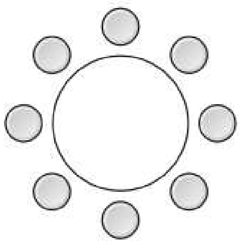
2021 EBS 수능특강 확률과 통계 1. 여러 가지 순열

p005 유제 1 단순변형

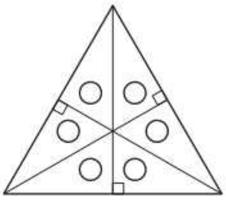
1. 서로 다른 따뜻한 음료 4잔과 서로 다른 차가운 음료 4잔을 일정한 간격을 두고 원 모양의 식탁 위에 원형으로 놓을 때, 따뜻한 음료와 차가운 음료를 교대로 놓는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



① 81 ② 121 ③ 144 ④ 169 ⑤ 196

p005 유제 2 단순변형

2. 그림과 같이 정삼각형 모양의 탁자가 모두 합동인 여섯 개의 직각삼각형으로 영역이 구분되어 있다. 숫자 $2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7$이 하나씩 적혀 있는 여섯 개의 접시를 이 탁자의 각각의 직각삼각형에 하나씩 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 직각삼각형의 가장 짧은 변을 공유하는 두 직각삼각형에 놓인 두 개의 접시에 적혀 있는 두 수의 합이 모두 같게 되는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



p007 유제 3 단순변형

3. 자연수 $1,\ 2,\ 3,\ 4$ 중에서 중복을 허락하여 다섯 자리 자연수를 만들 때, 양 끝에는 서로 다른 숫자가 오는 경우의 수는?

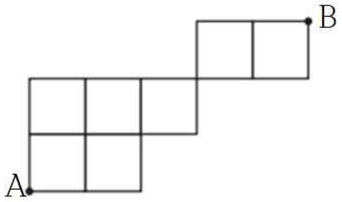
① 762 ② 768 ③ 774 ④ 780 ⑤ 786

p007 유제 4 단순변형

4. 서로 다른 상품권 여섯 장을 세 명에게 남김없이 나누어 줄 때, 세 명 모두에게 상품권 한 장 이상 나누어 주는 경우의 수를 구하시오.

p009 유제 5 단순변형

5. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 구하시오.



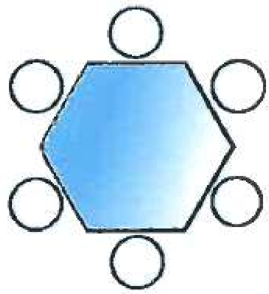
p009 유제 6 단순변형

6. 7개의 문자 a, a, a, b, b, c, d를 모두 일렬로 나열할 때, $caadabb$, $abdbaca$와 같이 c와 d 사이에 2개의 문자가 있는 경우의 수는?

① 50 ② 60 ③ 70
④ 80 ⑤ 90

p010 1 단순변형

7. 부모님 2명과 자녀 4명이 그림과 같은 정육면체 모양의 탁자에 둘러앉을 때, 2명의 부모님이 서로 이웃하지 않게 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



① 64 ② 68 ③ 72
④ 76 ⑤ 80

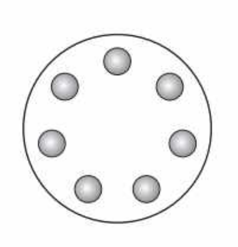
p010 2 단순변형

8. 남학생 4명과 여학생 3명이 일정한 간격을 두고 원형의 탁자 위에 원형으로 앉으려 할 때, 여학생은 서로 이웃하지 않게 배열하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

① 132 ② 144 ③ 156
④ 168 ⑤ 180

p010 3 단순변형

9. 그림과 같이 원형의 놀이기구에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. 1학년 3명, 2학년 3명, 3학년 1명이 7개의 의자에 앉을 때, 같은 학년끼리 서로 이웃하도록 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



p010 4 단순변형

10. 숫자 2, 3, 6, 8 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수 중에서 천의 자리의 수는 일의 자리의 수의 약수이고 천의 자리의 수는 일의 자리의 수보다 작은 자연수의 개수는?

① 48 ② 54 ③ 60
④ 66 ⑤ 72

p011 5 단순변형

11. 서로 다른 6개의 공을 서로 다른 3개의 주머니 A, B, C에 남김없이 넣을 때, 주머니 C에는 공을 3개만 넣는 경우의 수는? (단, 빈 주머니가 있을 수 있다.)

p011 6 단순변형

12. 7개의 문자 a, a, a, b, b, c, d를 모두 일렬로 나열할 때, 2개의 문자 b가 모두 문자 c보다 오른쪽에 있는 경우의 수는?

p011 7 단순변형

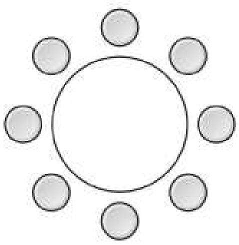
13. 7개의 문자 a, a, b, b, b, c, d를 모두 일렬로 나열할 때, 문자 a가 서로 이웃하지 않는 경우의 수는?

p011 8 단순변형

14. 4의 약수 중에서 중복을 허락하여 다섯 개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수 중 각 자리의 모든 수의 합이 10인 자연수의 개수는?

p012 1 단순변형

15. 1학년 학생 4명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 2명이 일정한 간격을 두고 원형의 탁자에 둘러앉을 때, 3학년 학생 2명 사이에는 각각 3명의 학생이 앉고 2학년 학생 2명은 서로 이웃하게 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



① 156 ② 168 ③ 180
④ 192 ⑤ 204

p012 2 단순변형

16. 숫자 0, 1, 2 중에서 중복을 허락하여 6개를 택해 여섯 자리의 비밀번호를 만들 때, 0의 개수가 1개 이하인 비밀번호를 만들 수 있는 경우의 수는?

① 224 ② 232 ③ 240
④ 248 ⑤ 256

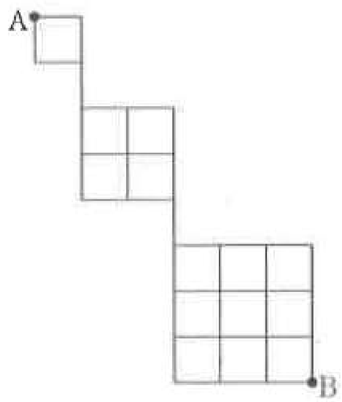
p012 3 단순변형

17. 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 숫자 1이 나오는 횟수가 숫자 2가 나오는 횟수보다 큰 경우의 수는?

① 27 ② 29 ③ 31
④ 33 ⑤ 35

p012 4 단순변형

18. 그림과 같은 도로망이 있다. A지점에서 B지점까지 최단거리로 이동하는 모든 경우의 수를 구하시오.



p013 1 응용변형

19. 부모를 포함한 4명의 가족이 크기와 모양이 같은 5개의 의자가 놓여 있는 원형 식탁에 둘러 앉을 때, 부모가 이웃하여 앉는 경우의 수는?
(단, 부모 사이에 빈 의자가 있는 것은 이웃하지 않는 것으로 생각하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

① 6 ② 9 ③ 12
④ 18 ⑤ 21

p013 2 단순변형

20. 문자 a, a, b, b, c, c, c, c중에서 다섯 개를 택해 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는?

(가) 문자 c는 3번 이상 나온다. (나) 문자 b가 2번 나오면 b는 서로 이웃한다.

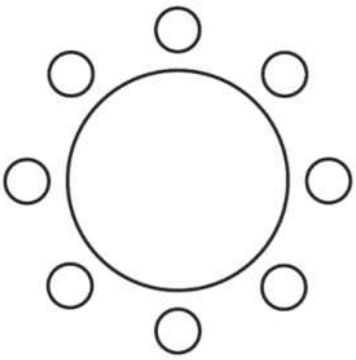
p013　　3 단순변형

21. 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f:X\to X$의 개수는?

(가) $f(1)+f(4)$는 2또는 3의 약수이다.
(나) $x\le 3$이면 $f(x)\le f(1)$이다.
(다) $x>3$이면 $f(x)\ge f(4)$이다.

p005　　유제 1 응용변형

22. 그림과 같이 일정한 간격으로 8개의 의자가 놓인 원탁에 남학생 4명과 여학생 4명이 둘러앉으려고 한다. 남학생 중 2명은 서로 마주보고 2명은 서로 마주보지 않게 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



① 3456　　② 3466　　③ 3476
④ 3556　　⑤ 3566

p007　　유제 3 응용변형

23. 7개의 문자 a, b, b, c, c, c, d를 일렬로 나열할 때, 양쪽 끝에는 서로 다른 문자가 오는 경우의 수를 구하시오.

p009　　유제 6 응용변형

24. 여섯 개의 문자 a, a, b, b, c, c를 일렬로 나열할 때 같은 문자끼리는 이웃하지 않게 나열하는 경우의 수는?

① 10　　② 20　　③ 30
④ 40　　⑤ 50

p011　　5 응용변형

25. 1층에서 5명이 엘리베이터를 타고 출발하였다. 이들은 4층부터 7층까지 어느 한 층에서 내리며 7층에서는 엘리베이터에 남은 사람들은 모두 내린다. 이때 내리는 모든 방법의 수는? (단, 2, 3층은 멈추지 않으며 어느 한 층에서 모두 내릴 수도 있다.)

① 800　② 1010　③ 1024
④ 1204　⑤ 2048

p011　　6 응용변형

26. 8개의 문자 a, a, a, b, b, c, d, e를 일렬로 나열할 때, 세 문자 c, d, e중 어느 2개의 문자도 서로 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는?

① 1000　② 1100　③ 1200
④ 1300　⑤ 1400

p011　　7 단순변형

27. 문자 a, b, c에서 중복을 허용하여 세 개를 택하여 만든 단어를 전송하려고 한다. 단, 전송되는 단어에 a가 연속되면 수신이 불가능하다고 하자. 예를 들면 aab, aaa등은 수신이 불가능하고 bba, aba등은 수신이 가능하다. 수신 가능한 단어의 개수를 구하시오.

p011　　8 단순변형

28. 세 문자 A, B, C에서 중복을 허락하여 각각 홀수개씩 모두 7개를 선택하여 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오.
(단, 모든 문자는 한 개 이상씩 선택한다.)

p013　　　2 응용변형

29. 승정, 학현 두 사람이 어떤 게임을 해서 다음과 같은 규칙에 따라 사탕을 갖는다고 한다.

(가) 이긴 사람은 3개, 진 사람은 1개의 사탕을 갖는다. (나) 비기면 두 사람이 각각 2개씩 사탕을 갖는다.

승정, 학현 두 사람이 이 게임을 다섯 번 해서 20개의 사탕을 10개씩 나누어 갖게 되는 경우의 수를 구하시오. (단, 사탕은 서로 구별되지 않는다.)

p013　　　3 응용변형

30. 집합 $X=\{a,\ b,\ c\}$에서 집합 $Y=\{1,\ 2,\ 4\}$로의 함수 중에서 임의로 택한 한 함수를 $f(x)$라 할 때, $f(a)f(b)f(c)$의 값이 4의 배수가 되는 함수 $f: X \to Y$의 개수는?

① 4　② 17　③ 19
④ 21　⑤ 23

정답 및 해설

1	③	2	16	3	②	4	540	5	27
6	④	7	③	8	②	9	72	10	①
11	160	12	140	13	300	14	31	15	④
16	⑤	17	③	18	240	19	③	20	44
21	205	22	①	23	340	24	③	25	③
26	③	27	22	28	546	29	51	30	⑤

1) 정답 ③
[출제범위] 원순열
[해설]
서로 다른 따뜻한 음료 4잔을 원 모양의 식탁 위에 원형으로 놓는 경우의 수는
$(4-1)!=3!=6$
이 각각에 대하여 따뜻한 음료 4잔의 사이사이 4곳에 서로 다른 차가운 음료 4잔을 각각 1잔씩 놓는 경우의 수는
$4!=24$
따라서 구하는 경우의 수는
$6\times24=144$

필수 개념

▸ 원순열
서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{{}_nP_n}{n}=\frac{n!}{n}=(n-1)!$$

2) 정답 16
[출제범위] 원순열
[해설]
$2+3+4+5+6+7=27$
이므로 직각삼각형의 가장 짧은 변을 공유하는 두 직각삼각형에 놓인 두 개의 접시에 적혀 있는 두 수의 합은 9이다.
2와 7, 3과 6, 4와 5가 적혀 있는 접시를 각각 하나로 생각하여
서로 다른 3개를 원형으로 배열하는 경우의 수는
$(3-1)!=2!=2$
이 각각에 대하여 두 개의 접시의 위치를 서로 바꾸는 경우의 수는
$2!\times2!\times2!=8$
따라서 구하는 경우의 수는
$2\times8=16$

필수 개념

▸ 원순열
서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{{}_nP_n}{n}=\frac{n!}{n}=(n-1)!$$

3) 정답 ②
[출제범위] 중복순열
[해설]
양 끝에 서로 다른 숫자를 택하는 경우의 수는 네 개의 자연수 1, 2, 3, 4 중에서
서로 다른 두 자연수를 택하는 순열의 수와 같으므로
${}_4P_2=4\times3=12$
이 각각에 대하여 양 끝을 제외한 나머지 세 곳에 나열되는 자연수를 택하는 경우의 수는
네 개의 자연수 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 세 개를 택해 일렬로 나열하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_4\Pi_3=4^3=64$
따라서 구하는 경우의 수는
$12\times64=768$

필수 개념

▸ 중복순열
서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. $\Rightarrow {}_n\Pi_r=n^r$

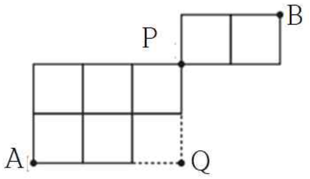
4) 정답 540

[출제범위] 중복순열
[해설]
서로 다른 상품권 여섯 장을 세 명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는
서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 6개를 택해 일렬로 나열하는 중복순열의 수와 같으므로
$_3\Pi_6 = 3^6 = 729$
(1) 두 명에게 여섯 장을 모두 나누어 주는 경우
서로 다른 세 명 중에서 두 명을 택한 후, 택한 두 명에게 서로 다른 상품권 여섯 장을 남김없이 나누어 줄 때 두 명 모두에게 적어도 한 장씩 나누어 주는 경우의 수는
$_3C_2 \times (_2\Pi_6 - 2) = 3 \times (2^6 - 2) = 186$
(1) 한명에게 여섯 장을 모두 나누어 주는 경우
서로 다른 상품권 여섯 장을 세 명 중 한 명에게 남김없이 주는 경우의 수는
$_3C_1 = 3$
따라서 구하는 경우의 수는
$729 - 186 - 3 = 540$

필수 개념

▸ 중복순열
서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 $_n\Pi_r$ 로 나타낸다. $\Rightarrow$ $_n\Pi_r = n^r$

5) 정답 27
[출제범위] 같은 것을 포함한 순열
[해설]
그림과 같이 P지점을 정하고 Q지점에 도로망이 연결되어 있다고 하자.



A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는
$\frac{5!}{3!2!} \times \frac{3!}{2!} = 30$
A지점에서 출발하여 Q지점과 P지점을 지나 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는
$1 \times 1 \times \frac{3!}{2!} = 3$
따라서 구하는 경우의 수는
$30 - 3 = 27$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열
n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$\Rightarrow$ $\frac{n!}{p!q!\cdots s!}$ (단, $p+q+\cdots+s=n$)

6) 정답 ④
[출제범위] 같은 것을 포함한 순열
[해설]
문자 a, a, a, b, b를 일렬로 나열하는 경우의 수는
$\frac{5!}{3!2!} = 10$
이 각각에 대하여 문자와 문자 사이 및 양 끝 중 두 곳을 선택하되
선택한 두 곳 사이에 2개의 문자가 있도록 선택한 후
선택한 두 곳에 c와 d를 놓는 경우의 수는
$4 \times 2! = 6$
따라서 구하는 경우의 수는
$10 \times 8 = 80$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열
n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$\Rightarrow$ $\frac{n!}{p!q!\cdots s!}$ (단, $p+q+\cdots+s=n$)

7) 정답 ③

[출제범위] 원순열

[해설]

자녀 4명이 탁자에 둘러앉는 경우의 수는

$(4-1)!=3!=6$

이 각각에 대하여 부모님 2명이 자녀와 자녀 사이에 한 명씩 앉는 경우의 수는

서로 다른 4개에서 2개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_4P_2=4\times3=12$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times12=72$

필수 개념

▸ 원순열

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{{}_nP_n}{n}=\frac{n!}{n}=(n-1)!$$

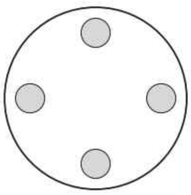
8) 정답 ②

[출제범위] 원순열

[해설]

남학생 4명을 원형으로 배열하는 경우의 수는

$(4-1)!=3!=6$



이 각각에 대하여 여학생 3명이

남학생이 앉은 자리 사이의 네 곳 중 세 곳에 배열하는 경우의 수는

${}_4P_3=4\times3\times2=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times24=144$

필수 개념

▸ 원순열

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{{}_nP_n}{n}=\frac{n!}{n}=(n-1)!$$

9) 정답 72

[출제범위] 원순열

[해설]

1학년 3명을 묶어서 한 사람, 2학년 3명을 묶어서 한 사람으로 생각하면 3명을 원형으로 배열하는 경우의 수는

$(3-1)!=2!=2$

이 각각에 대하여 1학년이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!=6$

이 각각에 대하여 2학년이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times6\times6=72$

필수 개념

▸ 원순열

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{{}_nP_n}{n}=\frac{n!}{n}=(n-1)!$$

10) 정답 ①

[출제범위] 중복순열

[해설]

(ⅰ) 일의 자리의 수가 6인 경우

천의 자리의 수는 2 또는 3이고, 백의 자리의 수와 십의 자리의 수를 택하는 경우의 수는

네 개의 숫자 2, 3, 6, 8에서 중복을 허락하여 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

주어진 조건을 만족시키는 자연수의 개수는

$2\times{}_4\Pi_2=2\times4^2=32$

(ⅱ) 일의 자리의 수가 8인 경우
천의 자리의 수는 2이고, 백의 자리의 수와 십의 자리의 수를 택하는 경우의 수는
네 개의 숫자2, 3, 6, 8에서 중복을 허락하여 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
주어진 조건을 만족시키는 자연수의 개수는
$_{4}\Pi_{2} = 4^2 = 16$
(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 자연수의 개수는
$32+16=48$

필수 개념

▸ 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 $_{n}\Pi_{r}$ 로 나타낸다. $\Rightarrow$ $_{n}\Pi_{r} = n^r$

11) 정답 160
[출제범위] 중복순열
[해설]
서로 다른 6개의 공 중 3개를 택하여 주머니 C에 넣는 경우의 수는
서로 다른 6개에서 3개를 택하는 조합의 수와 같으므로
$_{6}C_{3} = \dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 20$
이 각각에 대하여 나머지 공 3개를 2개의 주머니 A, B에 넣는 경우의 수는
서로 다른 2개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
$_{2}\Pi_{3} = 2^3 = 8$따라서 구하는 경우의 수는
$20\times8=160$

필수 개념

▸ 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 $_{n}\Pi_{r}$ 로 나타낸다. $\Rightarrow$ $_{n}\Pi_{r} = n^r$

12) 정답 140
[출제범위] 같은 것을 포함한 순열
[해설]
b, b, c 를 X, X, X로 놓고 7개의 문자 a, a, a, d, X, X, X를 일렬로 나열한 후 X의 자리에 왼쪽부터 순서대로 c, b, b를 넣으면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는
$\dfrac{7!}{3!3!} = 140$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$\Rightarrow \dfrac{n!}{p!q!\cdots s!}$ (단, $p+q+\cdots+s=n$)

13) 정답 300
[출제범위] 같은 것을 포함한 순열
[해설]
5개의 문자 b, b, b, c, d를 일렬로 나열하는 경우의 수는
$\dfrac{5!}{3!} = 20$
v□v□v□v□v□v
이 각각에 대하여 그림과 같이 ∨로 표시된 여섯 곳 중
두 개의 문자 a, a를 놓을 두 곳을 선택하는 경우의 수는
$_{6}C_{2} = \dfrac{6\times5}{2\times1} = 15$

따라서 구하는 경우의 수는

$20 \times 15 = 300$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$\Rightarrow \dfrac{n!}{p!q!\cdots s!}$ (단, $p+q+\cdots+s=n$)

14) 정답 31

[출제범위] 같은 것을 포함한 순열

[해설]

4의 약수는 1, 2, 4이다.

각 자리의 모든 수의 합이 10이 되는 경우는 각 자리의 수가

4, 2, 2, 1, 1 또는 2, 2, 2, 2, 2이어야 한다.

따라서 구하는 자연수의 개수는

$\dfrac{5!}{2!2!}+1=30+1=31$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$\Rightarrow \dfrac{n!}{p!q!\cdots s!}$ (단, $p+q+\cdots+s=n$)

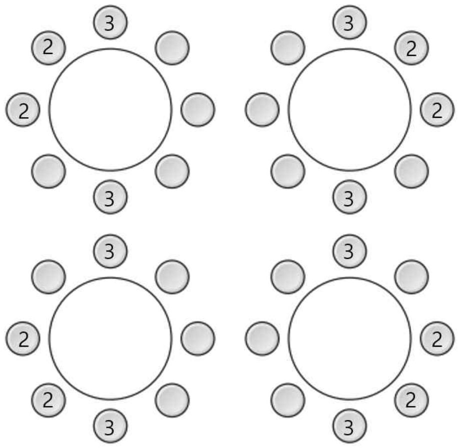
15) 정답 ④

[출제범위] 원순열

[해설]

3학년 학생 중 한 명의 자리를 결정하면 남은 3학년 학생 한 명의 자리는 마주보는 자리에 고정된다.

이때 2학년 학생 2명이 서로 이웃하게 앉을 수 있는 두 자리는 그림과 같이 4가지이다.



이 각각에 대하여 1학년 학생 4명이 남은 네 자리에 앉는 경우의 수는

$4!=24$

이 각각에 대하여 2학년 학생 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2!=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$4 \times 24 \times 2 = 192$

필수 개념

▸ 원순열

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수

$\Rightarrow \dfrac{{}_nP_n}{n}=\dfrac{n!}{n}=(n-1)!$

16) 정답 ⑤

[출제범위] 중복순열

[해설]

숫자 0을 포함하지 않는 경우와 숫자 0을 1개 포함하는 경우로 나누면 다음과 같다.

(ⅰ) 숫자 0을 포함하지 않는 경우

2개의 숫자 1, 2에서 중복을 허락하여 6개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수의 개수는

${}_2\Pi_6 = 2^6 = 64$

(ⅱ) 숫자 0을 1개 포함하는 경우

2개의 숫자 1, 2에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열하는 경우의 수는

${}_2\Pi_5 = 2^5 = 32$

v□v□v□v□v□v
이 각각에 대하여 그림과 같이 ∨로 표시된 다섯 곳 중 한 곳에
0을 넣는 경우의 수는 6이므로 이때 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수의 개수는
$32 \times 6 = 192$
(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는
$64 + 192 = 256$

필수 개념

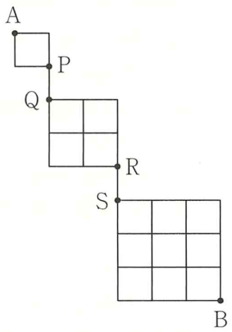
▸ 중복순열
서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. ⇒ ${}_n\Pi_r = n^r$

17) 정답 ③
[출제범위] 중복순열
[해설]
숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 4개를 택할 때, 숫자 1이 나오는 횟수가
숫자 2가 나오는 횟수보다 큰 경우는 다음과 같다.
(i) 1이 4번 나오는 경우
1,1,1,1을 일렬로 나열하는 경우의 수는 1
(ii) 1이 3번 나오는 경우
1,1,1,2 또는 1,1,1,3을 일렬로 나열하는 경우의 수는
$\frac{4!}{3!} + \frac{4!}{3!} = 4 + 4 = 8$
(iii) 1이 2번 나오는 경우
1,1,2,3 또는 1,1,3,3을 일렬로 나열하는 경우의 수는
$\frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!2!} = 12 + 6 = 18$
(iv) 1이 1번 나오는 경우
1, 3, 3, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수는
$\frac{4!}{3!} = 4$
(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는
$1 + 8 + 18 + 4 = 31$

필수 개념

▸ 중복순열
서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. ⇒ ${}_n\Pi_r = n^r$

18) 정답 240
[출제범위] 같은 것을 포함한 순열
[해설]

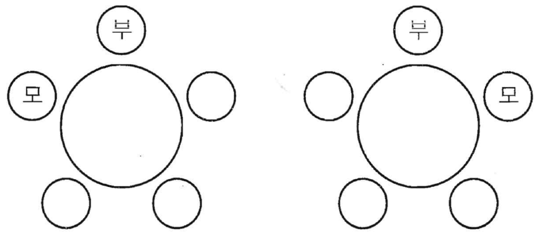


A에서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우는
$A \to P \to Q \to R \to S \to B$로 가는 경우이다.
$A \to P$: $2! = 2$(가지)
$P \to Q$: 1(가지)
$Q \to R$: $\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$(가지)
$R \to S$: 1(가지)
$S \to B$: $\frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$(가지)
따라서 구하는 경우의 수는
$2 \times 6 \times 20 = 240$(가지)

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열
n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, …, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수
⇒ $\frac{n!}{p!\,q!\,\cdots\,s!}$ (단, $p + q + \cdots + s = n$)

19) 정답 ③
[출제범위] 원순열
[해설]
다음 그림과 같이 부모가 이웃하는 경우의 수는 2이다.



남은 3개의 자리에 2명이 앉는 경우의 수는

${}_3P_2 = 6$

따라서 구하는 경우의 수는 $2 \times 6 = 12$

필수 개념

▸ 원순열

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{{}_nP_n}{n} = \frac{n\,!}{n} = (n-1)\,!$$

20) 정답 44

[출제범위] 같은 것을 포함한 순열

[해설]

조건 (가)에 의하여 선택한 5개의 문자 중 문자 c의 개수는 3또는 4이다.

(ⅰ) 문자 c가 3개인 경우

선택된 5개의 문자는 a, a, c, c, c 또는 a, b, c, c, c 또는 b, b, c, c, c이다.

a, a, c, c, c를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{3!2!} = 10$

a, a, c, c, c를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{3!} = 20$

b, b, c, c, c를 일렬로 나열할 때, 문자 b가 서로 이웃하도록 나열하는 경우의 수는

$\frac{4!}{3!} = 4$

따라서 이 경우의 수는

$10 + 20 + 4 = 34$

(ⅱ) 문자 c가 4개인 경우

선택된 5개의 문자는 a, c, c, c, c 또는 b, c, c, c, c이다.

a, c, c, c, c 를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{4!} = 5$

b, c, c, c, c를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{4!} = 5$

따라서 이 경우의 수는

$5 + 5 = 10$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 경우의 수는

$34 + 10 = 44$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{n\,!}{p\,!\,q\,!\,\cdots\,s\,!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+s=n)$$

21) 정답 205

[출제범위] 중복순열

[해설]

조건 (가)에 의하여

$f(1)+f(4)=2$ 또는 $f(1)+f(4)=3$

(ⅰ) $f(1)+f(4)=2$인 경우

$f(1)=1, f(4)=1$

조건 (나)에 의하여 $f(2)=1, f(3)=1$

조건 (다)에 의하여 $f(5) \geq 1, f(6) \geq 1$

이때 $f(5), f(6)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 6개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_6\Pi_2 = 6^2 = 36$

따라서 이 경우의 함수 f의 개수는 36이다.

(ⅱ) $f(1)+f(4)=3$인 경우

$f(1)=1,\ f(4)=2$ 또는 $f(1)=2, f(4)=1$

㉠ $f(1)=1, f(4)=2$일 때

조건 (나)에 의하여 $f(2)=1, f(3)=1$

조건 (다)에 의하여 $f(5) \geq 2, f(6) \geq 2$

이때 $f(5), f(6)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 5개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복 순열의 수와 같으므로

${}_5\Pi_2 = 5^2 = 25$

따라서 이 경우의 함수 f의 개수는 25이다.

㉡ $f(1)=2,\ f(4)=1$일 때
조건 (나)에 의하여 $f(2)\le 2,\ f(3)\le 2$
조건 (다)에 의하여 $f(5)\ge 1,\ f(6)\ge 1$
이때 $f(2),\ f(3)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 2개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복 순열의 수와 같으므로
$_2\Pi_2=2^2=4$
이 각각에 대하여 $f(5),\ f(6)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 6개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복순열의 수와 같으므로
$_6\Pi_2=6^2=36$
따라서 이 경우의 함수 f의 개수는
$4\times 36=144$
(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 함수 f의 개수는
$36+(25+144)=205$

필수 개념

▸ 중복순열
서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 $_n\Pi_r$ 로 나타낸다. $\Rightarrow\ _n\Pi_r=n^r$

22) 정답 ①
[출제범위] 원순열
[해설]
남학생 4명 중 마주보고 앉는 2명을 선택하는 경우의 수는 $_4C_2=6$
이 두 명이 마주보고 앉는 경우의 수는 1
남은 남학생 중 한 명이 나머지 6개의 의자 중 하나에 앉는 경우의 수는 6
마지막에 남은 남학생이 남은 5개의 의자 중에 남학생끼리 마주보지 않도록 의자에 앉는 경우의 수는 4
나머지 4개의 의자에 여학생 4명이 앉는 경우의 수는 $4!=24$
따라서 구하는 경우의 수는
$6\times 1\times 6\times 4\times 24=3456$

필수 개념

▸ 원순열
서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{_nP_n}{n}=\frac{n!}{n}=(n-1)!$$

23) 정답 340
[출제범위] 같은 것을 포함한 순열
[해설]
양쪽 끝에는 서로 다른 문자가 오는 경우의 수는 전체 경우의 수에서 양 끝에 서로 같은 문자가 오는 경우를 뺀다.
7개 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는
$\frac{7!}{2!3!}=420$
(ⅰ) 양끝 모두 b가 오는 경우
($\boxed{b}$ $\boxed{\ }$ $\boxed{\ }$ $\boxed{\ }$ $\boxed{\ }$ $\boxed{\ }$ $\boxed{b}$)
나머지 $a,\ c,\ c,\ c,\ d$를 배열하는 경우의 수
$\frac{5!}{3!}=20$
(ⅱ) 양끝 모두 c가 오는 경우
($\boxed{c}$ $\boxed{\ }$ $\boxed{\ }$ $\boxed{\ }$ $\boxed{\ }$ $\boxed{\ }$ $\boxed{c}$)
나머지 $a,\ b,\ b,\ c,\ d$를 배열하는 경우의 수
$\frac{5!}{2!}=60$
따라서 구하는 경우의 수는 $420-(20+60)=340$

필수 개념

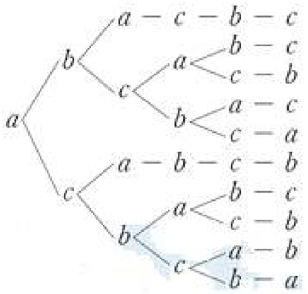
▸ 같은 것을 포함한 순열
n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{n!}{p!\,q!\,\cdots\,s!}\quad (\text{단, } p+q+\cdots+s=n)$$

24) 정답 ③
[출제범위] 같은 것을 포함한 순열
[해설]
여섯 개의 문자 $a,\ a,\ b,\ b,\ c,\ c$를 일렬로 나열할 때 같은 문자끼리는 이웃하지 않게 나열하는 경

우의 수를 수형도를 이용하여 구할 수도 있다.

a가 맨 앞에 오는 경우에 같은 문자끼리 이웃하



지 않는 경우는 다음과 같이 10가지가 있다.

b 또는 c가 맨 앞에 오는 경우도 마찬가지로 10가지씩 있으므로

구하는 경우의 수는

$3\times10=30$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$\Rightarrow \dfrac{n\,!}{p\,!\,q\,!\,\cdots\,s\,!}$ (단, $p+q+\cdots+s=n$)

25) 정답 ③

[출제범위] 중복순열

[해설]

어느 한 사람에 대하여 내리는 층을 정하는 경우의 수는 4가지이므로 4개 층에서 중복을 허락하여 5개를 택하여 5명에게 일렬로 배열하는 수와 같으므로

${}_4\Pi_5=4^5=1024$

필수 개념

▸ 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. $\Rightarrow$ ${}_n\Pi_r=n^r$

26) 정답 ③

[출제범위] 같은 것을 포함한 순열

[해설]

5개의 문자 a, a, a, b, b를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\dfrac{5!}{3!\times2!}=\dfrac{5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1\times2\times1}=10$

세 문자 c, d, e 중 어느 2개의 문자도 서로 이웃하지 않도록 나열하는 경우는 다음과 같다.

v□v□v□v□v□v

위에서 v가 놓여 있는 자리에 세 문자 c, d, e를 나열하는 경우의 수는

${}_6P_3=6\times5\times4=120$

따라서 구하는 경우의 수는 $10\times120=1200$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$\Rightarrow \dfrac{n\,!}{p\,!\,q\,!\,\cdots\,s\,!}$ (단, $p+q+\cdots+s=n$)

27) 정답 22

[출제범위] 중복순열

[해설]

문자 a, b, c에서 중복을 허용하여 세 개를 선택하는 경우의 수는 ${}_3\Pi_3=3^3=27$

그 중 문자 a가 연속된 경우는

(ⅰ) a가 두 개, b가 한 개인 경우 aab, baa의 2

(ⅱ) a가 두 개, c가 한 개인 경우 aac, caa의 2

(ⅲ) a가 세 개인 경우 aaa의 1

따라서 수신 가능한 단어의 개수는

$27-(2+2+1)=22$

필수 개념

▸ 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. ⇒ ${}_n\Pi_r = n^r$

28) 정답 546

[출제범위]같은 것을 포함한 순열

[해설]

선택한 7개의 문자 중 A, B, C의 개수를 차례로 a, b, c라 하면 세 수 a, b, c는 모두 홀수이고 그 합이 7이어야 하므로 다음 경우가 나온다.

(ⅰ) $(a,\ b,\ c)=(1,\ 1,\ 5)$인 경우

7개의 문자 A, B, C, C, C, C, C를 일렬로 나열하는 경우의 수는 7개 중 같은 것이 각각 1개, 1개, 5개 있는 순열의 수와 같으므로

$\frac{7!}{5!}=7\times 6=42$

$(a,\ b,\ c)=(1,\ 5,\ 1)$, $(5,\ 1,\ 1)$인 경우의 수도 모두 42이다.

(ⅱ) $(a,\ b,\ c)=(1,\ 3,\ 3)$인 경우

7개의 문자 A, B, B, B, C, C, C를 일렬로 나열하는 경우의 수는 7개 중 같은 것이 각각 1개, 3개, 3개 있는 순열의 수와 같으므로

$\frac{7!}{3!\times 3!}=\frac{7\times 6\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1}{(3\times 2\times 1)\times(3\times 2\times 1)}=140$

$(a,\ b,\ c)=(3,\ 1,\ 3)$, $(3,\ 3,\ 1)$인 경우의 수도 모두 140이다.

위의 (ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 경우의 수는

$3\times 42+3\times 140=546$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{n!}{p!\,q!\cdots s!}\ \ (\text{단, } p+q+\cdots+s=n)$$

29) 정답 51

[출제범위] 같은 것을 포함한 순철

[해설]

(i) 두 사람이 5번 모두 비기는 경우의 수는 1(가지)

(ii) 승정이 1승 1패 3무인 경우의 수는

다섯 개의 자리 중에서 승 1개, 패 1개, 무 3개를 택하고 놓는 방법과 같으므로

${}_5C_1\times{}_4C_1\times{}_3C_3=20$

(iii) 승정이 2승 2패 1무인 경우의 수는

다섯 개의 자리 중에서 승 2개, 패 2개, 무 1개를 택하고 놓는 방법과 같으므로

${}_5C_2\times{}_3C_2\times{}_1C_1=30$

(i) ~ (iii)에서 구하는 경우의수는

$1+20+30=51$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{n!}{p!\,q!\cdots s!}\ \ (\text{단, } p+q+\cdots+s=n)$$

30) 정답 ⑤

[출제범위] 중복순열

[해설]

집합 $X=\{a,\ b,\ c\}$에서 집합 $Y=\{1,\ 2,\ 4\}$로의 함수 중 한 함수를 택하는 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 수는

${}_3\Pi_3=3^3=27$

이때 $f(a)f(b)f(c)$의 값이 4의 배수인 사건을 A

라 하면 사건 A의 여사건 A^C은 $f(a)f(b)f(c)$의 값이 4의 배수가 아닌 사건이다.
사건 A^C이 일어나는 경우는 다음과 같다.
(ⅰ) $f(a)f(b)f(c)=1$인 경우
$1=1\times1\times1$ 이고 이 경우를 만족시키는 함수 $f(x)$의 개수는 1, 1, 1을 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 1
(ⅱ) $f(a)f(b)f(c)=2$인 경우
$2=1\times1\times2$ 이고 이 경우를 만족시키는 함수 $f(x)$의 개수는 1, 1, 2을 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{3!}{2!}=3$
(ⅰ), (ⅱ)에서 사건 A^C 이 일어나는 경우의 수는
$1+3=4$
따라서 구하는 경우의 수는
$27-4=23$

필수 개념

▸ 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. ⇒ ${}_n\Pi_r=n^r$

서지정보
저자 김양진
발행처 나무아카데미
isbn 979-11-377-0266-0
제본형태 hwp pdf 파일
발행일 2021.03.25
가격 1,500원

값 1,500원
55410
9 791137 702660
ISBN 979-11-377-0266-0 (EPUB2)