

수학 영역 (나형)

FINAL 2회

5지선다형

1. $\log_5 25 + \log_5 \sqrt{5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2. 세 수 $x, 5, y$ 가 등비수열을 이룰 때, xy 의 값은? [2점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

3. $\cos \theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

4. 두 사건 A, B^C 이 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{6}, P(A^C \cap B) = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

5. 두 곡선 $y = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + x$ 와 $y = x^2 - 3x + a$ 가 만나는 점의 개수가 1이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 범위는 $a < p$ 또는 $a > q$ 이다. $p+q$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

7. $\left(x^2 + \frac{a}{x}\right)^8$ 의 전개식에서 x^{10} 의 계수와 x^4 의 계수가 서로 같을 때, a^2 의 값은? (단, a 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

6. $\int_0^3 |x(x-2)| dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4}{3}$ ② 2 ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ 4

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & (x < 0) \\ x^2 + 4 & (x \geq 0) \end{cases}$$

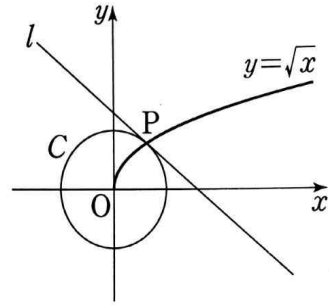
에 대하여 $f(x)\{f(x) - a\}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a 값의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 세 수 3, x , y 는 순서대로 공차가 음수인 등차수열을 이룰 때, 세 수 x^2 , y^2 , 49는 순서대로 등차수열을 이룬다. $x + y$ 의 값은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

10. 그림과 같이 양의 실수 t 에 대하여 중심이 원점이고 반지름의 길이가 t 인 원 C 가 곡선 $y = \sqrt{x}$ 와 만나는 점을 P 라 하자. 원 C 위의 점 P 에서의 접선 l 이 x 축과 만나는 점을 $(f(t), 0)$ 이라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$ 의 값은? [3점]



- ① 2^{-1} ② $2^{-\frac{1}{2}}$ ③ 1 ④ $2^{\frac{1}{2}}$ ⑤ 2

11. 이항분포 $B\left(4, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여 $X \leq 2$ 인 사건을 A , $X \geq 2$ 인 사건을 B 라 하자. $P(A|B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{6}{11}$ ② $\frac{13}{22}$ ③ $\frac{7}{11}$ ④ $\frac{15}{22}$ ⑤ $\frac{8}{11}$

12. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

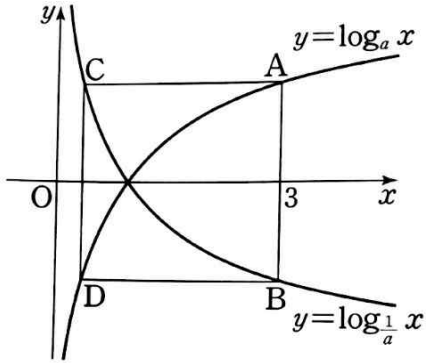
$$g(x) \text{ 를 } g(x) = \int_0^x |f(t) - 2t| dt \text{ 로 정의하자. 다음 조건을}$$

만족시키는 이차함수 f 중에서 $f(1)$ 의 최솟값은? [3점]

$g'(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 그림과 같이 직선 $x=3$ 이 두 곡선 $y=\log_a x, y=\log_{\frac{1}{a}} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B 라 하고 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_{\frac{1}{a}} x$ 와 만나는 점을 C , 점 B 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_a x$ 와 만나는 점을 D 라 하자. 사각형 $ACDB$ 가 정사각형일 때, 1보다 큰 상수 a 의 값은? [3점]



- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt[3]{27}$ ④ 3 ⑤ $3\sqrt{3}$

14. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^4 - 3x + 48 & (x < 0) \\ x^4 + 3x + 48 & (x \geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 원점 O 에서 곡선 $f(x)$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B 라 할 때, 삼각형 OAB 의 넓이는? [4점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

15. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [4점]

(가) $x + y + z = 15$

(나) xy 의 값은 0 또는 짝수이다.

- ① 104 ② 108 ③ 112 ④ 116 ⑤ 120

COMMENT.

xy 의 값은 0 또는 짝수이다.

또는 의 여사건은 and입니다.

(xy 의 값은 0이 아닌 짝수이다.)

여사건으로 풀면 1분이면 풀어제길 문제입니다. EEEASY

16. 함수 $f(x) = (x-1)^3 + (x-1)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$\int_2^{10} g(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{51}{4}$ ② $\frac{59}{4}$ ③ $\frac{67}{4}$ ④ $\frac{75}{4}$ ⑤ $\frac{83}{4}$

COMMENT.

역함수의 정적분...

아직 인문계 시험에 대놓고 낸 적이 없어요.

올해 수능특강과 수능완성에 역함수의 정적분 문항이 각각 한 문제씩 포진하고 있습니다만

요 문제가 더 얻어갈 포인트가 많은 듯하여

19학년도 경찰대학교 문제를 넣어놨습니다.

X축 Y축 변환 그것이 역함수입니다. 2부터 10까지의 의미를 잘 살려보세요. 워워.

이 문제의 껌동 포인트는 거기서 끝나지 않아요.

왜 함수가 저렇게 세팅되어있을까요? 계산만 복잡하게 시리..

17. 선생님 2명과 1학년 학생 1명, 2학년 학생 3명이 모두 원모양의 식탁에 일정한 간격으로 놓인 의자 6개에 임의로 앉을 때, 1학년 학생이 적어도 1명의 선생님과 이웃하여 앉을 확률은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- ① $\frac{7}{10}$ ② $\frac{43}{60}$ ③ $\frac{11}{15}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{23}{30}$

COMMENT.

원순열은 그냥...주세요.

18. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x) > 0 \quad (x < 2)$

(나) $f'(x) < 0 \quad (x > 2)$

함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x+1)f(x) - \int_{-1}^x f(t) dt$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. $g'(2) = 0$

ㄴ. 함수 $g(x)$ 는 극솟값 0을 갖는다.

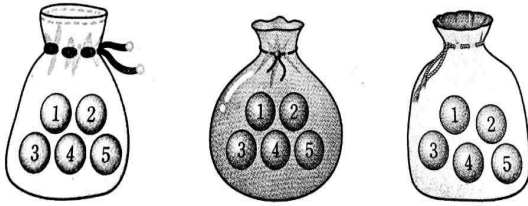
ㄷ. 방정식 $|g(x)| = g(2)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

COMMENT.

어렵지 않습니다. 그래프를 그려봐요.

19. 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적힌 5개의 공이 각각 들어있다.
 갑이 서로 다른 세 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낸 후, 을도 서로 다른 세 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낸다. 갑이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자를 크기순으로 a_1, a_2, a_3 ($a_1 \leq a_2 \leq a_3$)이라 하고 을이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자를 크기순으로 b_1, b_2, b_3 ($b_1 \leq b_2 \leq b_3$)이라 할 때, $a_i \neq b_i$ ($i=1, 2, 3$)이 존재할 확률은?
 (단, 꺼낸 공은 주머니에 다시 넣지 않는다.) [4점]



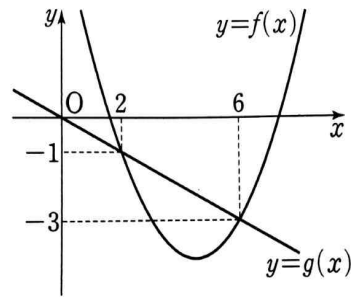
- ① $\frac{193}{200}$ ② $\frac{97}{100}$ ③ $\frac{39}{40}$
- ④ $\frac{49}{50}$ ⑤ $\frac{197}{200}$

COMMENT.
 $a_i \neq b_i$ ($i=1, 2, 3$)이 존재할 확률은?
 존재의 가능성 / 부정발문은 여사건을 고려할 수 있어야 합니다. 올해 9월 모의평가 19번도 비슷했죠?
 힌트는 여기까지!

20. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 일차함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 방정식

$$\log \{f(x)+2\} = \log \frac{f(x)\{g(x)\}^2+8}{\{f(x)\}^2-2f(x)+4}$$

의 서로 다른 실근의 개수는?
 (단, $f(2)=g(2)=-1, f(6)=g(6)=-3$) [4점]



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

COMMENT.
 혹시 시대 단과/재원생이시면 이거 비슷한 문제 풀 기억이..?
 2021 서바이벌 모의고사 10회 20번 문제랑 같이 복습해주세요.
 이거 매력적인 오답이 1번과 3번입니다.
 로그 방정식은 굉장히 위험한 친구입니다.
 진수조건을 고려하지 않았다가 골로 가거든요.
 (3번으로 낚이는 경우)
 그리고 방정식 함부로 나누지 마세요.
 0이 아니어야 나눌 수 있는 겁니다. (1번으로 낚이는 경우)

21. 첫째항이 양수이고 공비가 음수인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 자연수 p 에 대하여

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k, T_m = \sum_{k=1}^{2m} |a_k| + \sum_{k=2m+1}^{2p+1} a_k \quad (m = 1, 2, 3, \dots, p)$$

라 하자. $\left| \sum_{m=1}^p (S_{2p+1} - T_m) \right| = 7p^2 + 7p$ 가 모든 자연수 p 에

대하여 성립할 때, $\sum_{k=1}^{10} \{(-1)^{k+1} \times k \times a_k\}$ 의 값은? [4점]

- ① 345 ② 355 ③ 375 ④ 385 ⑤ 395

COMMENT.

21번은 수열문항으로 배치하였습니다.
 평가원에선 이미 19학년도 수능 29번을 통해
 등차수열과 등비수열로 고난도 문항을 만들 수 있음을
 보여준 전적이 있습니다. 그에 따라 수완 가형의 실전 3회 29번
 문항을 21번 자리에 배치해두었습니다.
 항을 나열해보셨을까요? 어떤 부분을 경계로 서그럭 서그럭...
 차분히 풀다보면 그렇게 부담스러운 문제가 아님을 알 수 있어요.
 답을 구하는 과정에서 등비수열의 합 공식을 쓰셨을 겁니다.
 어라? 근데 안 풀려요.. 잘 생각해 보세요. 우리가 등비수열의
 합은 언제 쓰는 건지...

단답형

22. ${}_5C_2 + {}_2H_5$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. $\int_0^2 \frac{x^3}{x+1} dx - \int_0^2 \frac{x}{x+1} dx$ 의 값이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을
 구하십시오. [3점]

24. 확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = {}_{20}C_x \left(\frac{1}{5}\right)^x \left(\frac{4}{5}\right)^{20-x} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 20)$$

일 때, $E(5X+1) + V(5X+1)$ 의 값은? [3점]

25. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x 가

$$x = \frac{1}{3}t^3 - kt^2 + (k+12)t$$

이다. 점 P가 움직이는 운동 방향을 두 번 바뀌도록 하는 10보다 작은 정수 k 의 총합을 구하시오. [3점]

COMMENT.

속도는 위치의 도함수이면서 운동방향이 두 번 바뀌려면
도함수가 2개의 실근을 가져야 함을 알 수 있네요.
이차함수가 서로 다른 실근을 가진다..?
힌트는 여기까지.

26. 세 양수 a, b, c 에 대하여

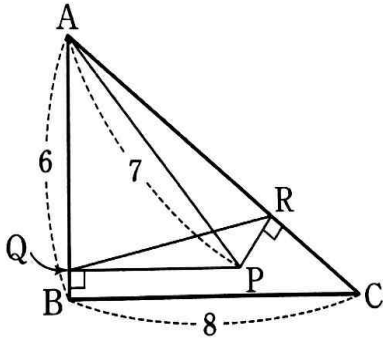
$$\begin{cases} \log_{ab} 3 + \log_{bc} 9 = 4 \\ \log_{bc} 3 + \log_{ca} 9 = 5 \\ \log_{ca} 3 + \log_{ab} 9 = 6 \end{cases}$$

이 성립할 때, abc 의 값을 구하시오. [4점]

COMMENT.

똑같은 걸 발견하셨으면 치환하시는 겁니다.
그러면 문제가 아주 간단해지겠네요.

27. 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=8$ 이고 $\angle ABC=90^\circ$ 인 직각 삼각형 ABC 의 내부에 $\overline{AP}=7$ 인 점 P 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 Q 라 하고 내릴 때, 선분 AC 에 내린 수선의 발을 R 라 할 때, 선분 QR 의 길이가 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]



COMMENT.

삼각형 안에 수직이 2개 보이면 반드시 외접원을 그림시다. 외접원을 그리면 삼각형 3개가 공통외접원을 공유하고 있음을 알 수 있습니다. 힌트는 여기까지.

28. 삼차함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $F(x)$ 는 $x=0$ 과 $x=\alpha$ ($\alpha > 0$)에서 동일한 극솟값 1을 가진다.
 (나) 함수 $F(x)$ 는 극댓값 5를 갖는다.

$F(k) = 12$ 인 양수 k 에 대하여 $\int_0^k |f(x)| dx$ 의 값을 구하시오.

[4점]

COMMENT.

선대칭인 사차함수네요? 그리고 극값을 알려준 그래프라...
 $x=a/2$ 에 대하여 극점들이 대칭인 상태입니다.
 원래 함수를 잘 모를 때 우린 미분이란 과정을 거칩니다.
 왜 미분을 할까요? 최신 기술들을 쭉 풀어보시면 아시겠지만 요즘은 축을 잘 안 줍니다. 대신 도함수의 입장에서 봐주세요.
 원래 함수의 미분계수가 0이 되는 순간들의 좌표들이 도함수의 실근이죠. 즉 도함수의 식을 설계할 수 있습니다. 축을 아니까요.
 이제 문제를 풀어볼건데... 이 도함수 또한 특이합니다.
 점대칭인 삼차함수네요. $x=0$ 부터 $x=a/2$ 까지의 적분값이 $x=a/2$ 부터 $x=a$ 까지의 적분값이 부호만 반대입니다.
 원함수의 함수값의 차는 도함수의 정적분값이고 이를 통해 계산하나 없이 깔끔하게 풀 수 있습니다.

29. 3개의 문자 x, y, z 에서 중복을 허락하여 10개를 택해 일렬로 나열 할 때, 다음 조건을 만족시키도록 하는 경우의 수를 구하시오 [4점]

- (가) x 와 y 는 한 번만 서로 이웃한다.
- (나) y 와 z 는 한 번만 서로 이웃한다.
- (다) z 와 x 는 한 번만 서로 이웃한다.

COMMENT.
 29번은 작년과 올해의 경향에 따라 중복조합 문항을 배치했습니다. 제작년 교육청 수영장 레인문제와 작년 6월 모의평가 29번과 풀이의 결이 매우 비슷합니다. 중복조합의 전형적인 유형으로 너 속에 모델링이 되 있어야 합니다. 케이스 분류의 기준은 예를 통해 기준잡고 분류하는 것입니다. X 기준 옆에 Y, Y옆에 Z Z옆에 다시 X 옆에 Z, Z옆에 Y Y옆에 다시 X (X Z Y W) Y 기준 ...
 몇 번 만 해보시면 아 저 4가지 구역은 그 사이에 다른 문자가 될 수 없고 같은 문자만 들어갈 수 있겠구나 !!
 그러면 1번 구역에 들어갈 수 있는 X의 개수를 a
 2번 구역에 들어갈 수 있는 Y의 개수를 b
 3번 구역에 들어갈 수 있는 Z의 개수를 c
 4번 구역에 들어갈 수 있는 X의 개수를 d
 라 할 때 스스로 만든 변역(미지수)는 반드시 1이상의 자연수 따라서 $a+b+c+d=10$ (a,b,c,d 는 1이상) 의 부정방정식 해의 개수를 세는 중복조합으로 계산이 가능함을 알 수 있습니다.

30. 최고차항의 계수가 음수인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 집합

$$A_t = \{x \mid |x-t| = f(x)+t, x \text{는 실수}\}$$

의 원소의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 집합 A_t 와 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $A_{\frac{1}{3}} = \{0, a, 2\}, A_{\frac{5}{12}} = \{0, b, c\}$
 (단, $0 < a < b < 2 < c$)
- (나) 방정식 $g(t) - 3 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$\int_{a+\frac{1}{2}}^{c+\frac{1}{2}} \{f(x)+x\} dx = \frac{q}{p} \text{이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

COMMENT.
 30번은 전형적인 수학2 곡선과 접선의 위치관계 테마입니다. 2020수능 30번과 매우 유사하다고 볼 수 있습니다. 변곡점을 통해 실근의 합을 이용하여 식을 간결하게 적는 작년수능 30번과 풀이의 결이 매우 비슷합니다. 이제 미지수를 중구난방으로 잡는 풀이는 지양하셔야 합니다.

* 확인 사항
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

*HIGH CAREER 모의평가 2회 빠른 정답.

1	④	2	②	3	②	4	③	5	⑤
6	③	7	②	8	⑤	9	③	10	③
11	①	12	②	13	③	14	⑤	15	②
16	⑤	17	①	18	⑤	19	⑤	20	②
21	④	22	16	23	5	24	101	25	35
26	3	27	33	28	19	29	504	30	22

*2021 파이널 정리자료 HIGH CAREER 2회 안내사항

- 난이도는 21학년도 9월 모의평가 수준을 참고하여 문항을 재배치하였습니다.
- 해설지는 따로 없습니다.
제 손글씨 해설지를 참고해주세요.
- 2회부터 주요문항 REMARK를 추가했습니다.
주요문항 REMARK는 문항선택이유와 문항의 솔루션을 적어두었습니다.
- 하이커리어는 총 4회분을 업로드 할 예정입니다.

*HIGH CAREER 모의평가 2회 문항 출처

- 로그연산
- 등차수열
- 삼각함수 (수능완성 삼각함수 7번)
- 독립과 종속
- 미분 (수능완성 수학2 36번)
- 적분 (자작)
- 경우의 수 (수능완성 경우의 수 30번)
- 극한과 연속 (수능완성 극한과 연속 31번)
- 수열 (수능완성 수열 13번)
- 극한과 연속 (수능완성 극한과 연속 20번)
- 통계 (수능완성 통계 16번)
- 미분 (2020 경찰대 8번)
- 지수로그함수 (수능완성 지수로그함수 20번)
- 미분 (수능완성 실전 2회 15번)
- 경우의 수 (수능완성 경우의 수 23번)
- 적분 (2020 경찰대 9번)
- 확률 (수능완성 확률 6번)
- 적분 (수능특강 수학2 93P 4번)
- 확률 (수능특강 확률과 통계 41P 3번)
- 지수로그함수 (수능완성 지수로그함수 24번)
- 수열 (수능완성 가형 실전 4회 29번)
- 경우의 수
- 적분
- 통계
- 속도와 가속도 (수능특강 수2 77P 3번)
- 로그 (2019 경찰대 4번)
- 삼각함수 (수능특강 수학1 사인법칙 예제)
- 적분 (수능특강 수학2 92P 2번)
- 경우의 수 (수능특강 확률과 통계 28P 3번)
- 적분 (수능완성 나형 실전 3회 30번)

※ 3회는 11/ 5일에 업로드 하겠습니다.
복습 잘 하시고 3회에서 만납시다. :)