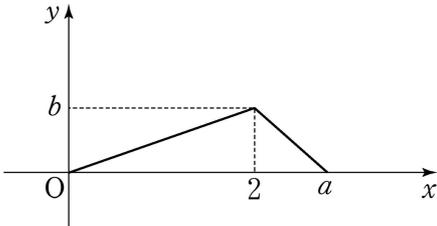


[정답률 28%]

1. 두 양수 a, b 에 대하여 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq a$ 이고, 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다. $P\left(0 \leq X \leq \frac{a}{2}\right) = \frac{b}{2}$ 일 때, $a^2 + 4b^2$ 의 값을 구하시오.
[4점] [06.11수능-나형24번]¹⁾



[정답률 28%]

2. 다음은 어떤 모집단의 확률분포표이다.

X	10	20	30	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	a	$\frac{1}{2}-a$	1

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 복원 추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 하자. \bar{X} 의 평균이 18일 때, $P(\bar{X}=20)$ 의 값은?²⁾

[4점] [08년.11수능 - 나형 29번]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{19}{50}$ ③ $\frac{9}{25}$ ④ $\frac{17}{50}$ ⑤ $\frac{8}{25}$

[정답률 31%]

3. 두 주사위 A, B 를 동시에 던질 때, 나오는 각각의 눈의 수 m, n 에 대하여 $m^2 + n^2 \leq 25$ 가 되는 사건을 E 라 하자.

두 주사위 A, B 를 동시에 던지는 12회의 독립시행에서 사건 E 가 일어나는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 분산 $V(X)$ 는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)³⁾ [4점][08년.11수능 - 나형 30번]

[정답률 33%]

4. 어느 공장에서 생산되는 제품의 무게가 정규분포 $N(11, 2^2)$ 을 따른다고 하자. A 와 B 두 사람이 크기가 4인 표본을 각각 독립적으로 임의추출하였다. A

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1	0.3413
2	0.4772
3	0.4987

와 B 가 추출한 표본의 평균이 모두 10 이상 14 이하가 될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

[3점] [05.11수능-나형14번]⁴⁾

- ① 0.8123 ② 0.7056 ③ 0.6587
④ 0.5228 ⑤ 0.2944

[정답률 45%]

5. 모평균 75, 모표준편차 5인 정규분포를 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 25인 표본의 표본평균을 \bar{X} 라 하자. 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z 에 대하여 양의 상수 c 가 $P(|Z|>c)=0.06$ 을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점] [07.11수능 - 나형 29번] 5.

<보 기>

ㄱ. $P(Z>a)=0.05$ 인 상수 a 에 대하여 $c>a$ 이다.

ㄴ. $P(\bar{X} \leq c+75)=0.97$

ㄷ. $P(\bar{X} >b)=0.01$ 인 상수 b 에 대하여 $c<b-75$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[정답률 39%]

6. 확률변수 X 가 이항분포 $B(10, p)$ 를 따르고, $P(X=4) = \frac{1}{3}P(X=5)$ 일 때, $E(7X)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < p < 1$) [09.9 평가원 - 나형 23번] 6.

[정답률 39%]

7. 10 이하의 음이 아닌 정수 r 에 대하여 함수 f 를 $f(r) = {}_{10}C_r \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$ 이라 할 때, $2 \sum_{r=0}^{10} r^2 f(r)$ 의 값을 구하시오. [10.10 교육청 - 나형 30번] 7.

[정답률 40%]

8. 한 개의 동전을 한 번 던지는 시행을 5번 반복한다. 각 시행에서 나온 결과에 대하여 다음 규칙에 따라 표를 작성한다.

(가) 첫 번째 시행에서 앞면이 나오면 Δ , 뒷면이 나오면 \bigcirc 를 표시한다.

(나) 두 번째 시행부터

(1) 뒷면이 나오면 \bigcirc 를 표시하고,

(2) 앞면이 나왔을 때, 바로 이전 시행의 결과가 앞면이면 \bigcirc , 뒷면이면 Δ 를 표시한다.

예를 들어 동전을 5번 던져 ‘앞면, 뒷면, 앞면, 앞면, 뒷면’이 나오면 다음과 같이 표가 작성된다.

시행	1	2	3	4	5
표시	Δ	\bigcirc	Δ	\bigcirc	\bigcirc

한 개의 동전을 5번 던질 때 작성되는 표에 표시된 Δ 의 개수를 확률변수 x 라 하자. $P(X=2)$ 의 값은?

[4점] [09.9 평가원 - 나형 16번] 8.

- ① $\frac{13}{32}$ ② $\frac{15}{32}$ ③ $\frac{17}{31}$ ④ $\frac{19}{32}$ ⑤ $\frac{21}{32}$

[정답률 44%]

9. 어느 창고에 부품 S 가 3개, 부품 T 가 2개 있는 상태에서 부품 2개를 추가로 들여왔다. 추가된 부품은 S 또는 T 이고 추가된 부품 중 S 의 개수는 이항분포 $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다. 이 7개의 부품 중 임의로 1개를 선택한 것이 T 일 때, 추가된 부품이 모두 S 였을 확률은? [4점] [09.6 평가원 - 가형 13번] 9.

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

1. 정답 10

(풀이) $0 \leq X \leq a$ 에서 확률밀도함수의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 1이어야 하므로

$$\frac{1}{2} \times ab = 1 \quad \therefore ab = 2 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$P\left(0 \leq X \leq \frac{a}{2}\right) = \frac{b}{2} < P(0 \leq X \leq 2) = b \text{이므로}$$

$\frac{a}{2} < 2$ 이다.

이 때, $P\left(0 \leq X \leq \frac{a}{2}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times \left(\frac{b}{2} \times \frac{a}{2}\right) = \frac{a}{8}$

이므로 $\frac{a}{8} = \frac{b}{2} \quad \therefore a = 4b$

㉠에서 $a^2 = 8, \quad b^2 = \frac{1}{2}$

$\therefore a^2 + 4b^2 = 8 + 2 = 10$

2. 답 ④

$E(\bar{X}) = E(X) = 18$ 이므로

$$E(X) = 10 \cdot \frac{1}{2} + 20a + 30\left(\frac{1}{2} - a\right) = 20 - 10a = 18$$

$\therefore a = \frac{1}{5}$

크기가 2인 표본을 복원추출할 때, $\bar{X} = 20$ 인

경우는 10과 30, 20과 20, 30과 10

을 추출하는 경우이므로

$$P(\bar{X} = 20)$$

$$= P(X = 10) \cdot P(X = 30) + P(X = 20) \cdot P(X = 20)$$

$$+ P(X = 30) \cdot P(X = 10)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{20} + \frac{1}{25} + \frac{3}{20} = \frac{17}{50}$$

3. 답 47

사건 E가 일어나는 경우의 수는

$m = 1$ 일 때, $n^2 \leq 24$ 에서 $n = 1, 2, 3, 4$ 의 4가지

$m = 2$ 일 때, $n^2 \leq 21$ 에서 $n = 1, 2, 3, 4$ 의 4가지

$m = 3$ 일 때, $n^2 \leq 16$ 에서 $n = 1, 2, 3, 4$ 의 4가지

$m = 4$ 일 때, $n^2 \leq 9$ 에서 $n = 1, 2, 3$ 의 3가지

$$\therefore P(E) = \frac{4+4+4+3}{36} = \frac{5}{12}$$

따라서, 확률변수 X는 이항분포 $B\left(12, \frac{5}{12}\right)$ 를

따르므로

$$V(X) = 12 \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{12} = \frac{35}{12}$$

$\therefore p + q = 12 + 35 = 47$

4. 정답 ②

(풀이) 크기가 4인 표본의 표본평균 \bar{X} 는 정규분포

$N\left(11, \left(\frac{2}{\sqrt{4}}\right)^2\right)$ 즉, $N(11, 1^2)$ 을 따른다.

$$\therefore P(10 \leq \bar{X} \leq 14)$$

$$= P\left(\frac{10-11}{1} \leq \frac{\bar{X}-11}{1} \leq \frac{14-11}{1}\right)$$

$$= P(-1 \leq Z \leq 3)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 1) + P(0 \leq Z \leq 3)$$

$$= 0.3413 + 0.4987 = 0.84$$

이 때, A, B 두 사람이 각각 독립적인 표본을

임의추출하였으므로 두 사람이 뽑은 표본의

표본평균이 10 이상 14 이하일 확률은 모두 0.84로

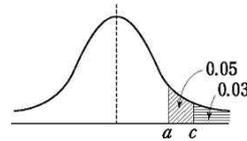
같고, 두 사건은 서로 독립이다.

따라서 두 표본평균이 모두 10 이상 14 이하일

확률은 $0.84 \times 0.84 = 0.7056$ 이다.

5. ⑤

ㄱ.

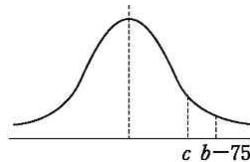


$$P(Z > c) = 0.03 < 0.05 = P(Z > a) \text{이므로}$$

$$c > a \quad \therefore \text{참}$$

$$\therefore P(\bar{X} \leq c + 75) = P(Z \leq c) = 0.97 \quad \therefore \text{참}$$

ㄴ.



$$P(\bar{X} > b) = P(Z > b - 75)$$

$$= 0.01 < 0.03 = P(Z > c) \text{이므로}$$

$$b - 75 > c \quad \therefore \text{참}$$

따라서, ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

6. 정답: 50

$P(X = r) = {}_n C_r p^r q^{n-r}$ (단, $q = 1 - p$) 이므로

$$P(X = 4) = \frac{1}{3} P(X = 5)$$

$$\therefore {}_{10} C_4 p^4 q^6 = \frac{1}{3} \times {}_{10} C_5 p^5 q^5 \text{을 정리하면 } p = \frac{5}{7}$$

$$\therefore B(10, \frac{5}{7}) \text{에서 } E(7X) = 7E(X) = 7 \times \frac{50}{7} = 50$$

7. 정답 55

10 이하의 음이 아닌 정수를 확률변수 X 라 하면

$$f(r) = {}_{10}C_r \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = P(X=r) \text{이므로}$$

확률변수 X 는 이항분포 $B(10, \frac{1}{2})$ 을 따른다.

$$E(X) = 10 \times \frac{1}{2} = 5, \quad V(X) = 10 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore 2 \sum_{r=0}^{10} r^2 f(r) = 2E(X^2) = 2[V(X) + \{E(X)\}^2] = 55$$

8. 정답: ㉔

동전의 앞면이 나오는 사건을 H , 뒷면이 나오는 사건을 T 라고 하자.

이 때, H 가 올 수 있는 자리를 ●라고 하자.

(㉑). H 가 2번, T 가 3번인 경우

H 2개가 이웃하지 않으므로

●T●T●T●가 되어 ${}_4C_2 = 6$ 가지이다.

(㉒). H 가 3번, T 가 2번인 경우

H 2개는 이웃하고 나머지 H 1개는 이웃하지 않으므로

●T●T●이므로 ${}_3P_2 = 6$ 가지이다.

(㉓). H 가 4번, T 가 1번인 경우

H 가 2개씩 이웃할 때 : ●T●에서 ${}_2C_2 = 1$

H 가 3개씩 이웃하고 나머지 하나는 이웃하지 않을 때

●T●에서 ${}_2P_2 = 2$

$$\therefore P(X=2) = \frac{6+6+1+2}{2^5} = \frac{15}{32}$$

9. 추가된 부품 중 S 의 개수가 0, 1, 2인

사건을 각각 A, B, C 라 하면

$$P(A) = {}_2C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = {}_2C_1 \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(C) = {}_2C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

7개의 부품 중 임의로 1개를 선택한 것이 T 일 사건을 T 라 하면

$$P(T) = P(A \cap T) + P(B \cap T) + P(C \cap T)$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{4}{7} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$$

$$\therefore P(C|T) = \frac{P(C \cap T)}{P(T)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{7}} = \frac{1}{6}$$