부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 A_1D_1 과 호 B_1C_1 의 두 교점 중 점 A_1 와 가까운 점을 E_1 , 점 D_1 와 가까운 점을 E_2 라 하자. 선분 A_1B_1 위의 점 B_2 , 호 B_1E_1 위의 점 C_2 , 선분 A_1E_1 위의 점 D_2 와 점 A_1 을 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_1B_2} : \overline{B_2C_2} = 1 : 4$ 인 직사각형 $A_1B_2C_2D_2$ 와 선분 B_2C_2 를 지름으로 하는 반원 O_2 를 그리고 선분 E_2D_1 위의 점 A_3 , 호 C_1E_2 위의 점 B_3 , 선분 C_1D_1 위의 점 C_3 와 점 D_1 을 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_3B_3} : \overline{B_3C_3} = 1 : 4$ 인 직사각형 $A_3B_3C_3D_1$ 와 선분 B_3C_3 을 지름으로 하는 반원 O_3 을 그린 후 직사각형 $A_1B_2C_2D_2$ 의 외부와 반원 O_2 의 내부의 공통부분, 직사각형 $A_3B_3C_3D_1$ 의 외부와 반원 O_3 의 내부의 공통부분을 각각 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 직사각형 $A_1B_2C_2D_2$ 와 직사각형 $A_3B_3C_3D_1$ 에 그림 R_1 에서 그림 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형과 반원을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



R_2

⋮

- ① $\frac{289}{864}(4\pi - 3\sqrt{3})$ ② $\frac{289}{861}(4\pi - 3\sqrt{3})$ ③ $\frac{256}{765}(4\pi - 3\sqrt{3})$
 ④ $\frac{289}{287}(\pi - \sqrt{3})$ ⑤ $\frac{289}{255}(\pi - \sqrt{3})$

19. 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 카드 7장이 있다.

이 중에서 2장을 뽑아 카드에 적힌 두 수 중에 작은 수를 a ,

큰 수를 b 라 하자. 정규분포 $N(4, 2^2)$

을 따르는 확률변수 Z 에 대하여

$P(a \leq X \leq b) < 0.6$ 일 때, $a+b > 8$

일 확률은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332

- ① $\frac{7}{15}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{11}{15}$

20. 집합 $S = \{2, 3, 4, \dots, 14\}$ 의 부분집합 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (A) 집합 A 의 모든 원소의 합은 짝수이다.
 (B) 집합 A 의 모든 원소의 곱은 4의 배수이다.

다음은 집합 A 의 개수를 구하는 과정이다.

조건 (A)에서 집합 A 의 원소 중 홀수의 개수는 0이거나 짝수이다. 집합 S 의 원소 중 홀수의 개수는 6이므로 이 중에서 홀수를 뽑지 않거나 짝수 개를 뽑는 경우의 수는 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

조건 (B)에서 집합 A 의 원소 중 짝수만 고려하면, '(i) 4의 배수가 1개 이상인 경우', '(ii) 4의 배수는 없으나 2의 배수가 2개 이상인 경우'가 있다.

(i)의 경우 :

집합 S 의 원소 중 짝수의 개수는 7이고 이 중에서 4의 배수는 3개다. 따라서 홀수는 포함하지 않고 4의 배수를 한 개 이상 포함하는 집합의 개수는 $\boxed{\text{나}}$ 이다.

(ii)의 경우:

집합 S 의 원소 중 짝수의 개수는 7이고 이 중에서 4의 배수는 아니지만 2의 배수인 수는 4개다. 따라서 홀수와 4의 배수를 포함하지 않지만 2의 배수를 2개 이상 포함하는 집합의 개수는 $\boxed{\text{다}}$ 이다.

따라서 두 조건 (A), (B)를 만족시키는 집합 A 의 개수는 $\boxed{\text{가}} \times (\boxed{\text{나}} + \boxed{\text{다}})$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 151 ② 152 ③ 153 ④ 154 ⑤ 155

21. 꼭짓점의 x 좌표가 m 인 이차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$

인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ g(x) & (x \geq a) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $(h \circ h)(x) = x$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이고, 그 근을 작은 수부터 크기 순으로 나열하면 $m, a, 6$ 이다.

(나) 함수 $(h \circ h)(x)$ 는 $x = 2\sqrt{5}$ 에서만 불연속이다.

구간 $[a, \infty)$ 에서 함수 $(h \circ h)(x)$ 의 최솟값은 -12 일 때,

$\frac{ma}{h(h(2))}$ 의 값은? (단, a 와 m 은 상수이다.) [4점]

- ① -16 ② -14 ③ -12 ④ -10 ⑤ -8

단답형

22. ${}_6H_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + a$ 의 극솟값이 5일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

24. 다항식 $(a-x)(1+x)^6$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 45일 때, x^4 의 계수를 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

25. 자연수 8을 8의 양의 약수로만 분할하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2 f'(x)} = 1$$

를 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도를 각각 $v_1(t)$, $v_2(t)$ 라 할 때,

$$v_1(t) - v_2(t) = 3t^2 - 12t + 9$$

이고, 출발한 후 두 점 P, Q가 만나는 횟수는 2이다. $t=0$ 일 때, 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오. [4점]

28. 좌표평면에 네 점 $O(0, 0)$, $A(3, 0)$, $B(3, 3)$, $C(0, 3)$ 이 있다. 정사각형 OABC 위를 움직이는 점 P의 위치를 나타내는 점 A_n 을 다음과 같은 규칙으로 정한다.

- (가) 점 A_0 는 원점이다.
- (나) n 이 홀수일 때, 점 A_n 은 점 A_{n-1} 에서 시계방향으로 점 P가 2^{n-1} 만큼 이동한 위치에 있는 점이다.
- (다) n 이 짝수일 때, 점 A_n 은 점 A_{n-1} 에서 반시계방향으로 점 P가 2^{n-1} 만큼 이동한 위치에 있는 점이다.

예를 들어, 두 점 A_1 , A_2 의 좌표는 각각 $(0, 1)$, $(1, 0)$ 이다.

점 A_n 의 x 좌표와 y 좌표의 합을 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^k S_n = 905$ 인

자연수 k 의 값을 구하시오. [4점]

29. 상수 a, b, c 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax & (x < 0) \\ bx^2 + c & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 임의의 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) = f(x_2)$ 이면 $x_1 = x_2$ 이다.

방정식 $(f \circ f)(x) = x$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2이고 그 근을 α, β 라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\alpha + \beta = -3$

(나) 두 점 $A(\alpha, f(\alpha)), B(\beta, f(\beta))$ 사이의 거리는 $4\sqrt{2}$ 이다.

$14a - 3b - 4c$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 정의된 최고차항의 계수가 음수인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 정의된 연속함수 $g(x)$ 를

$$0 \leq x < 2 \text{ 일 때, } g(x) = f(x)$$

$$2n \leq x < 2n+2 \text{ 일 때, } g(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n f(x-2n)$$

라 하자. 모든 자연수 k 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. (단, n 은 자연수이다.)

(가) $g'(2k-1) = 0$

(나) $\int_{2k-2}^{2k} g(x) dx = 4 \times \int_{2k-1}^{2k+1} g(x) dx$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \int_{2k-2}^{2k} g(x) dx = \frac{8}{3} \text{ 일 때, } \sum_{k=1}^{13} \int_{2k-2}^{2k} |g(x)| dx = p - \left(\frac{1}{2}\right)^q \text{ 이다.}$$

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 정수이다.) [4점]