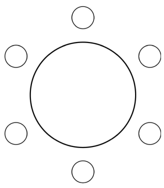
2021 EBS 수능특강 확률과 통계 1. 여러 가지 순열

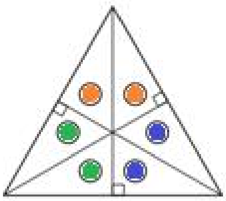
p005 유제 1 단순변형

1. 1학년 3명과 2학년 3명이 일정한 간격을 두고 원 모양의 식탁 위에 원형으로 앉을 때, 1학년과 2학년을 교대로 앉게 하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



p005 유제 2 단순변형

2. 그림과 같이 정삼각형 모양의 탁자가 모두 합동인 여섯 개의 직각삼각형으로 영역이 구분되어 있고 의자에는 두개씩 같은 색깔로 표시되어 있다. 세 쌍의 부부가 직각 삼각형 내부의 의자에 한명씩 앉으려고 할 때, 부부끼리는 같은 색깔의 의자에 앉게 되는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



p007 유제 3 단순변형

3. 자연수 $1, 2, 3, 4$ 중에서 중복을 허락하여 다섯 자리 자연수를 만들 때, 양 끝에는 서로 같은 숫자가 오는 경우의 수는?

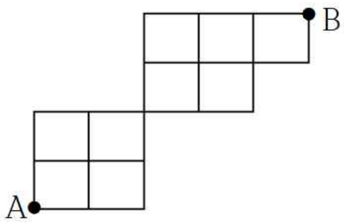
p007 유제 4 단순변형

4. 서로 다른 종류의 연필 7자루를 3명의 학생 A, B, C에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)

① 2037 ② 2087 ③ 2187
④ 2237 ⑤ 2287

p009 유제 5 단순변형

5. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 구하시오.



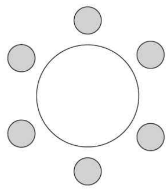
p009 유제 6 단순변형

6. 8개의 문자 a, a, a, b, b, b, c, d를 모두 일렬로 나열할 때, $caabdabb, abdbbaca$와 같이 c와 d 사이에 3개의 문자가 있는 경우의 수는?

① 120　② 130　③ 140
④ 150　⑤ 160

p010 1 단순변형

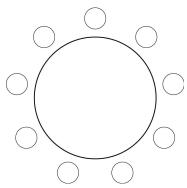
7. 그림과 같이 일정한 간격으로 6개의 의자가 놓인 원탁에 남학생 4명과 여학생 2명이 둘러앉으려고 한다. 남학생 중 2명은 서로 마주보고 2명은 서로 마주보지 않게 앉는 경우의 수는?(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



① 96　② 108　③ 120
④ 132　⑤ 144

p010 2 단순변형

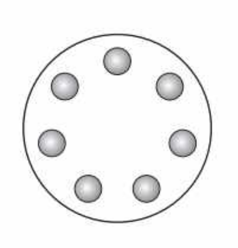
8. 그림과 같이 9개의 의자가 있는 원형의 탁자가 있다. 남학생 4명과 여학생 3명이 일정한 간격을 두고 원형의 탁자 위에 원형으로 앉으려 할 때, 여학생은 서로 이웃하지 않게 배열하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 보고, 빈 의자를 사이에 두고 앉는 것은 이웃하지 않은 것으로 본다..)



① 14200　② 14300　③ 14400
④ 14500　⑤ 14600

p010 3 단순변형

9. 그림과 같이 원형의 놀이기구에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. 1학년 3명, 2학년 3명, 3학년 1명이 7개의 의자에 앉을 때, 같은 학년끼리 서로 이웃하도록 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



p010 4 단순변형

10. 숫자 2, 3, 4, 6, 8 중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열하여 만든 다섯 자리의 자연수 중에서 만의 자리의 수는 일의 자리의 수의 약수이고 만의 자리의 수는 일의 자리의 수보다 작은 자연수의 개수는?

① 585 ② 595 ③ 605
④ 615 ⑤ 625

p011 5 단순변형

11. 서로 다른 연필 6개를 세 명의 학생 A, B, C에 남김없이 나누어 줄 때, 학생 A에게는 연필을 2개만 주는 경우의 수는? (단, 한 개도 못 받는 학생이 있을 수 있다.)

① 140 ② 160 ③ 180
④ 220 ⑤ 240

p011 6 단순변형

12. 7개의 문자 a, a, b, b, b, c, d를 모두 일렬로 나열할 때, 3개의 문자 b중에 2개만 문자 d보다 오른쪽에 있는 경우의 수는?

① 100 ② 105 ③ 110
④ 115 ⑤ 120

p011 7 단순변형

13. 7개의 문자 a,a,a,b,b,c,d를 모두 일렬로 나열할 때, 문자 a가 적어도 하나 이상 이웃하는 경우의 수는?

① 300 ② 310 ③ 320
④ 330 ⑤ 340

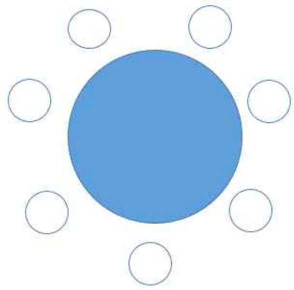
p011 8 단순변형

14. 6의 약수 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 각 자리의 모든 수의 합이 12인 자연수의 개수는?

① 28 ② 29 ③ 30
④ 31 ⑤ 32

p012 1 단순변형

15. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 일정한 간격을 두고 원형의 탁자에 둘러앉을 때, 1학년 학생 2명은 서로 이웃하게 앉고 2학년 학생 2명은 서로 이웃하지 않게 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



p012 2 단순변형

16. 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 6개를 택해 여섯 자리의 비밀번호를 만들 때, 각 자리의 수 중 1의 개수가 2개 이하인 비밀번호의 개수는?

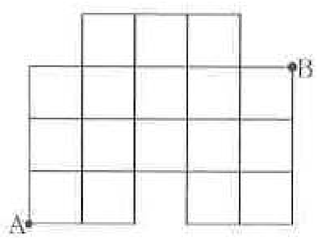
p012 3 단순변형

17. 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a가 나오는 횟수가 3번 이상인 경우의 수는?

① 11 ② 21 ③ 31
④ 41 ⑤ 51

p012 4 단순변형

18. 그림과 같이 도로망에서 A에서 출발하여 B까지 최단거리로 가는 방법의 수는?



① 46 ② 48 ③ 50
④ 52 ⑤ 54

p013 1 단순변형

19. 선생님 1명, 남학생 3명, 여학생 2명이 원탁에 임의로 둘러앉을 때, 선생님 양옆에 모두 여학생이 앉는 경우의 수를 구하면?

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

p013 2 단순변형

20. 문자 a, a, b, b, c, c, c중에서 다섯 개를 택해 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는?

(가) 문자 c는 2번 이상 나온다.
(나) 문자 b가 2번 나오면 b는 서로 이웃한다.

p013 3 단순변형

21. 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f:X\to X$의 개수는?

(가) $f(1)+f(4)$는 3또는 5이다.
(나) $x\le 3$이면 $f(x)\le f(1)$이다.
(다) $x>3$이면 $f(x)\ge f(4)$이다.

① 1041 ② 1042 ③ 1043
④ 1044 ⑤ 1045

p005 유제 1 응용변형

22. 소현, 다솜, 경미를 포함한 8명이 원탁에 둘러앉을 때, 소현이의 양옆에 다솜이와 경미가 앉는 경우의 수는?(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

① 230 ② 240 ③ 250
④ 255 ⑤ 260

p007 유제 3 응용변형

23. 여섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 3개의 숫자를 뽑아 세 자리의 자연수를 만들 때, 홀수의 개수를 구하시오.

p007 유제 4 응용변형

24. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 5개의 공을 3개의 상자 A, B, C에 넣으려고 한다. 어느 상자에도 넣어진 공에 적힌 수의 합이 13이상이 되는 경우가 없도록 공을 상자에 넣는 방법의 수는?(단, 빈 상자의 경우에는 넣어진 공에 적힌 수의 합을 0으로 한다.)

① 233 ② 228 ③ 222
④ 215 ⑤ 211

p010 4 응용변형

25. 10부터 24까지의 자연수 중 임의로 서로 다른 세 수를 동시에 택할 때, 이 세 수의 합이 짝수인 경우의 수는?

① 214 ② 224 ③ 232
④ 233 ⑤ 234

p011 7 단순변형

26. 세 문자 a, b, c중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a가 두 번 이상 나오는 경우의 수를 구하시오.

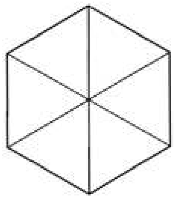
p011 8 응용변형

27. 세 숫자 1, 2, 3을 중복 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 1과 2가 모두 포함되어 있는 자연수의 개수는?

① 58 ② 56 ③ 54
④ 52 ⑤ 50

p012 1 단순변형

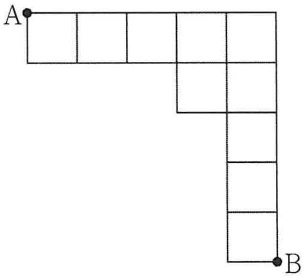
28. 그림과 같이 정육각형을 6등분한 도형에 빨간색, 주황색, 노란색, 초록색, 파란색, 보라색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 이때, 빨간색과 보라색이 서로 이웃하지 않도록 칠하는 경우의 수는?
(단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



① 40 ② 48 ③ 56
④ 64 ⑤ 72

p012 4 단순변형

29. 그림과 같이 정사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다.



이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?

① 40 ② 42 ③ 44
④ 46 ⑤ 48

p013 3 응용변형

30. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에서 X로의 일대일대응인 함수 중에서 임의로 택한 한 함수를 $f(x)$라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 함수 $f(x)$의 개수는?

(가) $f(1)<f(2)<f(3)$ (나) $f(5)<f(4)<f(3)$

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

정답 및 해설②

1	12	2	16	3	256	4	③	5	54
6	⑤	7	①	8	③	9	72	10	⑤
11	⑤	12	②	13	①	14	②	15	144
16	416	17	⑤	18	①	19	②	20	76
21	③	22	②	23	108	24	②	25	②
26	33	27	⑤	28	⑤	29	②	30	②

1) 정답 12
[출제범위] 원순열
[해설]
1학년 3명을 원 모양의 식탁 위에 원형으로 놓는 경우의 수는
$(3-1)!=2!=2$
이 각각에 대하여 1학년 3명의 사이사이 3곳에 2학년 3명이 각각 1명씩 앉는 경우의 수는
$3!=6$
따라서 구하는 경우의 수는
$2\times 6=12$

필수 개념

▸ 원순열
서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수
$$\Rightarrow \frac{{}_nP_n}{n}=\frac{n!}{n}=(n-1)!$$

2) 정답 16
[출제범위] 원순열
[해설]
세 쌍의 부부를 각각 하나로 생각하여
서로 다른 3개를 원형으로 배열하는 경우의 수는
$(3-1)!=2!=2$
이 각각에 대하여 한 부부의 두 명이 서로의 위치를 바꾸는 경우의 수는
$2!\times 2!\times 2!=8$
따라서 구하는 경우의 수는
$2\times 8=16$

필수 개념

▸ 원순열
서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수
$$\Rightarrow \frac{{}_nP_n}{n}=\frac{n!}{n}=(n-1)!$$

3) 정답 256
[출제범위] 중복순열
[해설]
양 끝에 서로 같은 숫자를 택하는 경우의 수는
네 개의 자연수 $1,2,3,4$ 중에서 하나의 자연수를 택하는 경우의 수인 4이다.
이 각각에 대하여 양 끝을 제외한 나머지 세 곳에 나열되는 자연수를 택하는 경우의 수는
네 개의 자연수 $1,2,3,4$ 중에서 중복을 허락하여 세 개를 택해 일렬로 나열하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_4\Pi_3=4^3=64$
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times 64=256$

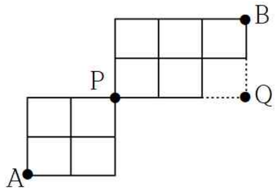
필수 개념

▸ 중복순열
서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. $\Rightarrow$ ${}_n\Pi_r=n^r$

4) 정답 ③
[출제범위] 중복순열
[해설]
서로 다른 종류의 연필 7자루를 3명의 학생 A, B, C에게 나누어 주는 경우의 수는 A, B, C에서 중복을 허락하여 7개를 택하여 일렬로 배열하는 수와 같으므로 ${}_3\Pi_7=3^7=2187$

5) 정답 54
[출제범위] 최단거리

[해설]
그림과 같이 P지점을 정하고 Q지점에 도로망이 연결되어 있다고 하자.



A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!2!}\times\frac{5!}{3!2!}=60$

A지점에서 출발하여 P지점과 Q지점을 지나 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!2!}\times 1\times 1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$60-6=54$

필수 개념

▸ 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_{n}\Pi_{r}$ 로 나타낸다. $\Rightarrow$ ${}_{n}\Pi_{r}=n^{r}$

6) 정답 ⑤
[출제범위] 같은 것을 포함한 순열
[해설]
문자 a, a, a, b, b, b를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{6!}{3!3!}=20$

이 각각에 대하여 문자와 문자 사이 및 양 끝 중에서 선택한 두 곳 사이에 3개의 문자가 있도록 선택하는 경우의 수는 3
선택한 두 곳에 c와 d를 놓는 경우의 수는 $2!$
$4\times 2!=6$
따라서 구하는 경우의 수는
$20\times 8=160$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{n!}{p!\,q!\cdots s!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+s=n)$$

7) 정답 ①
[출제범위] 원순열
[해설]
남학생 4명 중 마주보고 앉는 2명을 선택하는 경우의 수는 ${}_{4}C_{2}$
이 두 명이 마주보고 앉는 경우의 수는 1
남은 남학생 중 한 명이 나머지 4개의 의자 중 하나에 앉는 경우의 수는 4
마지막에 남은 남학생이 남은 3개의 의자 중에 남학생끼리 마주보지 않도록 의자에 앉는 경우의 수는2
나머지 2개의 의자에 여학생 2명이 앉는 경우의 수는 $2!$
따라서 구하는 경우의 수는
${}_{4}C_{2}\times 1\times 4\times 2\times 2!=96$

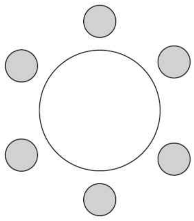
필수 개념

▸ 원순열

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{{}_{n}P_{n}}{n}=\frac{n!}{n}=(n-1)!$$

8) 정답 ③
[출제범위] 원순열
[해설]
남학생 4명과 빈의자 2개를 원형으로 배열하는 경우의 수는
$(6-1)!=5!=120$



이 각각에 대하여 여학생 3명이
남학생이 앉은 자리와 빈 의자 사이의 여섯 곳 중 세 곳에 배열하는 경우의 수는

$_6P_3=6\times5\times4=120$

따라서 구하는 경우의 수는

$120\times120=14400$

필수 개념

▸ 원순열

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{_nP_n}{n}=\frac{n\,!}{n}=(n-1)\,!$$

9) 정답 72

[출제범위] 원순열

[해설]

1학년 3명을 묶어서 한 사람, 2학년 3명을 묶어서 한 사람으로 생각하면 3명을 원형으로 배열하는 경우의 수는

$(3-1)!=2!=2$

이 각각에 대하여 1학년이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!=6$

이 각각에 대하여 2학년이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times6\times6=72$

필수 개념

▸ 원순열

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{_nP_n}{n}=\frac{n\,!}{n}=(n-1)\,!$$

10) 정답 ⑤

[출제범위] 중복순열

[해설]

(i) 일의 자리의 수가 4인 경우

만의 자리의 수는 2이고, 백의 자리의 수와 십의 자리의 수를 택하는 경우의 수는

다섯 개의 숫자 2, 3, 4, 6, 8에서 중복을 허락하여 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

주어진 조건을 만족시키는 자연수의 개수는

$_5\Pi_3=5^3=125$

(ii) 일의 자리의 수가 6인 경우

만의 자리의 수는 2 또는 3이고, 천의 자리의 수와 백의 자리, 십의 자리의 수를 택하는 경우의 수는

다섯 개의 숫자 2, 3, 4, 6, 8에서 중복을 허락하여 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

주어진 조건을 만족시키는 자연수의 개수는

$2\times{_5\Pi_3}=2\times5^3=250$

(iii) 일의 자리의 수가 8인 경우

만의 자리의 수는 2 또는 4 이고, 천의 자리의 수와 백의 자리, 십의 자리의 수를 택하는 경우의 수는

다섯 개의 숫자 2, 3, 4, 6, 8에서 중복을 허락하여 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

주어진 조건을 만족시키는 자연수의 개수는

$2\times{_5\Pi_3}=2\times5^3=250$

(i),(ii),(iii)에서 구하는 자연수의 개수는

$125+250+250=625$

필수 개념

▸ 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. $\Rightarrow$ ${}_n\Pi_r = n^r$

11) 정답 ⑤

[출제범위] 중복순열

[해설]

서로 다른 연필 6개 중 2개를 택하여 학생 A에게 주는 경우의 수는

서로 다른 6개에서 2개를 택하는 조합의 수와 같으므로

$${}_6C_2 = \frac{6\times5}{2\times1} = 15$$

이 각각에 대하여 나머지 연필 4개를 학생 B, C에게 나누어 주는 경우의 수는

서로 다른 2개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_2\Pi_4 = 2^4 = 16$따라서 구하는 경우의 수는

$15\times16 = 240$

필수 개념

▸ 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. $\Rightarrow$ ${}_n\Pi_r = n^r$

12) 정답 ②

[출제범위] 같은 것을 포함한 순열

[해설]

b, b, b, d 를 X, X, X, X로 놓고 7개의 문자 a, a, c, X, X, X, X를 일렬로 나열한 후

X의 자리에 왼쪽부터 순서대로 b, d, b, b를 넣으면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$\frac{7!}{2!4!} = 105$$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{n!}{p!\,q!\cdots s!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+s=n)$$

13) 정답 ①

[출제범위] 같은 것을 포함한 순열

[해설]

(1) 7개의 문자 a, a, a, b, b, c, d를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{7!}{3!2!} = 420$$

(2) 문자 a가 적어도 하나 이상 이웃하는 경우의 여사건은 문자 a가 서로 이웃하지 않는 경우의 수이므로 이것을 구하면

4개의 문자 b, b, c, d를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

$\vee\square\vee\square\vee\square\vee\square\vee$

이 각각에 대하여 그림과 같이 $\vee$로 표시된 다섯 곳 중

3개의 문자 a, a, a를 놓을 세 곳을 선택하는 경우의 수는

$${}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5\times4}{2\times1} = 10$$

문자a가 서로 이웃하지 않는 경우의 수는

$12\times10 = 120$

따라서 문자 a가 적어도 하나 이상 이웃하는 경우의 수는

$420-120 = 300$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$\Rightarrow \dfrac{n!}{p!\,q!\,\cdots\,s!}$ (단, $p+q+\cdots+s=n$)

14) 정답 ②

[출제범위] 같은 것을 포함한 순열

[해설]

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.

각 자리의 모든 수의 합이 12가 되는 경우는 각 자리의 수가 6, 3, 2, 1 또는 6, 2, 2, 2 또는 3, 3, 3, 3이어야 한다.

따라서 구하는 자연수의 개수는

$4!+4+1=24+4+1=29$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$\Rightarrow \dfrac{n!}{p!\,q!\,\cdots\,s!}$ (단, $p+q+\cdots+s=n$)

15) 정답 144

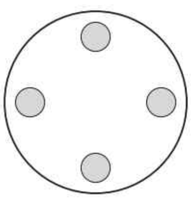
[출제범위] 같은 것을 포함한 순열

[해설]

1학년 학생 2명을 하나로 묶어서 3학년 3명과 원형의 탁자에 앉도록 하는 경우의 수는

$\dfrac{4!}{4}\times 2!=12$

2학년 학생 2명이 서로 이웃하지 않게 앉을 수 있는 방법은 네 자리에 두 명이 앉는 경우이므로



${}_4P_2=4\times 3=12$

$12\times 12=144$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$\Rightarrow \dfrac{n!}{p!\,q!\,\cdots\,s!}$ (단, $p+q+\cdots+s=n$)

16) 정답 416

[출제범위] 중복순열

[해설]

숫자 1을 포함하지 않는 경우와 숫자 1을 1개 포함하는 경우, 숫자 1을 2개 포함하는 경우로 나누면 다음과 같다.

(i) 숫자 1을 포함하지 않는 경우

2개의 숫자 2, 3에서 중복을 허락하여 6개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는

여섯 자리의 자연수의 개수는

${}_2\Pi_6=2^6=64$

(ii) 숫자 1을 1개 포함하는 경우

2 개의 숫자 2, 3에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열하는 경우의 수는

${}_2\Pi_5=2^5=32$

v□v□v□v□v□v

이 각각에 대하여 그림과 같이 ∨로 표시된 여섯 곳 중 한 곳에 1을 넣는 경우의 수는 6이므로 이때 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수의 개수는

$32\times 6=192$

(iii) 숫자 1을 2개 포함하는 경우

2개의 숫자 2, 3에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하는 경우의 수는

${}_2\Pi_4=2^4=16$

v□v□v□v□v

이 각각에 대하여 그림과 같이 ∨로 표시된 다섯 곳 중 두 곳에 1을 넣는 경우의 수는

${}_5C_2=10$이므로 이때 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수의 개수는

$16\times 10=160$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 자연수의 개수는

$64+192+160=416$

필수 개념

▸ 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. $\Rightarrow$ ${}_n\Pi_r = n^r$

17) 정답 ⑤

[출제범위] 중복순열

[해설]

문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a가 나오는 횟수가

문자 a가 나오는 횟수가 3번 이상인 경우는

a가 5번, 4번, 3번 나오는 경우이고 각각을 구하면

(i) a가 5번 나오는 경우

a, a, a, a, a를 일렬로 나열하는 경우의 수는 1

(ii) a가 4번 나오는 경우

a, a, a, a, b또는 a, a, a, a, c를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{4!}+\frac{5!}{4!}=5+5=10$

(iii) a가 3번 나오는 경우

a, a, a, b, b 또는 a, a, a, b, c 또는 a, a, a, c, c를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{3!2!}+\frac{5!}{3!}+\frac{5!}{3!2!}=10+20+10=40$

(i)~(iii)에서 구하는 경우의 수는

$1+10+40=51$

필수 개념

▸ 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. $\Rightarrow$ ${}_n\Pi_r = n^r$

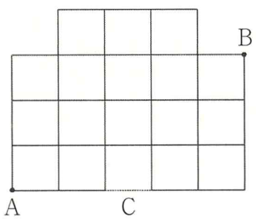
18) 정답 ①

[출제범위] 같은 것을 포함한 순열

다음 그림과 같이 선분 C를 그리면 구하는 경우의 수는

(A에서 B까지 최단거리로 가는 경우의 수)

$-$(A에서 C를 거쳐서 B까지 최단거리로 가는 경우의 수)



선분 C가 존재할 때, A에서 B까지 최단거리로 가는 방법의 수는 $\frac{8!}{5!3!}=56$

A에서 선분 C를 거쳐서 B까지 최단거리로 가는 방법의 수는 $1\times\frac{5!}{2!3!}=10$

따라서 구하는 경우의 수는 $56-10=46$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

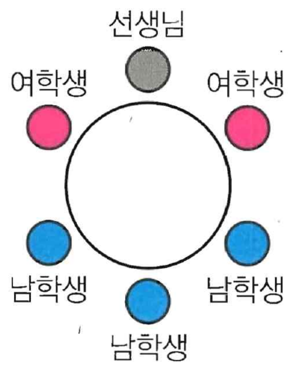
n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$\Rightarrow \frac{n!}{p!q!\cdots s!}$ (단, $p+q+\cdots+s=n$)

19) 정답 ②

[출제범위] 원순열

[해설]



선생님이 먼저 앉고,

여학생 2명을 선생님 양 옆에 앉히는 경우의 수는 $2!$
이때, 남학생 3명을 앉히는 경우의 수는 $3!$이므로 선생님 양 옆에 모두 여학생이 앉는 경우의 수는
$2!\times 3!$
따라서 구하는 확률은 $2!\times 3!=12$

필수 개념

▸ 원순열
서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수
$$\Rightarrow \frac{{}_nP_n}{n}=\frac{n!}{n}=(n-1)!$$

20) 정답 76
[출제범위] 같은 것을 포함한 순열
[해설]
조건 (가)에 의하여 선택한 5개의 문자 중 문자 c의 개수는 2또는 3이다.
(i) 문자 c가 2개인 경우
선택된 3개의 문자는 a, a, b, c, c또는 a, b, b, c, c이다.
a, a, b, c, c를 일렬로 나열하는 경우의 수는
$\frac{5!}{2!2!}=30$
a, b, b, c, c를 일렬로 나열할 때, 문자 b가 서로 이웃하도록 나열하는 경우의 수는
$\frac{4!}{2!}=12$
따라서 이 경우의 수는
$30+12=42$
(ii) 문자 c가 3개인 경우
선택된 5개의 문자는 a, a, c, c, c 또는 a, b, c, c, c 또는 b, b, c, c, c이다.
a, a, c, c, c 를 일렬로 나열하는 경우의 수는
$\frac{5!}{2!3!}=10$
a, b, c, c, c를 일렬로 나열하는 경우의 수는
$\frac{5!}{3!}=20$
b, b, c, c, c 를 일렬로 나열하는 경우의 수는
$\frac{4!}{3!}=4$
따라서 이 경우의 수는
$10+20+4=34$
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
$42+34=76$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열
n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수
$$\Rightarrow \frac{n!}{p!\,q!\cdots s!}\quad (\text{단, } p+q+\cdots+s=n)$$

21) 정답 ③
[출제범위] 중복순열
[해설]
조건 (가)에 의하여
$f(1)+f(4)=3$ 또는 $f(1)+f(4)=5$
(i) $f(1)+f(4)=3$인 경우
$f(1)=1, f(4)=2$ 또는 $f(1)=2, f(4)=1$
㉠ $f(1)=1, f(4)=2$일 때
조건 (나)에 의하여 $f(2)=1, f(3)=1$
조건 (다)에 의하여 $f(5)\ge 2, f(6)\ge 2$
이때 $f(5), f(6)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 5개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복 순열의 수와 같으므로
${}_5\Pi_2=5^2=25$
따라서 이 경우의 함수 f의 개수는 25이다.
㉡ $f(1)=2, f(4)=1$일 때
조건 (나)에 의하여 $f(2)\le 2, f(3)\le 2$
조건 (다)에 의하여 $f(5)\ge 1, f(6)\ge 1$
이때 $f(2), f(3)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 2개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복 순열의 수와 같으므로
${}_2\Pi_2=2^2=4$
이 각각에 대하여 $f(5), f(6)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 6개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_6\Pi_2=6^2=36$
따라서 이 경우의 함수 f의 개수는
$4\times 36=144$

(ⅱ) $f(1)+f(4)=5$인 경우

$f(1)=1,\ f(4)=4$ 또는 $f(1)=2,\ f(4)=3$ 또는 $f(1)=3,\ f(4)=2$ 또는 $f(1)=4,\ f(4)=1$

㉠ $f(1)=1,\ f(4)=4$일 때

조건 (나)에 의하여 $f(2)=1,\ f(3)=1$

조건 (다)에 의하여 $f(5)\ge 4,\ f(6)\ge 4$

이때 $f(5), f(6)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복 순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_2=3^2=9$

따라서 이 경우의 함수 f의 개수는 9이다.

㉡ $f(1)=2,\ f(4)=3$일 때

조건 (나)에 의하여 $f(2)\le 2,\ f(3)\le 2$

조건 (다)에 의하여 $f(5)\ge 3,\ f(6)\ge 3$

이때 $f(2), f(3)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 2개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_2\Pi_2=2^2=4$

이 각각에 대하여 $f(5), f(6)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 4개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_4\Pi_2=4^2=16$

따라서 이 경우의 함수 f의 개수는

$4\times16=64$

㉢ $f(1)=3,\ f(4)=2$일 때

조건 (나)에 의하여 $f(2)\le 3,\ f(3)\le 3$

조건 (다)에 의하여 $f(5)\ge 2,\ f(6)\ge 2$

이때 $f(2), f(3)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복 순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_2=3^2=9$

이 각각에 대하여 $f(5), f(6)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 5개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_5\Pi_2=5^2=25$

따라서 이 경우의 함수 f의 개수는

$9\times25=225$

㉣ $f(1)=4,\ f(4)=1$일 때

조건 (나)에 의하여 $f(2)\le 4,\ f(3)\le 4$

조건 (다)에 의하여 $f(5)\ge 1,\ f(6)\ge 1$

이때 $f(2), f(3)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 4개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복 순열의 수와 같으므로

${}_4\Pi_2=4^2=16$

이 각각에 대하여 $f(5), f(6)$의 값을 정하는 경우의 수는 서로 다른 6개에서 중복을 허락하여 2개를 선택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_6\Pi_2=6^2=36$

따라서 이 경우의 함수 f의 개수는

$16\times36=576$

(ⅰ), (ⅱ) 에서 구하는 함수 f의 개수는

$(25+144)+(9+64+225+576)=169+874=1043$

필수 개념

▸ 중복순열

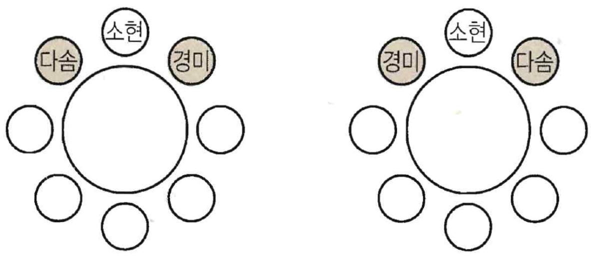
서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. ⇒ ${}_n\Pi_r=n^r$

22) 정답 ②

[출제범위] 원순열

[해설]

소현이의 자리를 다음 그림과 같이 고정한 뒤 나머지 7명의 자리를 배열하는 경우의 수를 구하면 된다.



처음 소현이가 어느 자리에 앉아도 회전하면 모두 일치하므로 소현이의 자리를 정하는 경우의 수는 1이다.

이때, 다솜이와 경미가 색칠한 소현이의 양옆 2개의 자리에 앉는 경우의 수는 2이고,

나머지 자리에 5명을 배열하는 경우의 수는 5!이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times5!=240$

필수 개념

▸ 원순열

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{{}_nP_n}{n} = \frac{n!}{n} = (n-1)!$$

23) 정답 108

[출제범위]중복순열

[해설]

세 자리 자연수가 홀수이려면 일의 자리의 숫자는 홀수이어야 한다.

일의 자리에 올 수 있는 수는 1, 3, 5 중 한 수이므로 ${}_3C_1 = 3$

백의 자리와 십의 자리에 올 수 있는 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6 중 한 수씩이므로 ${}_6\Pi_2$

따라서 $3 \times {}_6\Pi_2 = 3 \times 6^2 = 108$

필수 개념

▸ 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. $\Rightarrow$ ${}_n\Pi_r = n^r$

24) 정답 ②

[출제범위] 중복순열

[해설]

3개의 상자 A, B, C에 서로 다른 5개의 공을 임의로 넣는 경우의 수는 ${}_3\Pi_5 = 3^5 = 243$

이때 상자에 있는 공에 적힌 숫자의 합이 13이상인 상자는 많아야 1개이므로 공에 적힌 숫자의 합이 13 이상인 경우가 존재하려면 세 상자 중 어느 한 상자에는 3, 4, 5가 적힌 공은 반드시 들어가고 이 상자에 1, 2가 적힌 공 중에서 적어도 하나가 들어가야 한다.

즉, 이 경우의 수는

${}_3C_1 \times ({}_3\Pi_2 - {}_2\Pi_2) = 3(9-4) = 15$

따라서 구하는 경우의 수는 $243 - 15 = 228$

필수 개념

▸ 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. $\Rightarrow$ ${}_n\Pi_r = n^r$

25) 정답 ②

[출제범위] 같은 것을 포함한 순열

[해설]

택한 세 수가 각각 홀수인지 짝수인지에 따라 합은 다음 표와 같다

세 수			합
홀수	홀수	홀수	홀수
홀수	홀수	짝수	짝수
홀수	짝수	짝수	홀수
짝수	짝수	짝수	짝수

이때 10부터 24까지의 자연수 중 홀수의 개수는 7, 짝수의 개수는 8이므로

(i) 세 수가 홀수, 홀수, 짝수인 경우의 수

${}_7C_2 \times {}_8C_1 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} \times 8 = 168$

(ii) 세 수가 짝수, 짝수, 짝수인 경우의 수

${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$

따라서 구하는 경우의 수는 $168 + 56 = 224$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{n!}{p!\,q!\,\cdots\,s!} \quad (단,\ p+q+\cdots+s=n)$$

26) 정답 33

[출제범위] 같은 것을 포함한 순열

[해설]

a가 두 번 이상 나오는 경우의 수이므로 a가 2번, 3번, 4번 나오는 경우를 나누어 판단하면,

ⅰ)a가 두 번 나오는 경우

네 자리 중 a를 2자리에 배치하는 경우의 수가 ${}_4C_2$이고 나머지 두 자리에 b 또는 c를 중복하여 배치하는 경우의 수가 2^2 이므로

${}_4C_2 \times 2^2 = 24$

ⅱ)a가 세 번 나오는 경우

네 자리 중 a를 3자리에 배치하는 경우의 수가 ${}_4C_3$이고 나머지 한 자리에 b 또는 c를 배치하는 경우의 수가 2 이므로

${}_4C_3 \times 2 = 8$

ⅲ)a가 네 번 나오는 경우

$aaaa$ 한 가지

따라서 구하는 경우의 수는 $24+8+1=33$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$$\Rightarrow \frac{n!}{p!\,q!\cdots s!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+s=n)$$

27) 정답 ⑤

[출제범위] 중복순열

[해설]

구하는 자연수의 개수는

(세 숫자로 만들 네 자리 자연수)

$-$(1, 3또는 2, 3만으로 만들 네 자리 자연수)

$+$(3만으로 만들 네 자리 자연수)

(ⅰ) 세 숫자에서 중복을 허락하여 네 자리 자연수를 만들 경우의 수 ${}_3\Pi_4 = 3^4 = 81$

(ⅱ) 1, 3또는 2, 3을 중복을 허락하는 네 자리 자연수를 만들 경우의 수

${}_2\Pi_4 \times 2 = 2^4 \times 2 = 32$

(ⅲ) 3만으로 만들 네 자리 자연수 1

이때 (ⅰ), (ⅱ)에서 3으로만 만드는 네 자리의 자연수의 개수가 두 번 빼어지므로 다시 한 번 더해 줘야 한다.

따라서 구하는 자연수의 개수는 $81-32+1=50$

필수 개념

▸ 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택해서 일렬로 배열하는 것을 n개에서 r개를 택한 중복순열이라 하고 이 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다. $\Rightarrow$ ${}_n\Pi_r = n^r$

28) 정답 ⑤

[출제범위] 원순열

[해설]

주어진 도형을 칠할 때 빨간색과 보라색이 서로 이웃하지 않도록 칠하는 경우의 수는 서로 다른 6가지 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수에서 빨간색과 보라색이 이웃하도록 칠하는 경우의 수를 뺀 것과 같다.

주어진 도형에 서로 다른 6가지의 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수는 서로 다른 6개를 원형으로 나열하는 원순열과 같으므로

$\frac{6!}{6} = (6-1)! = 5! = 120$

빨간색과 보라색이 이웃하도록 칠하는 경우의 수는 빨간색과 보라색을 한 가지 색으로 생각하여 5가지 색을 칠하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{5!}{5} = (5-1)! = 4! = 24$

이때, 빨간색과 보라색이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2!=2$ 따라서 빨간색과 보라색이 서로 이웃하지 않도록 칠하는 경우의 수는

$120-24 \times 2 = 72$

필수 개념

▸ 원순열

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수

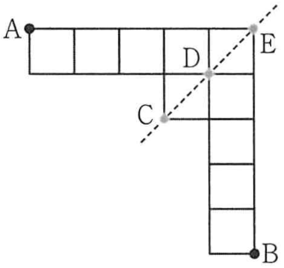
$$\Rightarrow \frac{{}_nP_n}{n} = \frac{n!}{n} = (n-1)!$$

29) 정답 ②

[출제범위] 같은 것을 포함한 순열

[해설]

A지점에서 B지점으로 가기 위해서는 다음 그림의 C, D, E 중 한 점을 통과해야 한다.



(ⅰ) $A \to C \to B$로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{3!} \times \frac{4!}{3!} = 16$

(ⅱ) $A \to D \to B$로 가는 경우의 수는

$\frac{5!}{4!} \times \frac{5!}{4!} = 25$

(ⅲ) $A \to E \to B$로 가는 경우의 수는 $1 \times 1 = 1$

(ⅰ)~(ⅲ)에서 최단거리로 가는 방법의 수는

$16 + 25 + 1 = 42$

필수 개념

▸ 같은 것을 포함한 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, s개 있을 때, n개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수

$\Rightarrow \dfrac{n!}{p!\,q!\,\cdots\,s!}$ (단, $p+q+\cdots+s=n$)

30) 정답 ②

[출제범위] 조합의 수

[해설]

집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에서 X로의 일대일대응인 함수 중 하나를 택하는 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 수는

$5! = 120$

이때 택한 한 함수 $f(x)$가 주어진 조건을 만족시키는 사건을 A라 하자.

함수 $f(x)$는 일대일대응이고 두 조건 ㈎, ㈏에서 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$, $f(5)$의 값 중 $f(3)$의 가장 큰 수이므로

$f(3) = 5$

$f(1) < f(2)$와 $f(5) < f(4)$를 만족시키는 $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$, $f(5)$의 값을 정하는 경우의 수는 집합 X의 네 원소 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 두 원소를 뽑아 두 원소 중 작은 수를 $f(1)$, 큰 수를 $f(2)$로 정하고, 남은 두 원소 중 작은 수를 $f(5)$, 큰 수를 $f(4)$로 정하면 되므로

${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$

구하는 경우의 수는 6

필수 개념

▸ 조합의 수와 ${}_nC_r$

서로 다른 n개에서 순서를 생각하지 않고 $r\,(n \geq r)$개를 선택하는 것을 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 조합이라 하고, 이 조합의 수를 기호로 ${}_nC_r$와 같이 나타낸다.

${}_nC_r = \dfrac{{}_nP_r}{r!} = \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$ (단, $0 \leq r \leq n$)

서지정보
저자 김양진
발행처 나무아카데미
isbn 979-11-377-0268-4
제본형태 hwp pdf 파일
발행일 2021.03.25
가격 1,500원

값 1,500원
55410
9 791137 702684
ISBN 979-11-377-0268-4 (EPUB2)