

제 3 교 시



2013학년도 육군사관학교 1차 선발시험 문제지

수 리 영 역

문 과

성명		수험번호								
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--

- 먼저 문제지에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- 답안지에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며 0이 포함된 경우에는 0을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

육 군 사 관 학 교

1. $\sqrt[6]{9^5} \times 24^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{3}{4}$

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ 3

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A(X-B) = B$ 를 만족시키는 행렬 X 의 모든 성분의 합은? [2점]

① 17

② 18

③ 19

④ 20

⑤ 21

3. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} k-2 & 3 \\ 1 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$ 의 해가 존재하지 않도록 하는 상수 k 의 값은? [2점]
- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\left(\frac{1}{2}+x\right)^4 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^4}{x}$ 의 값은? [3점]
- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

5. 정규분포 $N(50, 10^2)$ 을 따르는 모집단에서 임의로 25 개의 표본을 뽑았을 때의 표본평균을 \bar{X} 라 하자. 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 $P(48 \leq \bar{X} \leq 54)$ 의 값을 구한 것은? [3점]

- ① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.7745
 ④ 0.8185 ⑤ 0.9104

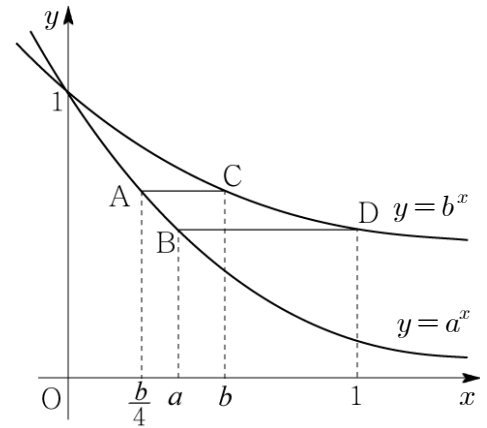
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

6. 어느 인터넷 동호회에서 한 종류의 사은품 10 개를 정회원 2명, 준회원 2명에게 모두 나누어 주려고 한다. 정회원은 2개 이상, 준회원은 1개 이상을 받도록 나누어 주는 방법의 수는? (단, 사은품은 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

7. 그림과 같이 $0 < a < b < 1$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 곡선 $y = a^x$ 위의 두 점 A, B의 x 좌표는 각각 $\frac{b}{4}, a$ 이고, 곡선 $y = b^x$ 위의 두 점 C, D의 x 좌표는 각각 $b, 1$ 이다. 두 선분 AC와 BD가 모두 x 축과 평행할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{16}$
 ② $\frac{1}{2}$
 ③ $\frac{9}{16}$
 ④ $\frac{5}{8}$
 ⑤ $\frac{11}{16}$



8. 어느 지역에 서식하는 어떤 동물의 개체 수에 대한 변화를 조사한 결과, 지금으로부터 t 년 후에 이 동물의 개체 수를 N 이라 하면 등식

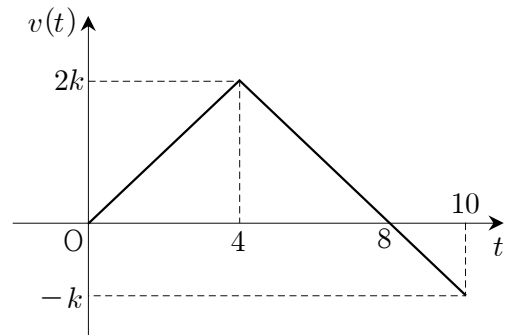
$$\log N = k + t \log \frac{4}{5} \quad (\text{단, } k \text{는 상수})$$

가 성립한다고 한다. 이 동물의 현재 개체 수가 5000일 때, 개체 수가 처음으로 1000보다 적어지는 때는 지금으로부터 n 년 후이다. 자연수 n 의 값은? (단, $\log 2 = 0.3010$ 으로 계산한다.) [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. 그림은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 초($0 \leq t \leq 10$)에서의 속도 $v(t)$ 를 나타낸 것이다. 점 P의 시각 t 초에서의 위치를 $x(t)$ 라 할 때, $x(10) = \frac{35}{3}$ 이다. 출발 후 10초 동안 점 P가 움직인 거리는? (단, k 는 양의 상수이고, 점선은 좌표축에 평행하다.) [3점]

- ① 15
 ② 16
 ③ 17
 ④ 18
 ⑤ 19



10. 두 실수 x, y ($x > y$)가 $x+y=1, xy=-1$ 을 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_n = \sum_{k=1}^n x^{n-k} y^{k-1} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의하자. 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 제 n 항을 구하는 과정이다.

$x+y=1, xy=-1$ 에서 두 실수 x, y 는 방정식

$$t^2 - t + \boxed{\text{(가)}} = 0$$

의 두 근이다. 한편

$$\begin{aligned} a_n &= \sum_{k=1}^n x^{n-k} y^{k-1} \\ &= x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + y^{n-1} \quad \dots\dots(*) \end{aligned}$$

(*)은 첫째항이 x^{n-1} 이고 공비가 $\frac{y}{x}$ 인 등비수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이므로

$$a_n = \frac{\boxed{\text{(나)}}}{\sqrt{5}}$$

위의 과정에서 (가)에 들어갈 수를 m , (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $m + \{f(3)\}^2$ 의 값은?
[3점]

① 17

② 19

③ 21

④ 23

⑤ 25

11. 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_1 = 20, a_{n+1} = a_n - 2n + 9 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

로 정의하자. a_n 의 최댓값은? [3점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

12. $\log_{25}(a-b) = \log_9 a = \log_{15} b$ 를 만족시키는 두 양수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{5}-1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{5}$
④ $\frac{\sqrt{2}+1}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}+1}{3}$

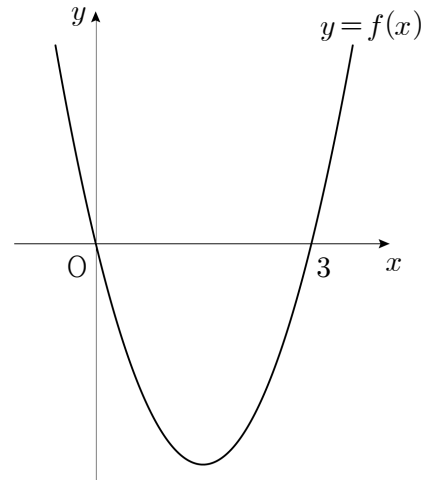
13. 그림과 같이 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(0, 0)$, $(3, 0)$ 에서 만날 때, 함수

$$S(x) = \int_1^x f(t) dt$$

의 극댓값과 극솟값을 각각 M , m 이라 하자.

$M-m=6$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{S(x)}{x-1}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{8}{3}$ ② $-\frac{7}{3}$ ③ -2
 ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ $-\frac{4}{3}$



14. 모든 실수 x 에서 정의된 함수 $f(x) = \int_1^x (x^2 - t) dt$ 에 대하여 직선 $y = 6x - k$ 가 곡선 $y = f(x)$ 에

접할 때, 양수 k 의 값은? [3점]

① $\frac{11}{2}$

② $\frac{13}{2}$

③ $\frac{15}{2}$

④ $\frac{17}{2}$

⑤ $\frac{19}{2}$

15. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여

$$f(x) = 2x + \int_0^1 \{f(t) + g(t)\} dt, \quad g(x) = 3x^2 + \int_0^1 \{f(t) - g(t)\} dt$$

가 성립할 때, $f(1) + g(2)$ 의 값은? [4점]

① 7

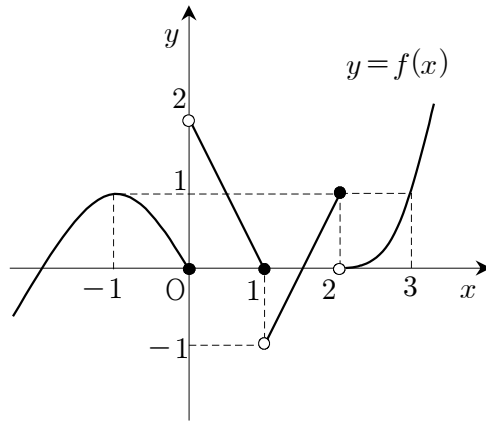
② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

16. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 함수 $f(x-1)$ 은 $x=0$ 에서 연속이다.
- ㄴ. 함수 $f(x)f(-x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
- ㄷ. 함수 $f(f(x))$ 는 $x=3$ 에서 불연속이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 세 이차정사각행렬 A, B, C 가 $(AB)^2 = A^2B^2$, $BA = AC$ 를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $B^2A = AC^2$
 ㄴ. B 의 역행렬이 존재하면 $A^2B = A^2C$ 이다.
 ㄷ. AC 의 역행렬이 존재하면 $B = C$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

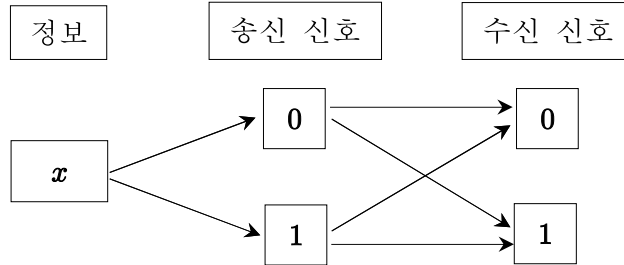
18. 모든 실수 x 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하기 위한 필요충분조건인 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h^2) - f(a)}{h^2}$ 의 값이 존재한다.
 ㄴ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h^3) - f(a)}{h^3}$ 의 값이 존재한다.
 ㄷ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$ 의 값이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

21. 그림은 어떤 정보 x 를 0과 1의 두 가지 중 한 가지의 송신 신호로 바꾼 다음 이를 전송하여 수신 신호를 얻는 경로를 나타낸 것이다.



이때 송신 신호가 전송되는 과정에서 수신 신호가 바뀌는 경우가 생기는데, 각각의 경우에 따른 확률은 다음과 같다.

- (가) 정보 x 가 0, 1의 송신 신호로 바뀔 확률은 각각 0.4, 0.6이다.
 (나) 송신 신호 0이 수신 신호 0, 1로 전송될 확률은 각각 0.95, 0.05이다.
 (다) 송신 신호 1이 수신 신호 0, 1로 전송될 확률은 각각 0.05, 0.95이다.

정보 x 를 전송한 결과 수신 신호가 1이었을 때, 송신 신호가 1이었을 확률은? [4점]

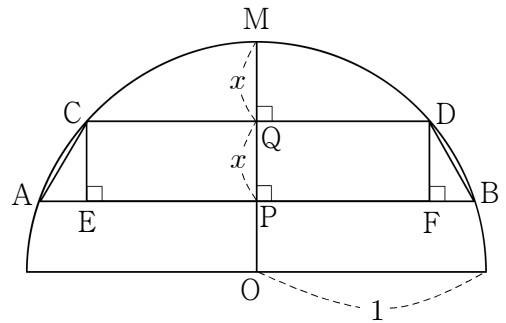
- ① $\frac{54}{59}$ ② $\frac{55}{59}$ ③ $\frac{56}{59}$ ④ $\frac{57}{59}$ ⑤ $\frac{58}{59}$

22. 그림과 같이 반지름의 길이가 1 이고 중심이 O 인 반원의 호를 이등분하는 점을 M 이라 하고, 선분 OM 위의 점 P 를 지나고 선분 OM 에 수직인 직선과 반원이 만나는 점을 각각 A , B 라 하자.

또, 선분 PM의 중점 Q 를 지나고 선분 OM 에 수직인 직선과 반원이 만나는 점을 각각 C , D 라 하고, 점 C , D 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 하자. $\overline{PM}=2x$ 일 때, 사다리꼴

ABDC 와 직사각형 EFDC 의 넓이를 각각 $S(x)$, $T(x)$ 라 하자. $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{T(x)}{S(x)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\sqrt{2}-1$
- ② $2-\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{3}-1$
- ④ $2(\sqrt{2}-1)$
- ⑤ $2(2-\sqrt{3})$



23. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 을 다음과 같이 정의하자.

(가) $a_1 = 0, b_1 = 2$

(나) n 이 짝수이면 $a_n = a_{n-1} + \frac{b_{n-1}}{n}$, $b_n = b_{n-1} - \frac{b_{n-1}}{n}$ 이다.

(다) n 이 1 보다 큰 홀수이면 $a_n = a_{n-1} - \frac{a_{n-1}}{n}$, $b_n = b_{n-1} + \frac{a_{n-1}}{n}$ 이다.

$a_{41} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

① 79

② 80

③ 81

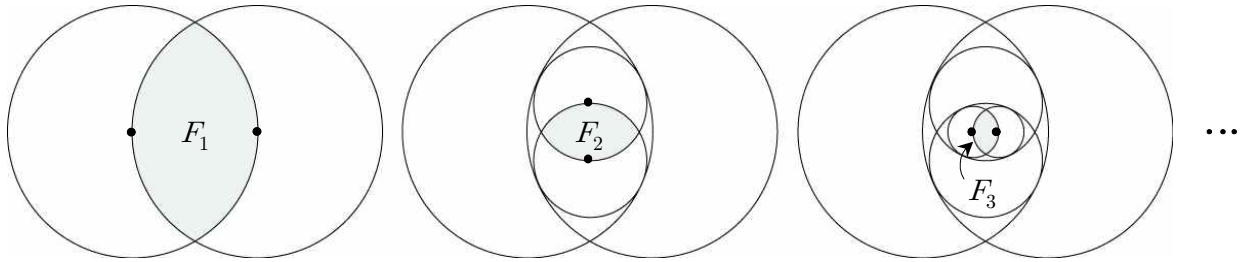
④ 82

⑤ 83

24. 그림과 같이 반지름의 길이가 3인 두 원을 서로의 중심을 지나도록 그렸을 때, 두 원의 내부에서 겹친 부분이 나타내는 도형을 F_1 이라 하자.

F_1 의 내부에 반지름의 길이가 같고 서로의 중심을 지나는 두 원을 F_1 과 접하면서 반지름의 길이가 최대가 되도록 그렸을 때, 그려진 두 원의 내부에서 겹친 부분이 나타내는 도형을 F_2 라 하자.

F_2 의 내부에 반지름의 길이가 같고 서로의 중심을 지나는 두 원을 F_2 와 접하면서 반지름의 길이가 최대가 되도록 그렸을 때, 그려진 두 원의 내부에서 겹친 부분이 나타내는 도형을 F_3 이라 하자.



이와 같은 방법으로 계속하여 도형 F_n 을 그려 나갈 때, F_n 의 둘레의 길이를 l_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은? [4점]

- ① $2\pi(1 + \sqrt{7})$
- ② $\frac{8\pi}{3}(1 + \sqrt{7})$
- ③ $\frac{4\pi}{3}(2 + \sqrt{7})$
- ④ $2\pi(2 + \sqrt{7})$
- ⑤ $\frac{5\pi}{3}(2 + \sqrt{7})$

25. $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하시오. [3점]

26. 부등식

$$\log_2(x+y-4) + \log_2(x+y) \leq 1 + \log_2 x + \log_2 y$$

를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $7y-x$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

27. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 은 집합 A 의 원소로 이루어진 수열이다. 이 수열이 등식

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{10^n} = \frac{104}{333}$ 를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{5^n} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 프로야구 한국시리즈는 두 팀이 출전하여 7번의 경기 중 4번을 먼저 이기는 팀이 우승팀이 된다. A, B 두 팀이 한국시리즈에 출전하여 우승팀이 정해지기까지 치른 경기의 수를 확률변수 X 라 하자. 매 경기마다 각 팀이 이길 확률은 모두 $\frac{1}{2}$ 로 같다고 할 때, $E(16X)$ 의 값을 구하시오. (단, 두 팀이 경기를 할 때 무승부는 없다고 가정한다.) [4점]

29. 다음과 같이 두 수 0과 1만을 사용하여 제 n 행에 n 자리의 자연수를 크기순으로 모두 나열해 나간다. ($n=1, 2, 3, \dots$)

제 1 행	1
제 2 행	10, 11
제 3 행	100, 101, 110, 111
제 4 행	1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111
...	...

제 n 행에 나열한 모든 수의 합을 a_n 이라 하자. 예를 들어, $a_2 = 21$, $a_3 = 422$ 이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{20^n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 세 다항함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=1$, $g(1)=2$

(나) 모든 실수 x, y 에 대하여 $f(xy+1)=xg(y)+h(x+y)$ 이다.

이때 $\int_0^3 \{f(x)+g(x)+h(x)\} dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

제 3 교 시



2014학년도 국군간호사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

A형

성명	
----	--

수험번호									
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 먼저 문제지에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- 답안지에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며 0이 포함된 경우에는 0을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

국 군 간 호 사 관 학 교

1. $\log_3 \sqrt{8} \times \log_2 9$ 의 값은? [2점]

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A^2 - 2AB$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

① 24

② 26

③ 28

④ 30

⑤ 32

3. $\int_{-2}^2 (x + |x| + 2) dx$ 의 값은? [2점]

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

4. 두 함수 $y = -x^2 + 4$, $y = 2x^2 + ax + b$ 의 그래프가 점 $A(2, 0)$ 에서 만나고, 점 A 에서 공통인 접선을 가질 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

① 4

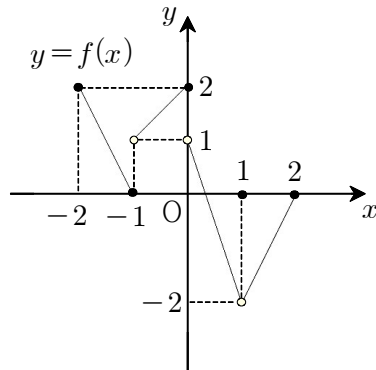
② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

5. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(f(x)) + \lim_{x \rightarrow +0} f(f(x))$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)+1}{x-2} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)-3}{x-2} = 1$$

이 성립할 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(2)}{x-2}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 어떤 제품은 전체 생산량의 30%, 20%, 50%가 각각 세 공장 A, B, C에서 생산되고, 제품의 불량률은 각각 2%, 4%, a%라고 한다. 세 공장 A, B, C에서 생산된 제품 중 임의로 선택한 한 개의 제품이 불량품일 때, 그 제품이 C공장에서 생산된 제품이었을 확률은 $\frac{15}{29}$ 이다. a의 값은?
(단, 세 공장 A, B, C에서는 다른 제품은 생산되지 않는다.) [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 대기의 혼탁 정도를 나타내는 하나의 척도로 주간예 한 목표물을 볼 수 있는 최대거리인 시정거리를 사용한다. 상대습도가 70%일 때, 먼지농도 $d(\mu\text{g}/\text{m}^3)$ 와 시정거리 $x(\text{m})$ 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\log x = 3 + \log 1.2 - \log d$$

상대습도가 70%일 때, 시정거리가 3000(m)이상이 되기 위한 먼지농도의 최댓값은 $d_1(\mu\text{g}/\text{m}^3)$ 이다. d_1 의 값은? [3점]

- ① 0.1 ② 0.2 ③ 0.3 ④ 0.4 ⑤ 0.5

9. 수열 $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$a_n = \int_0^1 x^n(x-1) dx \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

$\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{5}{12}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $-\frac{1}{4}$

④ $-\frac{1}{6}$

⑤ $-\frac{1}{12}$

10. 0이 아닌 세 실수 a, b, c 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b+c$ 의 값은? [3점]

(가) a, b, c 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

(나) $ab=c$

(다) $a+3b+c = -3$

① -21

② -18

③ -15

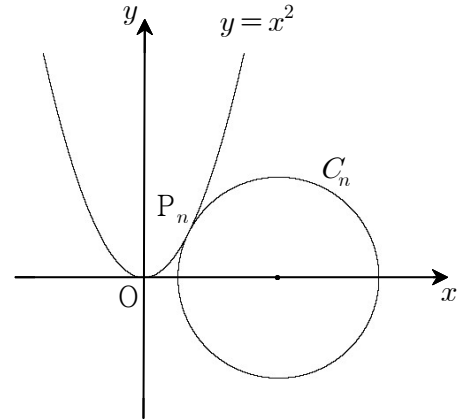
④ -12

⑤ -9

[11~12] 좌표평면에서 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $P_n(n, n^2)$ 과 중심이 x 축 위에 있는 원 C_n 은 다음 조건을 만족시킨다.

(단, $n=1, 2, 3, \dots$ 이다.)

- (가) 곡선 $y=x^2$ 과 원 C_n 은 점 P_n 에서 만난다.
 (나) 곡선 $y=x^2$ 과 원 C_n 은 점 P_n 에서 공통인 접선을 갖는다.



11번과 12번의 두 물음에 답하시오.

11. 원 C_1 의 중심의 x 좌표는? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

12. 원 C_n 의 넓이를 $S(n)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S(n)}{n^6}$ 의 값은? [3점]

- ① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

13. 세 집합 A, B, C 는 다음과 같다.

$$A = \left\{ (x, y) \mid \begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ab \\ b \end{pmatrix}, x, y \text{는 실수} \right\}$$

$$B = \{ (x, y) \mid y = x^2 + x + 1, x, y \text{는 실수} \}$$

$$C = \{ (x, y) \mid y = x - 1, x, y \text{는 실수} \}$$

$A \cap B \neq \emptyset, A \cap C \neq \emptyset$ 을 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

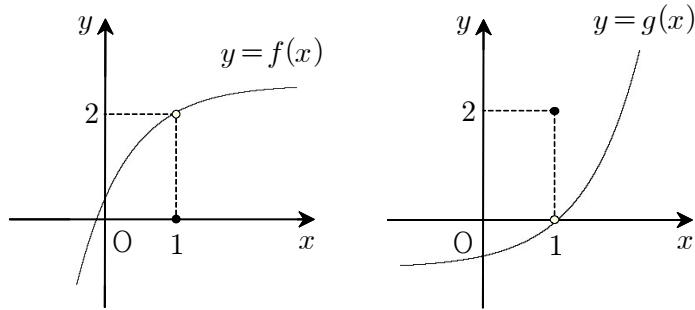
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 수직선 위의 원점에 위치한 점 A 가 있다. 주사위 1개를 던질 때 3의 배수의 눈이 나오면 점 A 를 양의 방향으로 3만큼 이동하고, 그 이외의 눈이 나오면 점 A 를 음의 방향으로 2만큼 이동하는 시행을 한다. 이와 같은 시행을 72회 반복할 때, 점 A 의 좌표를 확률변수 X 라 하자. 확률 $P(X \geq 11)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

- ① 0.0228 ② 0.0401 ③ 0.0668
④ 0.1056 ⑤ 0.1587

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.00	0.3413
1.25	0.3944
1.50	0.4332
1.75	0.4599
2.00	0.4772

15. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

- ㄱ. 함수 $f(x)+g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
 ㄴ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $\frac{f(x)+ax}{g(x)+bx}$ 가 $x=1$ 에서 연속이면 $a+b=-4$ 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 - A = O, \quad A - B = E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, O 는 영행렬이고, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $AB = O$

ㄴ. $A \neq E$ 이면 A 의 역행렬은 존재하지 않는다.

ㄷ. $A+B$ 의 역행렬이 존재한다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 첫째항이 -8 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_{n+1} - 2 \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k} = 2^{n+1} (n^2 + n + 2) \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식에 의하여

$$a_n - 2 \sum_{k=1}^{n-1} \frac{a_k}{k} = 2^n (n^2 - n + 2) \quad (n \geq 2)$$

이다. 따라서 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n - \frac{2}{n} a_n = \boxed{\text{(가)}}$$

이므로

$$a_{n+1} - \frac{n+2}{n} a_n = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = \frac{a_n}{n(n+1)}$ 이라 하면

$$b_{n+1} - b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

이고, $b_2 = 0$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 2)$$

이다.

⋮

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(4)}{g(5)} + h(6)$ 의 값은?

[4점]

① 65

② 70

③ 75

④ 80

⑤ 85

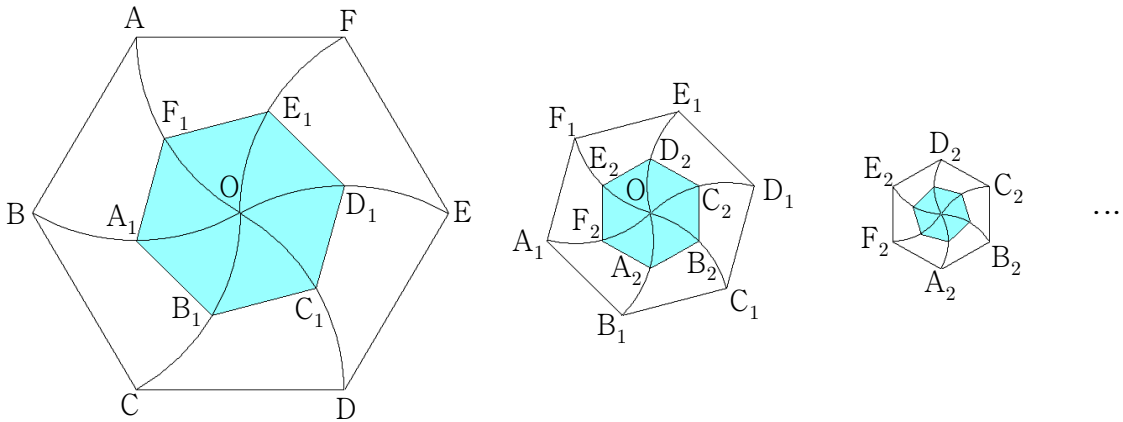
18. 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 길이가 2인 대각선의 교점을 O라 하자. 그림과 같이 꼭짓점 A, B, C, D, E, F를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60°만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A₁, B₁, C₁, D₁, E₁, F₁이라 하자.

정육각형 A₁B₁C₁D₁E₁F₁에서 꼭짓점 A₁, B₁, C₁, D₁, E₁, F₁을 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60°만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A₂, B₂, C₂, D₂, E₂, F₂라 하자.

정육각형 A₂B₂C₂D₂E₂F₂에서 꼭짓점 A₂, B₂, C₂, D₂, E₂, F₂를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60°만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A₃, B₃, C₃, D₃, E₃, F₃이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 정육각형 A_nB_nC_nD_nE_nF_n의 넓이를 S_n이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



① $\frac{7-3\sqrt{3}}{4}$

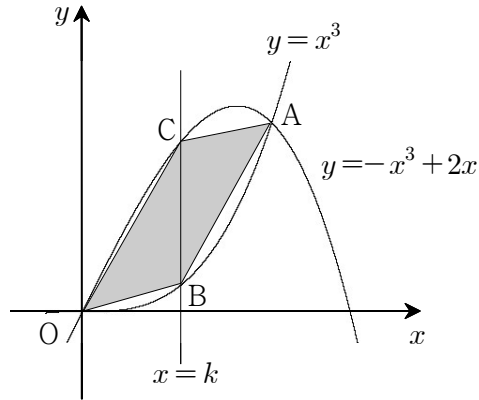
② $\frac{7-2\sqrt{3}}{4}$

③ $\frac{9-4\sqrt{3}}{4}$

④ $\frac{9-3\sqrt{3}}{4}$

⑤ $\frac{9-2\sqrt{3}}{4}$

19. 두 곡선 $y=x^3$, $y=-x^3+2x$ 의 교점 중 제1사분면에 있는 점을 A라 하고, 두 곡선 $y=x^3$, $y=-x^3+2x$ 와 직선 $x=k$ ($0 < k < 1$)의 교점을 각각 B, C라 하자. 사각형 OBAC의 넓이가 최대가 되도록 하는 실수 k 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

20. 양수 x 에 대하여 x 의 정수 부분을 $f(x)$ 라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} f(2^k) + \sum_{k=2}^{1024} f(\log_2 k)$ 의 값은? [4점]

① 9850

② 9950

③ 10050

④ 10150

⑤ 10250

21. 자연수 n 에 대하여 $S(n) = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 이라 하자. 두 조건

$$A \cup B \cup C = S(n), \quad A \cap B = \emptyset$$

을 만족시키도록 세 집합 A, B, C 를 정하는 방법의 수를 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [4점]

① $\frac{1}{5}$

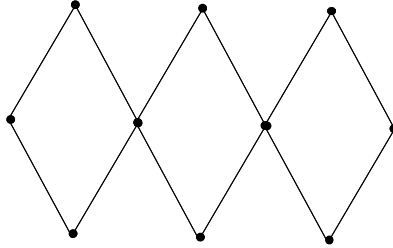
② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{3}{5}$

⑤ $\frac{2}{3}$

22. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬을 A 라 하자. 행렬 A 의 성분 중에서 1과 0의 개수를 각각 a, b 라 할 때, $b-a$ 의 값을 구하시오. [3점]



23. 로그방정식

$$\log_2(3x^2 + 7x) = 1 + \log_2(x+1)$$

의 해는 $x = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

24. 방정식 $x+3y+3z=32$ 를 만족시키는 자연수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 4$ 가 있다. 등식

$$\int_{-2}^2 f(x) dx = f(-a) + f(a)$$

를 만족시키는 실수 a 에 대하여 $3a^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n} \left\{ f\left(1 + \frac{1}{2n}\right) + f\left(1 + \frac{2}{2n}\right) + f\left(1 + \frac{3}{2n}\right) + \cdots + f\left(1 + \frac{n}{2n}\right) \right\}$$

의 값을 구하시오. [4점]

27. 책상 위에 있는 7개의 동전 중 3개는 앞면, 4개는 뒷면이 나와 있다. 이 중 임의로 3개의 동전을 택하여 뒤집어 놓았을 때, 7개의 동전 중 앞면이 나온 동전의 개수를 확률변수 X 라 하자. 확률변수 $7X$ 의 평균을 구하시오. [4점]

28. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq x \leq 1$ 에서 $f(x) = x^2 + 1$ 이다.
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이다.
(다) 모든 실수 x 에 대하여 $f(1-x) = f(1+x)$ 이다.

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = \int_{-n}^n f(x) dx$ ($n=1, 2, 3, \dots$)일 때, $a_7 = \frac{q}{p}$ 이다.
 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 첫째항이 20이고 공차가 -3 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이라 하자. $\sum_{k=1}^{20} b_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 자연수 n 에 대하여 $\log n$ 의 지표와 가수를 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하자.

좌표평면 위의 점 $P_n(f(n), g(n))$ 이 연립부등식

$$\begin{cases} y \geq \frac{1}{3}x \\ 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

x	$\log x$
2.1	0.3222
2.2	0.3424
3.1	0.4914
3.2	0.5051

의 영역에 속하도록 하는 자연수 n 의 개수를 오른쪽 상용로그표를 이용하여 구하시오. [4점]

제 3 교 시



2015학년도 육군사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

A형

성명	
----	--

수험번호									
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(A형/B형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 먼저 문제지에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- 답안지에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며 0이 포함된 경우에는 0을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

육 군 사 관 학 교

1. $(\log_6 4)^2 + (\log_6 9)^2 + 2\log_6 4 \times \log_6 9$ 의 값은? [2점]

① 1

② 4

③ 9

④ 16

⑤ 25

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A^2 + AB$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

3. 5개의 실수 $1, p, q, r, s$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고 $s-p=9$ 일 때, r 의 값은? [2점]

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

4. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A^c \cap B) = \frac{1}{5}$, $P(B|A^c) = \frac{3}{7}$ 일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^c 는 A 의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 다음은 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타낸 것이다.

X	0	1	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{14}$	$6a$	$\frac{3}{7}$	a	1

$E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{13}{10}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

6. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + (a+6)x + 2$ 가 극값을 갖지 않도록 하는 정수 a 의 개수는? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

7. 등식 $abc=1024$ 를 만족시키는 세 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [3점]

- ① 42 ② 48 ③ 54 ④ 60 ⑤ 66

8. 어느 상품의 수요량이 D , 공급량이 S 일 때의 판매가격을 P 라 하면 관계식

$$\log_2 P = C + \log_3 D - \log_9 S \quad (\text{단, } C \text{는 상수})$$

가 성립한다고 한다. 이 상품의 수요량이 9배로 증가하고 공급량이 3배로 증가하면 판매가격은 k 배로 증가한다. k 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

9. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2g(x)}{x^2} = 1$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + 3g(x)}{x^3} = 1$$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + g(x)}{x^3}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{4}{5}$

⑤ 1

10. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$x^2 \int_1^x f(t) dt - \int_1^x t^2 f(t) dt = x^4 + ax^3 + bx^2$$

을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

① 17

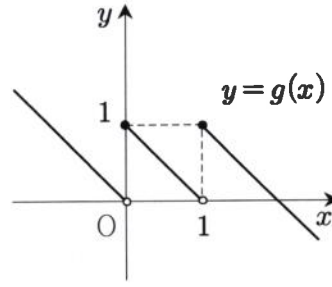
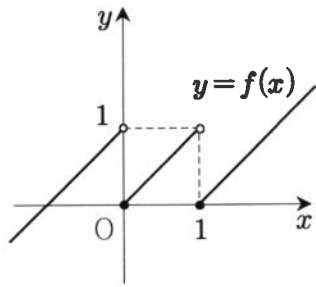
② 19

③ 21

④ 23

⑤ 25

11. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} g(x) = 2$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow +0} g(f(x)) = 0$

ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면

$$S_{2n-1} = \frac{2}{n+2}, S_{2n} = \frac{2}{n+1} \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1}$ 의 값은? [3점]

① -2

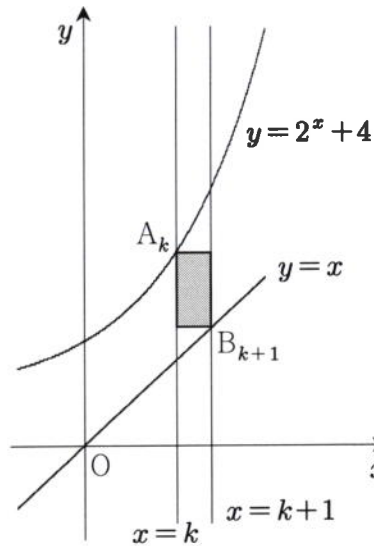
② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

13. 그림과 같이 좌표평면에서 직선 $x=k$ 가 곡선 $y=2^x+4$ 와 만나는 점을 A_k 라 하고, 직선 $x=k+1$ 이 직선 $y=x$ 와 만나는 점을 B_{k+1} 이라 하자. 선분 $A_k B_{k+1}$ 을 대각선으로 하고 각 변은 x 축 또는 y 축에 평행한 직사각형의 넓이를 S_k 라 할 때, $\sum_{k=1}^8 S_k$ 의 값은? [3점]



- ① 494 ② 496 ③ 498 ④ 500 ⑤ 502

14. 정규분포를 따르는 두 연속확률변수 X, Y 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $Y = aX$ ($a > 0$)
 (나) $P(X \leq 18) + P(Y \geq 36) = 1$
 (다) $P(X \leq 28) = P(Y \geq 28)$

$E(Y)$ 의 값은? [4점]

- ① 42 ② 44 ③ 46 ④ 48 ⑤ 50

15. 자연수 n 에 대하여 좌표평면에 점 A_n, B_n 을 다음과 같은 규칙으로 정한다.

(가) 점 A_1 의 좌표는 $(1, 2)$ 이다.

(나) 점 B_n 은 점 A_n 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동시킨 다음 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점이다.

(다) 점 A_{n+1} 은 점 B_n 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동시킨 다음 x 축과 y 축의 방향으로 각각 1만큼 평행이동시킨 점이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{A_n B_n}}{n}$ 의 값은? [4점]

① 1

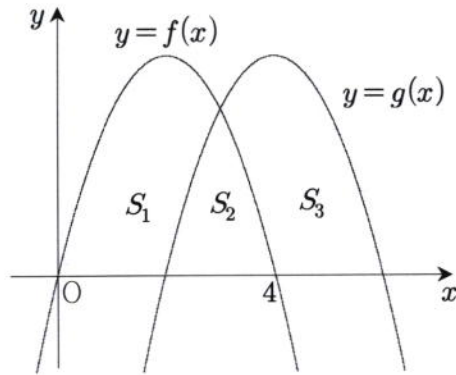
② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $2\sqrt{2}$

⑤ 4

16. 함수 $f(x) = -x(x-4)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시킨 곡선을 $y=g(x)$ 라 하자. 그림과 같이 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 세 부분의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 이라 할 때, $\frac{S_2}{S_1+S_3}$ 의 값은? [4점]



① $\frac{3}{22}$

② $\frac{7}{44}$

③ $\frac{2}{11}$

④ $\frac{9}{44}$

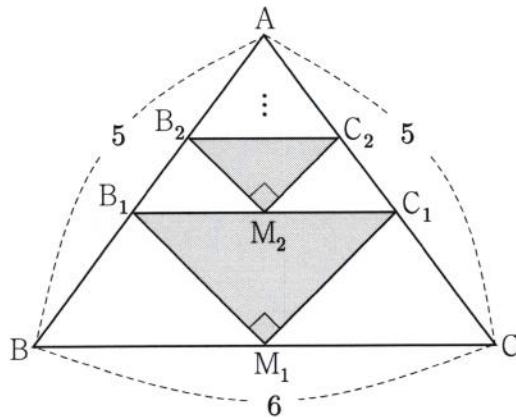
⑤ $\frac{5}{22}$

17. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 6$ 인 이등변삼각형 ABC 가 있다.

선분 BC 의 중점 M_1 을 잡고 두 선분 AB , AC 위에 각각 점 B_1 , C_1 을 $\angle B_1M_1C_1 = 90^\circ$ 이고 $\overline{B_1C_1} \parallel \overline{BC}$ 가 되도록 잡아 직각삼각형 $B_1M_1C_1$ 을 만든다.

선분 B_1C_1 의 중점 M_2 를 잡고 두 선분 AB_1 , AC_1 위에 각각 점 B_2 , C_2 를 $\angle B_2M_2C_2 = 90^\circ$ 이고 $\overline{B_2C_2} \parallel \overline{B_1C_1}$ 이 되도록 잡아 직각삼각형 $B_2M_2C_2$ 를 만든다.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 만든 직각삼각형 $B_nM_nC_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



① $\frac{47}{11}$

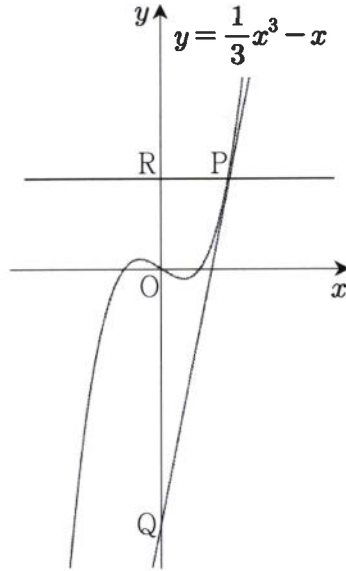
② $\frac{48}{11}$

③ $\frac{49}{11}$

④ $\frac{50}{11}$

⑤ $\frac{51}{11}$

18. 곡선 $y = \frac{1}{3}x^3 - x$ 위의 점 중에서 제1사분면에 있는 한 점을 $P(a, b)$ 라 하자. 점 P 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 Q 라 하고, 점 P 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 y 축과 만나는 점을 R 라 하자. $\overline{OQ} : \overline{OR} = 3 : 1$ 일 때, ab 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]



① 9

② 12

③ 15

④ 18

⑤ 21

19. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB = O, (A+2B)(2A-B) = E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $BA = O$

ㄴ. 행렬 $A+B$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄷ. $A^2 + B^2 = \frac{1}{2}E$ 이면 $B = O$ 이다.

① ㄴ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(I) $a_1 = 2$ 이고 $a_n < a_{n+1}$ ($n \geq 1$) 이다.

(II) $b_n = \frac{1}{2} \left(n+1 - \frac{1}{n+1} \right)$ ($n \geq 1$) 이라 할 때, 좌표평면에서 네 직선 $x = a_n, x = a_{n+1}, y = 0, y = b_n x$ 에 동시에 접하는 원 T_n 이 존재한다.

다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이다.

원점을 O 라 하고, 원 T_n 의 반지름의 길이를 r_n 이라 하자.

직선 $x = a_n$ 과 두 직선 $y = 0, y = b_n x$ 의 교점을 각각 A_n, B_n 이라 하고,

원 T_n 과 세 직선 $x = a_n, y = b_n x, y = 0$ 의 접점을 각각 C_n, D_n, E_n 이라 하면

$\overline{A_n B_n} = a_n b_n$ 이고 $\overline{O B_n} = a_n \sqrt{\text{(가)} + b_n^2}$ 이다.

$$\begin{aligned} \overline{O D_n} &= \overline{O B_n} + \overline{B_n D_n} = \overline{O B_n} + \overline{B_n C_n} \\ &= a_n \sqrt{\text{(가)} + b_n^2} + a_n b_n - r_n \end{aligned}$$

$$\overline{O E_n} = a_n + r_n$$

$\overline{O D_n} = \overline{O E_n}$ 이므로

$$r_n = \frac{a_n (b_n - 1 + \sqrt{\text{(가)} + b_n^2})}{2}$$

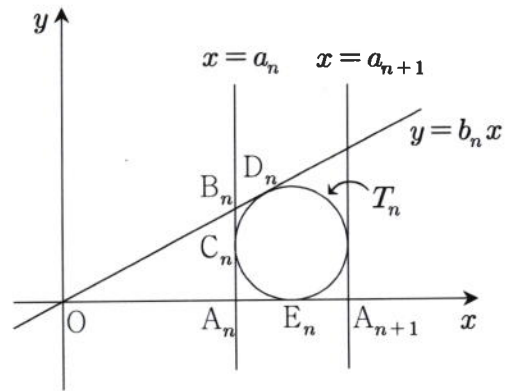
$$\therefore a_{n+1} = a_n + 2r_n = \text{(나)} \times a_n \quad (n \geq 1)$$

이때 $a_1 = 2$ 이고

$$a_n = \text{ } \times a_{n-1} = \text{ } \times a_{n-2} = \dots = \text{ } \times a_1$$

이므로

$$a_n = \text{(다)}$$



위의 과정에서 (가)에 알맞은 수를 p 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $p + f(4) + g(4)$ 의 값은? [4점]

① 54

② 55

③ 56

④ 57

⑤ 58

22. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-3}{x-2} = 4$ 를 만족시킨다. 함수 $g(x) = x^2 f(x)$ 에 대하여 $g'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 다섯 개의 꼭짓점 A, B, C, D, E로 이루어진 그래프가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 꼭짓점 A에 연결된 변의 개수는 4이다.
 (나) 꼭짓점 B, C, D에 연결된 변의 개수는 모두 2로 같다.

이 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합의 최댓값을 구하시오.
 (단, 한 꼭짓점에서 자기 자신으로 가는 변이 없고, 두 꼭짓점 사이에 많아야 한 개의 변이 존재한다.) [3점]

24. 어느 통신 회사의 스마트폰 사용 고객들의 올해 7월의 데이터 사용량은 모평균이 m (GB), 모표준편차가 1.2(GB)인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고객들 중에서 n 명을 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간이 $[a, b]$ 일 때, $b-a \leq 0.56$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 으로 계산한다.) [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (a_{2k-1} + a_{2k}) = 2n^2 - n$$

을 만족시킨다. $a_{10} + a_{11} = 20$ 일 때, $a_9 + a_{12}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) B = A^{-1}BA$$

(나) 두 행렬 A, B 의 모든 성분의 합은 각각 1, 8이다.

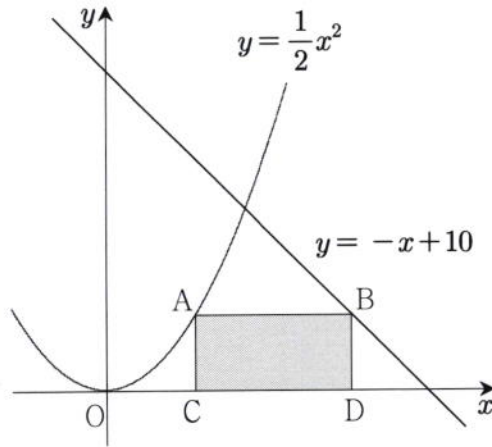
행렬 X_n 을

$$X_n = (A^{-1})^n B A^n + B^n A (B^{-1})^n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이라 할 때, 행렬 $X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{10}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [4점]

27. 주머니 A에는 흰 구슬 2개, 검은 구슬 1개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 구슬 1개, 검은 구슬 2개가 들어 있다. 한 개의 주사위를 던져서 3의 배수의 눈이 나오면 주머니 A에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼내고, 3의 배수가 아닌 눈이 나오면 주머니 B에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼낸다. 주사위를 4번 던지고 난 후에 주머니 A에는 검은 구슬이, 주머니 B에는 흰 구슬이 각각 한 개씩 남아 있을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이고, 꺼낸 구슬은 다시 넣지 않는다.) [4점]

28. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 위의 점 중에서 제1사분면에 있는 점 $A\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 직선 $y = -x + 10$ 과 만나는 점을 B라 하고, 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 직사각형 ACDB의 넓이가 최대일 때, $10t$ 의 값을 구하시오. (단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.) [4점]

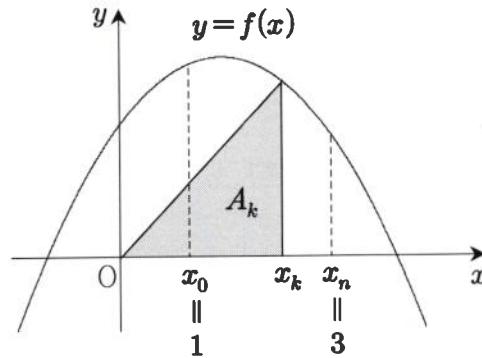


29. 함수 $f(x) = -4x^2 + 12x + 16$ 이 있다. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 닫힌 구간 $[1, 3]$ 을 n 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로

$$1 = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = 3$$

이라 하자. 세 점 $(0, 0)$, $(x_k, 0)$, $(x_k, f(x_k))$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를

$A_k (k=1, 2, \dots, n)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n} \sum_{k=1}^n A_k$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 자연수 n 에 대하여 $\log n$ 의 지표를 $f(n)$, 가수를 $g(n)$ 이라 할 때, 좌표평면에서 점 A_n 의 좌표를 $(f(n), g(n))$ 이라 하자. 10보다 크고 1000보다 작은 두 자연수 k, m ($k < m$)에 대하여 세 점 A_1, A_k, A_m 이 한 직선 위에 있을 때, $k+m$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

제 3 교 시



2016학년도 국군간호사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

A형

성명	
----	--

수험번호									
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 유형이 A형인지 확인하십시오.
- 먼저 문제지에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- 답안지에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며 '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

국 군 간 호 사 관 학 교

1. $\log_4 72 - \log_2 6$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{\sqrt{2}}{4}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\sqrt{2}$

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $AB + A$ 의 (1, 2) 성분은? [2점]

① 4

② 5

③ 6

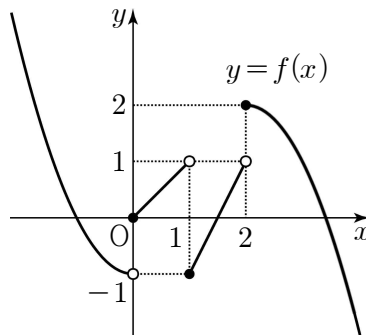
④ 7

⑤ 8

3. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 13x + 10$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2-0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A \cup B) = \frac{5}{6}, P(A^c \cap B) = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

6. 첫째항이 1이고, 둘째항이 p 인 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_{n+2} = a_n + 2$ ($n \geq 1$)를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 70$ 일

때, 상수 p 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 어느 과수원에서 생산되는 사과 무게는 평균이 350 g이고 표준편차가 30 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 과수원에서 생산된 사과 중에서 임의로 선택한 9개의 무게의 평균이 345 g 이상 365 g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.6687
 ④ 0.7745 ⑤ 0.8185

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

8. 어느 액체의 끓는 온도 $T(^{\circ}\text{C})$ 와 증기압 $P(\text{mmHg})$ 사이에는 다음 관계식이 성립한다.

$$\log P = k - \frac{1000}{T + 250} \quad (\text{단, } k \text{는 상수})$$

이 액체의 끓는 온도가 0°C 일 때와 50°C 일 때의 증기압을 각각 $P_1(\text{mmHg})$, $P_2(\text{mmHg})$ 라 할

때, $\frac{P_2}{P_1}$ 의 값은? [3점]

- ① $10^{\frac{1}{4}}$ ② $10^{\frac{1}{3}}$ ③ $10^{\frac{1}{2}}$ ④ $10^{\frac{2}{3}}$ ⑤ $10^{\frac{3}{4}}$

9. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{3^n} - 4\right) = 2$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 2^n}{3^{n-1} + 4}$ 의 값은? [3점]

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

10. 연립방정식

$$\begin{cases} \log_x y = \log_3 8 \\ 4(\log_2 x)(\log_3 y) = 3 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$ 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은? (단, $\alpha > 1$ 이다.) [3점]

① 4

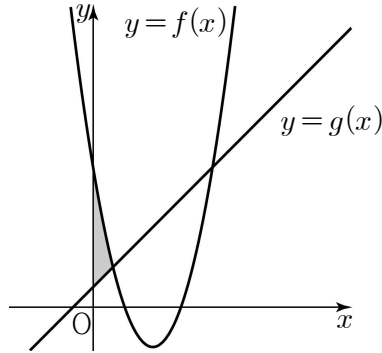
② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

[11~12] 자연수 n 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 를

$$f(x) = x^2 - 6x + 7,$$

$$g(x) = x + n$$

이라 하자. 11번과 12번의 두 물음에 답하시오.



11. $n=1$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 직선 $y=g(x)$ 로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{8}{3}$

② $\frac{17}{6}$

③ 3

④ $\frac{19}{6}$

⑤ $\frac{10}{3}$

12. 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=g(x)$ 가 만나는 두 점 사이의 거리를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n^2$ 의 값은?

[3점]

① 780

② 800

③ 820

④ 840

⑤ 860

13. 5개의 꼭짓점으로 이루어진 그래프 G 의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬을 M 이라 할 때, 행렬 M^2 이 다음과 같다.

$$M^2 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

행렬 M 의 성분 중 1의 개수를 a , 그래프 G 의 꼭짓점 중 연결된 변의 개수가 짝수인 것의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, 한 꼭짓점에서 자기 자신으로 가는 변이 없고, 두 꼭짓점 사이에 많아야 한 개의 변이 존재한다.) [3점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21
14. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $2x^3 + ax^2 + 6x - 3 = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 정수 a 의 개수는? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

15. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB = A - B, \quad 2BA + 2B = A^2$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

————— <보 기> —————

ㄱ. $AB = BA$

ㄴ. $A - 3E$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄷ. $(A + B)^2 = 16B^2$

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

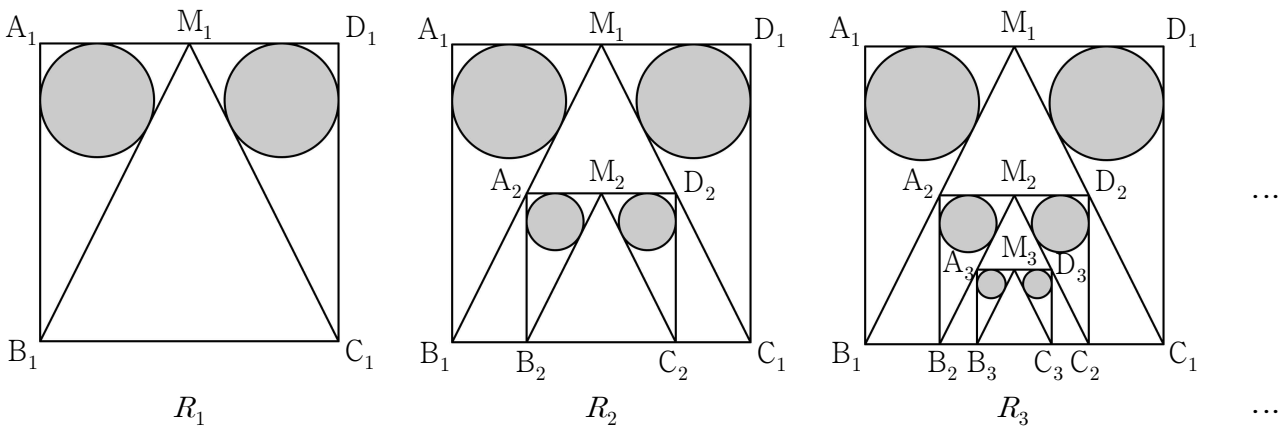
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 그림과 같이 변 A_1D_1 의 중점을 M_1 이라 할 때, 두 삼각형 $A_1B_1M_1$ 과 $M_1C_1D_1$ 에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 두 꼭짓점이 변 B_1C_1 위에 있고 삼각형 $M_1B_1C_1$ 에 내접하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린 후 변 A_2D_2 의 중점을 M_2 라 할 때, 두 삼각형 $A_2B_2M_2$ 와 $M_2C_2D_2$ 에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 두 꼭짓점이 변 B_2C_2 위에 있고 삼각형 $M_2B_2C_2$ 에 내접하는 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$ 을 그린 후 변 A_3D_3 의 중점을 M_3 이라 할 때, 두 삼각형 $A_3B_3M_3$ 과 $M_3C_3D_3$ 에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



① $\frac{4(7-3\sqrt{5})}{3}\pi$

② $\frac{4(8-3\sqrt{5})}{3}\pi$

③ $\frac{5(7-3\sqrt{5})}{3}\pi$

④ $\frac{5(8-3\sqrt{5})}{3}\pi$

⑤ $\frac{5(9-4\sqrt{5})}{3}\pi$

17. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) = ax^2$ ($0 \leq x < 2$)

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x) + 2$ 이다.

$\int_1^7 f(x) dx$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

① 20

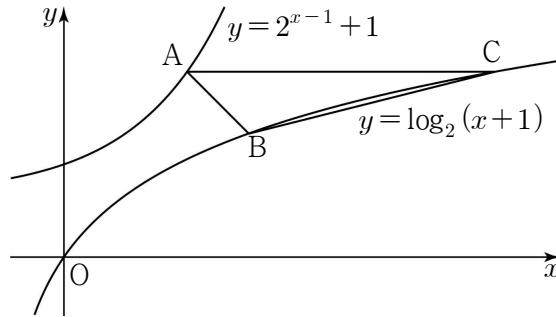
② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

18. 그림과 같이 곡선 $y=2^{x-1}+1$ 위의 점 A와 곡선 $y=\log_2(x+1)$ 위의 두 점 B, C에 대하여 두 점 A와 B는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이고, 직선 AC는 x 축과 평행하다. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 (p, q) 일 때, $p+q$ 의 값은? [4점]



① $\frac{16}{3}$

② $\frac{17}{3}$

③ 6

④ $\frac{19}{3}$

⑤ $\frac{20}{3}$

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -\frac{5}{3}$ 이고

$$a_{n+1} = -\frac{3a_n + 2}{a_n} \quad (n \geq 1) \quad \dots\dots (*)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

(*)에서

$$a_{n+1} + 2 = -\frac{a_n + \boxed{\text{(가)}}}{a_n} \quad (n \geq 1)$$

이다. 여기서

$$b_n = \frac{1}{a_n + 2} \quad (n \geq 1)$$

이라 하면 $b_1 = 3$ 이고

$$b_{n+1} = 2b_n - \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$$

이므로

$$a_n = \frac{1}{\boxed{\text{(다)}}} - 2 \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고, (다)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p \times q \times f(5)$ 의 값은? [4점]

① 54

② 58

③ 62

④ 66

⑤ 70

20. 바닥에 놓여 있는 5개의 동전 중 임의로 2개의 동전을 선택하여 뒤집는 시행을 하기로 한다.
2개의 동전은 앞면이, 3개의 동전은 뒷면이 보이도록 바닥에 놓여있는 상태에서 이 시행을 3번 반복한 결과 2개의 동전은 앞면이, 3개의 동전은 뒷면이 보이도록 바닥에 놓여 있을 확률은?
(단, 동전의 크기와 모양은 모두 같다.) [4점]

① $\frac{77}{125}$

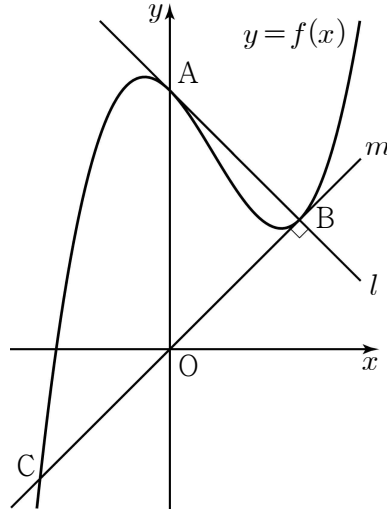
② $\frac{31}{50}$

③ $\frac{78}{125}$

④ $\frac{157}{250}$

⑤ $\frac{79}{125}$

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 가 y 축과 만나는 점을 A라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선을 l 이라 할 때, 직선 l 이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중에서 A가 아닌 점을 B라 하자. 또, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 B에서의 접선을 m 이라 할 때, 직선 m 이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중에서 B가 아닌 점을 C라 하자. 두 직선 l, m 이 서로 수직이고 직선 m 의 방정식이 $y=x$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 C에서의 접선의 기울기는? (단, $f(0) > 0$ 이다.) [4점]



① 8

② 9

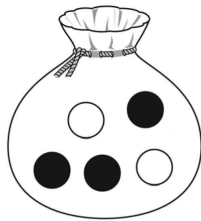
③ 10

④ 11

⑤ 12

22. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - kx + 72 = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha, \beta, \alpha + \beta$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]

23. 주머니에 크기와 모양이 같은 흰 공 2개와 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 색을 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 두 번 반복하여 두 번째 꺼낸 공이 흰 공이었을 때, 첫 번째 꺼낸 공도 흰 공이었을 확률이 p 이다. $40p$ 의 값을 구하시오. [3점]



24. 함수 $f(x) = 3x^2 + 4x$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & (0 \leq x \leq 1) \\ a(x-4) & (1 < x \leq 4) \end{cases}$$

일 때, $E(6X+5)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

26. 수직선 위의 원점에 있는 두 점 A, B를 다음의 규칙에 따라 이동시킨다.

- (가) 주사위를 던져 5 이상의 눈이 나오면 A를 양의 방향으로 2만큼, B를 음의 방향으로 1만큼 이동시킨다.
- (나) 주사위를 던져 4 이하의 눈이 나오면 A를 음의 방향으로 2만큼, B를 양의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

주사위를 5번 던지고 난 후 두 점 A, B 사이의 거리가 3 이하가 될 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

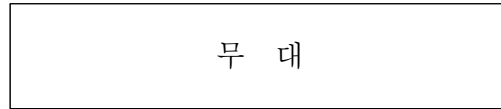
27. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\begin{cases} a_{2n-1} = 2^{n+1} - 3 & (n \geq 1) \\ a_{2n} = 4^{n-1} + 2^n & (n \geq 1) \end{cases}$$

일 때, $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 하자. 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 T_n 이라

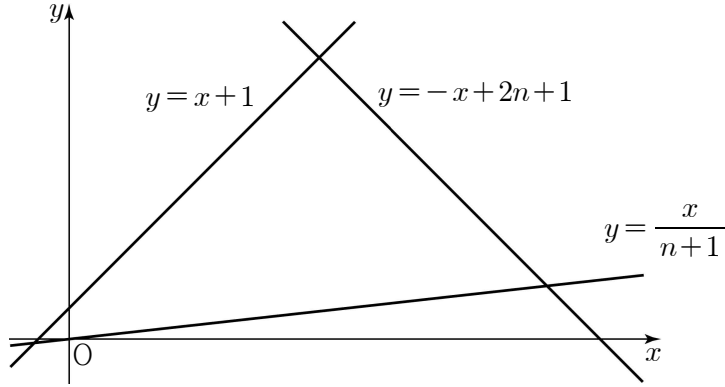
할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_{4n}}{T_{2n-1}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 어느 공연장에 15개의 좌석이 일렬로 배치되어 있다. 이 좌석 중에서 서로 이웃하지 않도록 4개의 좌석을 선택하려고 한다. 예를 들면, 아래 그림의 색칠한 부분과 같이 좌석을 선택한다.



이와 같이 좌석을 선택하는 경우의 수를 구하시오. (단, 좌석을 선택하는 순서는 고려하지 않는다.) [4점]

29. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 세 직선 $y = x + 1$, $y = -x + 2n + 1$, $y = \frac{x}{n+1}$ 로 둘러싸인 삼각형의 내부(경계선 제외)에 있는 점 (x, y) 중에서 x, y 가 모두 자연수인 점의 개수를 a_n 이라 하자. $a_n = 133$ 인 n 의 값을 구하시오. [4점]



30. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. $1 < x < 10^5$ 인 x 에 대하여 다음 두 조건을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱을 A 라 할 때, $\log A$ 의 값을 구하시오.
(단, $\log 3 = 0.4771$ 로 계산한다.) [4점]

$$(가) \sum_{k=1}^5 g(x^k) = g(x^{10}) + 2$$

$$(나) \sum_{k=1}^3 f(kx) = 3f(x)$$

제 3 교 시

2017학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

나형

성명

수험번호

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 먼저 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

1. $\left(2^{\frac{1}{3}} \times 2^{-\frac{4}{3}}\right)^{-2}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 4

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 2^{n+1}}{3^{n+1} - 2^n}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

3. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 의 평균이 5일 때, 자연수 n 의 값은? [2점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

4. 실수 x 에 대한 두 조건

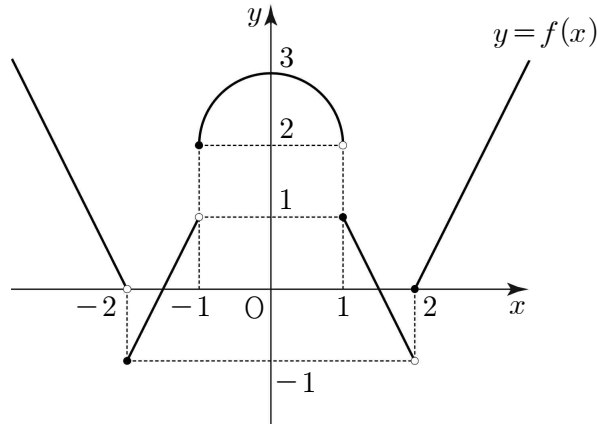
$$p : x^2 - (2+a)x + 2a \leq 0$$

$$q : x^2 - 2x - 15 \leq 0$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수 a 의 개수는? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

5. 함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x-2)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 한 개의 주사위를 던질 때 짝수의 눈이 나오는 사건을 A , 소수의 눈이 나오는 사건을 B 라 하자. $P(B|A) - P(B|A^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

7. 1이 아닌 두 양수 a, b 에 대하여 등식

$$\log_3 a = \frac{1}{\log_b 27}$$

이 성립할 때, $\log_a b^2 + \log_b a^2$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{22}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{26}{3}$

8. 함수 $f(x) = x(x-3)(x-a)$ 의 그래프 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선과 점 $(3, 0)$ 에서의 접선이 서로 수직이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

9. 주머니 속에 흰 공이 5개, 검은 공이 3개 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 나오는 검은 공의 개수를 확률변수 X 라 하자. $E(X)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$

② $\frac{7}{4}$

③ 2

④ $\frac{9}{4}$

⑤ $\frac{5}{2}$

10. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 집합 P 를

$$P = \left\{ \frac{x_1}{10} + \frac{x_2}{10^2} + \frac{x_3}{10^3} \mid x_1 \in A, x_2 \in A, x_3 \in A \right\}$$

라 하자. 집합 P 의 원소 중 41번째로 큰 원소는 $\frac{a}{10} + \frac{b}{10^2} + \frac{c}{10^3}$ 이다. $a+b+c$ 의 값은? [3점]

① 11

② 13

③ 15

④ 17

⑤ 19

13. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$x^4 - 4x^3 + 12x \geq 2x^2 + a$$

가 성립할 때, 실수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① -11 ② -10 ③ -9 ④ -8 ⑤ -7

14. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 두 함수 $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow A$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(3) = 5$, $g(2) = 3$

(나) 어떤 $x \in B$ 에 대하여 $g(x) = x$ 이다.

(다) 모든 $x \in A$ 에 대하여 $(f \circ g \circ f)(x) = x + 1$ 이다.

$f(1) + g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

15. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_6 - S_3 = 6, S_{12} - S_6 = 72$$

일 때, $a_{10} + a_{11} + a_{12}$ 의 값은? [4점]

① 48

② 51

③ 54

④ 57

⑤ 60

16. 이차함수 $f(x) = x^2 + mx - 8$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{k}{n}\right)$$

를 만족시킬 때, 함수 $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ 는 $x = \alpha$ 에서 극소이다. α 의 값은? (단, m 은 상수이다.)

[4점]

① -4

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 4

17. 주머니에 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 다섯 개의 구슬이 들어 있다. 주머니에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼내어 구슬에 적혀 있는 숫자를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 4회 반복하여 얻은 4개의 수 중에서 3개의 수의 합의 최댓값을 N 이라 하자. 다음은 $N \geq 14$ 일 확률을 구하는 과정이다.

(i) $N=15$ 인 경우

5가 적힌 구슬이 4회 나올 확률은 $\frac{1}{625}$ 이고,

5가 적힌 구슬이 3회, 4 이하의 수가 적힌 구슬 중 한 개가 1회 나올 확률은

$\frac{\boxed{\text{(가)}}}{625}$ 이다.

(ii) $N=14$ 인 경우

5가 적힌 구슬이 2회, 4가 적힌 구슬이 2회 나올 확률은 $\frac{6}{625}$ 이고,

5가 적힌 구슬이 2회, 4가 적힌 구슬이 1회, 3 이하의 수가 적힌 구슬 중 한 개가 1회

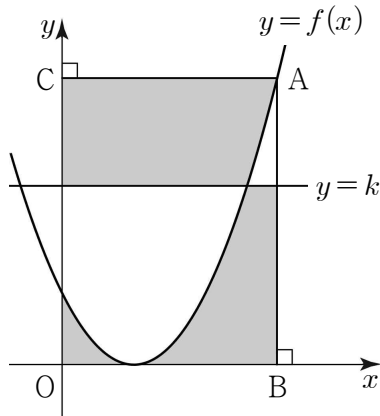
나올 확률은 $\frac{\boxed{\text{(나)}}}{625}$ 이다.

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{\boxed{\text{(다)}}}{625}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 96 ② 101 ③ 106 ④ 111 ⑤ 116

18. 그림과 같이 함수 $f(x) = (x-1)^2$ 의 그래프 위의 점 $A(3, 4)$ 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 B, C 라 하자. 직사각형 $OBAC$ 의 내부에서 연립부등식 $\begin{cases} y \leq f(x) \\ y \leq k \end{cases}$ 를 만족시키는 영역의 넓이를 S_1 , 직사각형 $OBAC$ 의 내부에서 연립부등식 $\begin{cases} y \geq f(x) \\ y \geq k \end{cases}$ 를 만족시키는 영역의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 = S_2$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, $1 < k < 4$ 이다.) [4점]



① $\frac{7}{3}$

② $\frac{8}{3}$

③ 3

④ $\frac{10}{3}$

⑤ $\frac{11}{3}$



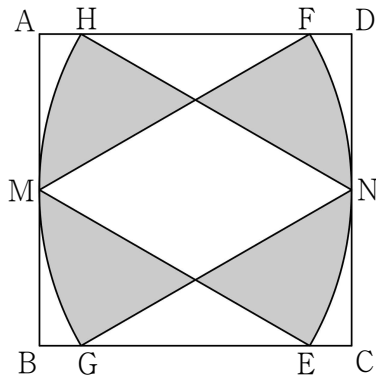
19. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형 ABCD가 있다. 두 선분 AB, CD의 중점을 각각 M, N이라 하자. 두 선분 BC, AD 위에 $\overline{ME} = \overline{MF} = \overline{AB}$ 가 되도록 각각 점 E, F를 잡고, 중심이 M인 부채꼴 MEF를 그린다. 두 선분 BC, AD 위에 $\overline{NG} = \overline{NH} = \overline{AB}$ 가 되도록 각각 점 G, H를 잡고, 중심이 N인 부채꼴 NHG를 그린다. 두 부채꼴 MEF, NHG의 내부에서 공통부분을 제외한 나머지 부분에 와 같이 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

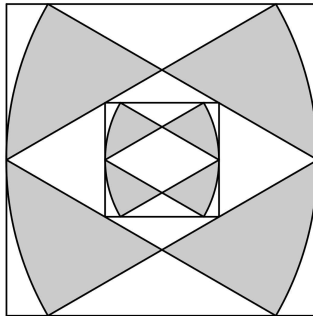
그림 R_1 에서 두 부채꼴 MEF, NHG의 공통부분인 마름모의 각 변에 꼭짓점이 있고, 네 변이 정사각형 ABCD의 네 변과 각각 평행한 정사각형을 그린다. 새로 그려진 정사각형에 그림 R_1 을 얻은 방법과 같은 방법으로 2개의 부채꼴을 각각 그린 다음 2개의 부채꼴의 내부에서 공통부분을 제외한 나머지 부분에 와 같이 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때,

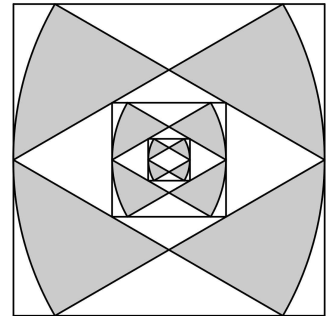
$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



R_1



R_2



R_3

...

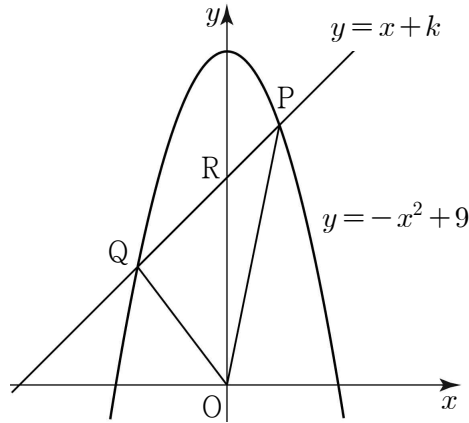
...

- ① $8\sqrt{3}(\pi - \sqrt{3})$
- ④ $11\sqrt{3}(\pi - \sqrt{3})$

- ② $9\sqrt{3}(\pi - \sqrt{3})$
- ⑤ $12\sqrt{3}(\pi - \sqrt{3})$

- ③ $10\sqrt{3}(\pi - \sqrt{3})$

20. 그림과 같이 직선 $y=x+k$ ($3 < k < 9$)가 곡선 $y=-x^2+9$ 와 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하고, y 축과 만나는 점을 R라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O는 원점이고, 점 P의 x 좌표는 점 Q의 x 좌표보다 크다.) [4점]



<보 기>

ㄱ. 선분 PQ의 중점의 x 좌표는 $-\frac{1}{2}$ 이다.

ㄴ. $k=7$ 일 때, 삼각형 ORQ의 넓이는 삼각형 OPR의 넓이의 2배이다.

ㄷ. 삼각형 OPQ의 넓이는 $k=6$ 일 때 최대이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ t - f(x) & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 a 의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 예를 들어 $h(0) = 3$ 이다. $h(t) = 3$ 을 만족시키는 모든 정수 t 의 개수는? [4점]

① 55

② 57

③ 59

④ 61

⑤ 63

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 1$, $a_5 = 7$ 일 때, a_9 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 함수 $f(x) = 4x + 5$, $g(x) = \sqrt{2x + 1}$ 에 대하여 $(f \circ g^{-1})(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x^2 - x - 1} = \frac{1}{2}$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{2x^2 - x - 1} = 4$$

$f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 방정식 $(x+y+z)(s+t) = 49$ 를 만족시키는 자연수 x, y, z, s, t 의 모든 순서쌍 (x, y, z, s, t) 의 개수를 구하시오. [3점]

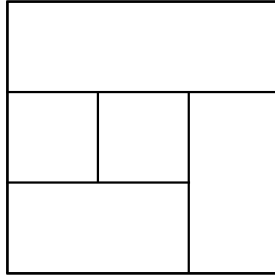
26. 사관학교에서는 사관생도들에게 세 국가 A, B, C에서 해외 파견 교육을 받을 수 있도록 하고 있다. 해외 파견 교육 대상 사관생도를 선발하기 위해 희망자를 조사하였더니 하나 이상의 국가를 신청한 사관생도의 수가 70명이었고, 그 결과는 다음과 같았다.

- (가) A 또는 B를 신청한 사관생도는 43명이다.
- (나) B 또는 C를 신청한 사관생도는 51명이다.
- (다) A와 C를 동시에 신청한 사관생도는 없다.

B를 신청한 사관생도의 수를 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 5개의 영역으로 나누어진 도형을 서로 다른 4가지 색을 사용하여 모든 영역을 칠하려고 한다. 다음 조건을 만족시키도록 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 경계가 일부라도 닿은 두 영역은 서로 이웃한 영역으로 본다.) [4점]

(가) 4가지의 색의 전부 또는 일부를 사용한다.
 (나) 서로 이웃한 영역은 서로 다른 색으로 칠한다.



28. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여

$$X \not\subset A, X \not\subset B, X \subset (A \cup B)$$

를 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하시오. [4점]

29. 자연수 n 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = n^2$ 과 곡선 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$)이 서로 다른 네 점에서 만날 때, 이 네 점을 꼭짓점으로 하는 직사각형을 만든다. 이 직사각형에서 긴 변의 길이가 짧은 변의 길이의 2배가 되도록 하는 k 의 값을 $f(n)$ 이라 하자. $\sum_{n=1}^{12} f(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \geq 0$ 일 때, $f(x) = x^2 - 2x$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) + f(x) = 0$ 이다.

실수 t 에 대하여 닫힌 구간 $[t, t+1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자.

좌표평면에서 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을

구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

제 3 교 시

2018학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

나형

성명		수험번호								
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 먼저 **문제지**의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- **답안지**의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

1. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여
집합 $A^c \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 4^n + 3^n}{4^{n+1} - 2 \times 3^n}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$

③ 1

④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

3. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{2h} = 6$$

일 때, $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cap B^C) = \frac{1}{5}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{7}{15}$ ⑤ $\frac{8}{15}$

5. 곡선 $y = x^3 - 4x$ 위의 점 $(-2, 0)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

6. 함수 $f(x) = \frac{bx+1}{x+a}$ 의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 점 $(2, 1)$ 에 대하여 대칭일 때,

$a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 $ab \neq 1$ 인 상수이다.) [3점]

① -3

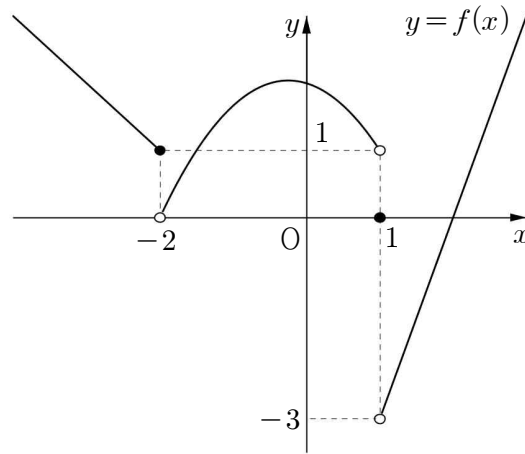
② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

7. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

8. $\log 6 = a$, $\log 15 = b$ 라 할 때, 다음 중 $\log 2$ 를 a , b 로 나타낸 것은? [3점]

① $\frac{2a-2b+1}{3}$

② $\frac{2a-b+1}{3}$

③ $\frac{a+b-1}{3}$

④ $\frac{a-b+1}{2}$

⑤ $\frac{a+2b-1}{2}$

9. 빨간 공 3개, 파란 공 2개, 노란 공 2개가 있다. 이 7개의 공을 모두 일렬로 나열할 때, 빨간 공끼리는 어느 것도 서로 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 45

② 50

③ 55

④ 60

⑤ 65

10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+7}-a}{x-2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$$

가 $x=2$ 에서 연속일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{4}$

③ 1

④ $\frac{5}{4}$

⑤ $\frac{3}{2}$

11. 집합 $X = \{2, 4, 6, 8\}$ 에서 X 로 의 일대일 대응 $f(x)$ 가

$$f(6) - f(4) = f(2), \quad f(6) + f(4) = f(8)$$

을 모두 만족시킬 때, $(f \circ f)(6) + f^{-1}(4)$ 의 값은? [3점]

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

12. 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 후 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프가 점 $(-8, 5)$ 를 지날 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

13. 다음 표는 어느 고등학교의 수학 점수에 대한 성취도의 기준을 나타낸 것이다.

성취도	A	B	C	D	E
수학 점수	89점 이상	79점 이상 ~ 89점 미만	67점 이상 ~ 79점 미만	54점 이상 ~ 67점 미만	54점 미만

예를 들어, 어떤 학생의 수학 점수가 89점 이상이면 성취도는 A이고, 79점 이상이고 89점 미만이면 성취도는 B이다. 이 학교 학생들의 수학 점수는 평균이 67점, 표준편차가 12점인 정규분포를 따른다고 할 때, 이 학교의 학생 중에서 수학 점수에 대한 성취도가 A 또는 B인 학생의 비율을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587 ④ 0.1915 ⑤ 0.3085

14. 원점에서 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도를 각각 $f(t)$, $g(t)$ 라 하면

$$f(t) = t^2 + t, \quad g(t) = 5t$$

이다. 두 점 P, Q가 출발 후 처음으로 만날 때까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① 82 ② 84 ③ 86 ④ 88 ⑤ 90

15. 함수 $f(x) = 4x^2 + ax$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n kf\left(\frac{k}{2n}\right) = 2$$

가 성립하도록 하는 상수 a 의 값은? [4점]

① $\frac{19}{2}$

② $\frac{39}{4}$

③ 10

④ $\frac{41}{4}$

⑤ $\frac{21}{2}$

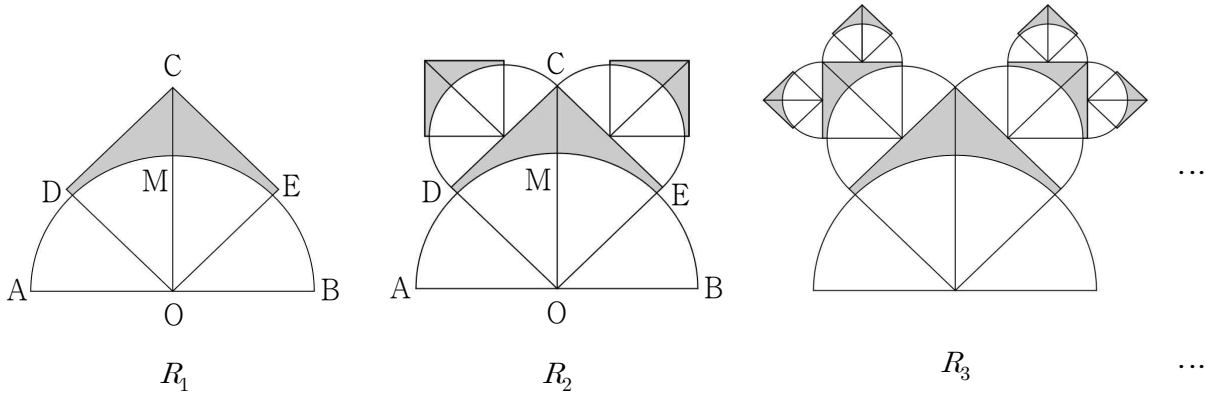
16. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 $A \cap X \neq \emptyset$, $B \cap X \neq \emptyset$ 을 모두 만족시키는 U 의 부분집합 X 의 개수는? [4점]

- ① 102 ② 104 ③ 106 ④ 108 ⑤ 110

17. 그림과 같이 길이 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 이 반원의 호 AB를 이등분하는 점을 M이라 하고 선분 OM을 3:1로 외분하는 점을 C라 하자. 선분 OC를 대각선으로 하는 정사각형 CDOE를 그리고, 정사각형의 내부와 반원의 외부의 공통부분인 ▲ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 두 선분 CD, CE를 각각 지름으로 하는 두 반원을 정사각형 CDOE의 외부에 그리고, 각각의 두 반원에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 ▲ 모양의 두 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

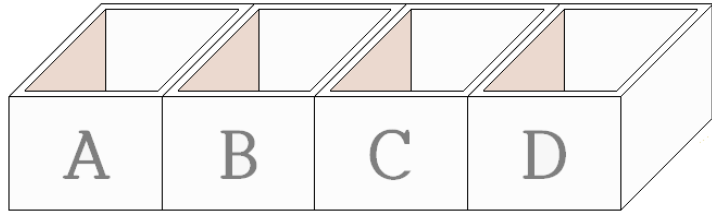
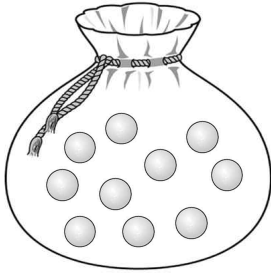
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{36-8\pi}{5}$
- ② $\frac{58-12\pi}{7}$
- ③ $\frac{72-16\pi}{7}$
- ④ $\frac{83-18\pi}{8}$
- ⑤ $\frac{91-20\pi}{8}$

18. 그림과 같이 10개의 공이 들어 있는 주머니와 일렬로 나열된 네 상자 A, B, C, D가 있다. 이 주머니에서 2개의 공을 동시에 꺼내어 이웃한 두 상자에 각각 한 개씩 넣는 시행을 5회 반복할 때, 네 상자 A, B, C, D에 들어 있는 공의 개수를 각각 a, b, c, d 라 하자. a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? (단, 상자에 넣은 공은 다시 꺼내지 않는다.)

[4점]



① 21

② 22

③ 23

④ 24

⑤ 25

19. 1부터 $(2n-1)$ 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 $(2n-1)$ 장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 서로 다른 3장의 카드를 택할 때, 택한 3장의 카드 중 짝수가 적힌 카드의 개수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, n 은 4 이상의 자연수이다.)

정수 $k(0 \leq k \leq 3)$ 에 대하여 확률변수 X 의 값이 k 일 확률은 짝수가 적혀 있는 카드 중에서 k 장의 카드를 택하고, 홀수가 적혀 있는 카드 중에서 $(\boxed{\text{가}} - k)$ 장의 카드를 택하는 경우의 수를 전체 경우의 수로 나눈 값이므로

$$P(X=0) = \frac{n(n-2)}{2(2n-1)(2n-3)}$$

$$P(X=1) = \frac{3n(n-1)}{2(2n-1)(2n-3)}$$

$$P(X=2) = \boxed{\text{나}}$$

$$P(X=3) = \frac{(n-2)(n-3)}{2(2n-1)(2n-3)}$$

이다. 그러므로

$$E(X) = \sum_{k=0}^3 \{k \times P(X=k)\}$$

$$= \frac{\boxed{\text{다}}}{2n-1}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 a 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $a \times f(5) \times g(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 22 ② $\frac{45}{2}$ ③ 23 ④ $\frac{47}{2}$ ⑤ 24

20. 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(6)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

(가) $f(2) = f'(2) = 0$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq -3$ 이다.

① 128

② 144

③ 160

④ 176

⑤ 192

21. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = x^2 + \frac{1}{n}$ 이라 하고 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} (x-1)f(x) & (x \geq 1) \\ (x-1)^2 f(x) & (x < 1) \end{cases}$$

이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{g(x)}{x-1} = 0$

ㄴ. $n=1$ 일 때, 함수 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 극솟값을 갖는다.

ㄷ. 함수 $g(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는 x 의 개수가 1인 n 의 개수는 5이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(300, \frac{2}{5}\right)$ 를 따를 때, $V(X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 14$, $a_4 + a_5 = 23$ 일 때, $a_7 + a_8 + a_9$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 곡선 $y=x^3$ 과 y 축 및 직선 $y=8$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]

25. $\left(x^n + \frac{1}{x}\right)^{10}$ 의 전개식에서 상수항이 45일 때, 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

26. 실수 x 에 대한 두 조건

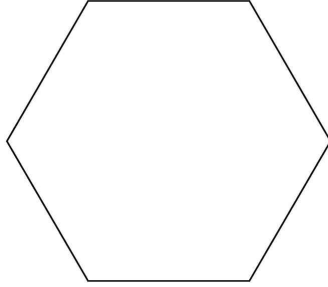
$$p: -3 \leq x < 5, \quad q: k-2 < x \leq k+3$$

에 대하여 명제

‘어떤 실수 x 에 대하여 p 이고 q 이다.’

가 참이 되도록 하는 정수 k 의 개수를 구하시오. [4점]

27. 한 변의 길이가 1인 정육각형의 6개의 꼭짓점 중에서 임의로 서로 다른 3개의 점을 택하여 이 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형의 넓이가 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 이상일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

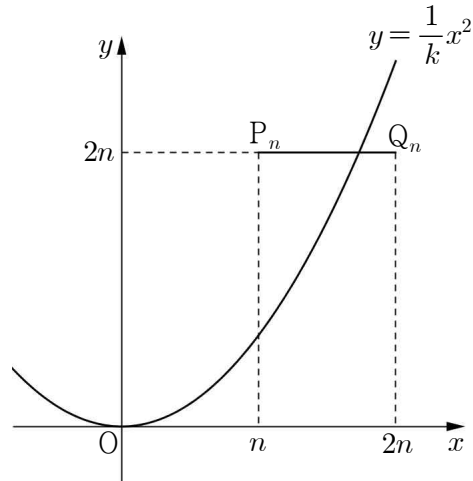


28. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $n^{\frac{4}{k}}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 자연수 k 의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어 $f(6)=3$ 이다. $f(n)=8$ 을 만족시키는 n 의 최솟값을 구하시오. [4점]

29. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위에 두 점 $P_n(n, 2n)$, $Q_n(2n, 2n)$ 이 있다. 선분 P_nQ_n 과

곡선 $y = \frac{1}{k}x^2$ 이 만나도록 하는 자연수 k 의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값을 구하시오.

[4점]



30. $a \leq 35$ 인 자연수 a 와 함수 $f(x) = -3x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 4$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = |f(x) - a|$$

라 할 때, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = b (b > 0)$ 이 서로 다른 4개의 점에서 만난다.

(나) 함수 $|g(x) - b|$ 가 미분가능하지 않은 실수 x 의 개수는 4이다.

두 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하시오. [4점]

제 3 교 시

2019학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

나형

성명		수험번호								
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 먼저 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

1. 함수 $f(x) = (x^2 + 2x)(2x + 1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + 2}{3n(2n-1) - n^2} = 3$ 을 만족시키는 상수 a 의 값은? [2점]

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

3. 자연수 7을 3개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [2점]

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

4. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - 3}{h} = 3$$

을 만족시킬 때, $f(1) + f'(1)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{5}{2}$

② 3

③ $\frac{7}{2}$

④ 4

⑤ $\frac{9}{2}$

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 a_4 = 2a_5, \quad a_5 = a_4 + 12a_3$$

일 때, $\log_2 a_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

6. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{2}{5}, \quad P(A \cup B) = \frac{4}{5}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

7. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n + 2}{2} & (a_n \text{ 은 짝수}) \\ \frac{a_n - 1}{2} & (a_n \text{ 은 홀수}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1 = 20$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

① 38

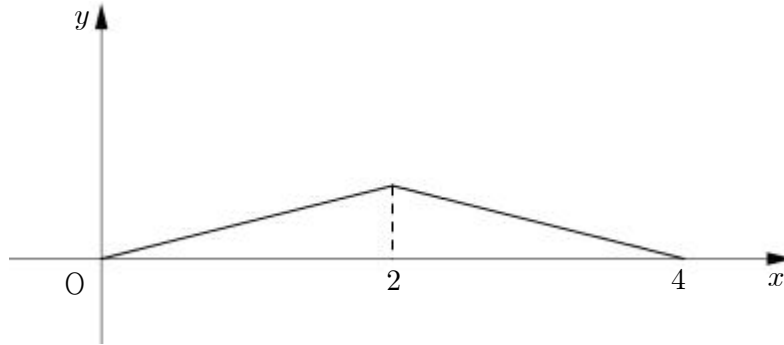
② 42

③ 46

④ 50

⑤ 54

8. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위가 $0 \leq X \leq 4$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같을 때, $P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq 3\right)$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{25}{32}$
- ② $\frac{13}{16}$
- ③ $\frac{27}{32}$
- ④ $\frac{7}{8}$
- ⑤ $\frac{29}{32}$

9. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_5 = a_1$, $S_{10} = 40$ 일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 22

10. 모평균이 85, 모표준편차가 6인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 할 때,

$$P(\bar{X} \geq k) = 0.0228$$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

을 만족시키는 상수 k 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

① 86

② 87

③ 88

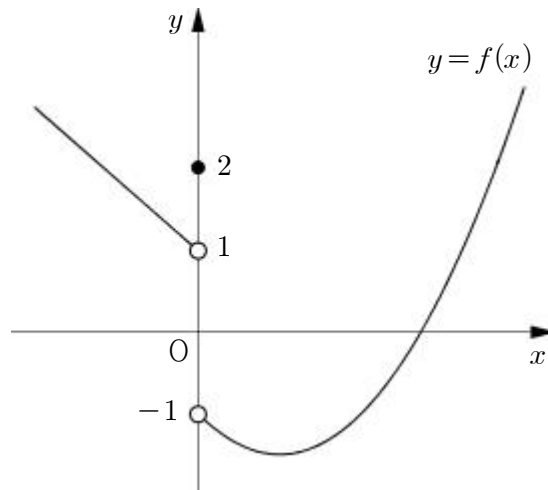
④ 89

⑤ 90

11. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x)}{f(x)} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x-1)g(x) = 3$$

일 때, $g(2)$ 의 값은? [3점]



① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

12. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $y = \frac{f(x)+5}{2-f(x)}$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x=4$, $y=-1$ 이다.

$f(1)=5$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

13. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: x^2 + ax - 8 > 0,$$

$$q: |x-1| \leq b$$

가 있다. $\sim p$ 가 q 이기 위한 필요충분조건이 되도록 하는 두 상수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 값은?

[3점]

① -1

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

14. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + \left(\int_0^1 f(x) dx \right)^2$$

을 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

① $\frac{9}{4}$

② $\frac{5}{2}$

③ $\frac{11}{4}$

④ 3

⑤ $\frac{13}{4}$

15. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{3, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 U 의 부분집합 X 가

$$A \cup X = X, \quad (B - A) \cap X = \{6\}$$

을 만족시킨다. $n(X) = 5$ 일 때, 모든 X 의 개수는? [4점]

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

16. 자연수 n 에 대하여 삼차함수 $y = n(x^3 - 3x^2) + k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 개수가 3이 되도록 하는 정수 k 의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

① 195

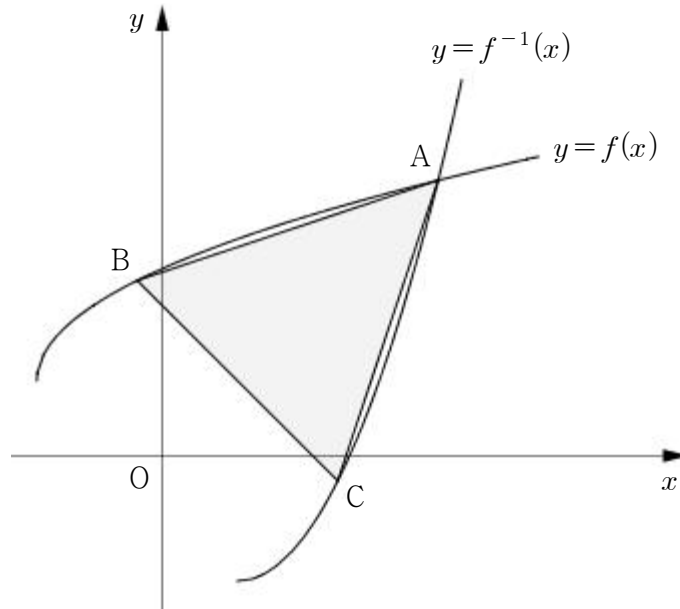
② 200

③ 205

④ 210

⑤ 215

17. 그림과 같이 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a\sqrt{x+5} + b$ 의 그래프와 역함수 $f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 A라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $B(-1, 7)$ 과 곡선 $y = f^{-1}(x)$ 위의 점 C에 대하여 삼각형 ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 삼각형 ABC의 넓이가 64일 때, ab 의 값은? (단, 점 C의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 작다.) [4점]



- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

18. 흰색 탁구공 3개와 주황색 탁구공 4개를 서로 다른 3개의 비어 있는 상자 A, B, C에 남김없이 넣으려고 할 때, 다음 조건을 만족시키도록 넣는 경우의 수는? (단, 탁구공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.) [4점]

- (가) 상자 A에는 흰색 탁구공을 1개 이상 넣는다.
 (나) 흰색 탁구공만 들어 있는 상자는 없도록 넣는다.

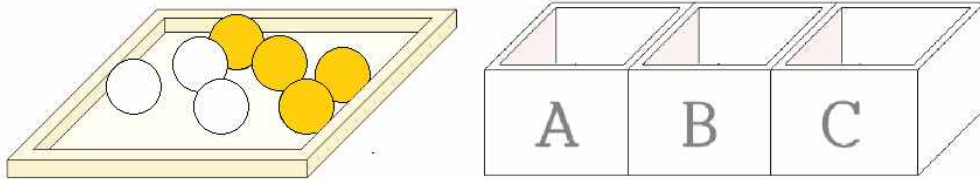
① 35

② 37

③ 39

④ 41

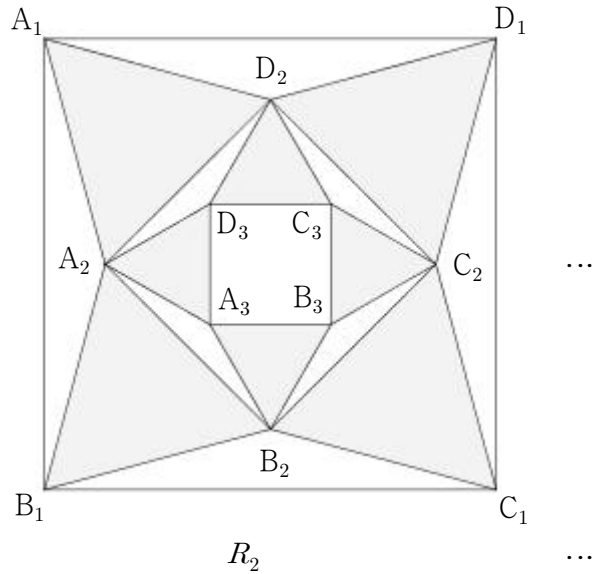
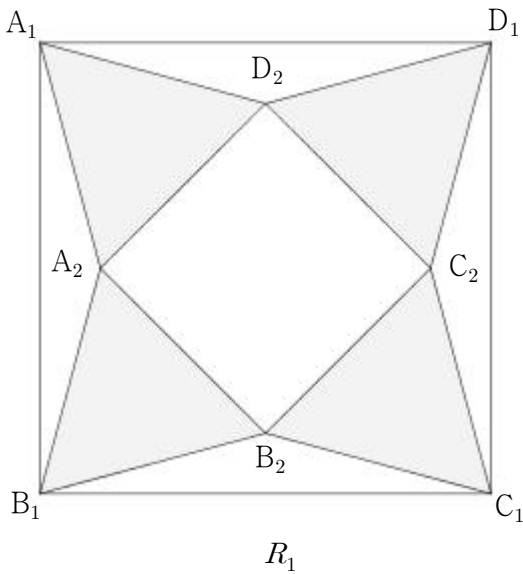
⑤ 43





19. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부에 네 점 A_2, B_2, C_2, D_2 를 네 삼각형 $A_2A_1B_1, B_2B_1C_1, C_2C_1D_1, D_2D_1A_1$ 이 모두 한 내각의 크기가 150° 인 이등변삼각형이 되도록 잡는다. 네 삼각형 $A_1A_2D_2, B_1B_2A_2, C_1C_2B_2, D_1D_2C_2$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

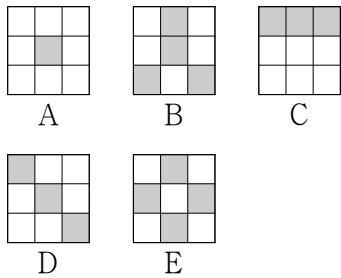
그림 R_1 에서 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부에 네 점 A_3, B_3, C_3, D_3 을 네 삼각형 $A_3A_2B_2, B_3B_2C_2, C_3C_2D_2, D_3D_2A_2$ 가 모두 한 내각의 크기가 150° 인 이등변삼각형이 되도록 잡는다. 네 삼각형 $A_2A_3D_3, B_2B_3A_3, C_2C_3B_3, D_2D_3C_3$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]

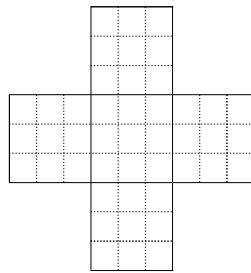


- ① $5 - \frac{3}{2}\sqrt{3}$
- ② $6 - 2\sqrt{3}$
- ③ $7 - \frac{5}{2}\sqrt{3}$
- ④ $8 - 3\sqrt{3}$
- ⑤ $9 - \frac{7}{2}\sqrt{3}$

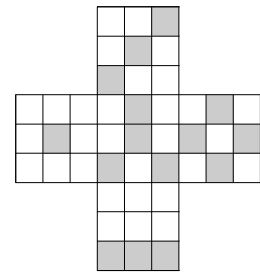
20. [그림 1]과 같이 5개의 스티커 A, B, C, D, E는 각각 흰색 또는 회색으로 칠해진 9개의 정사각형으로 이루어져 있다. 이 5개의 스티커를 모두 사용하여 [그림 2]의 45개의 정사각형으로 이루어진  모양의 판에 빈틈없이 붙여 문양을 만들려고 한다. [그림 3]은 스티커 B를  모양의 판의 중앙에 붙여 만든 문양의 한 예이다.




[그림 1]




[그림 2]



[그림 3]

다음은 5개의 스티커를 모두 사용하여 만들 수 있는 서로 다른 문양의 개수를 구하는 과정의 일부이다. (단,  모양의 판을 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

 모양의 판의 중앙에 붙이는 스티커에 따라 다음과 같이 3가지 경우로 나눌 수 있다.

(i) A 또는 E를 붙이는 경우

나머지 4개의 스티커를 붙일 위치를 정하는 경우의 수는 3!

이 각각에 대하여 4개의 스티커를 붙이는 경우의 수는 $1 \times 2 \times 4 \times 4$

그러므로 이 경우의 수는 $2 \times 3! \times 32$

(ii) B 또는 C를 붙이는 경우

나머지 4개의 스티커를 붙일 위치를 정하는 경우의 수는

이 각각에 대하여 4개의 스티커를 붙이는 경우의 수는 $1 \times 1 \times 2 \times 4$

그러므로 이 경우의 수는 $2 \times$ $\times 8$

(iii) D를 붙이는 경우

나머지 4개의 스티커를 붙일 위치를 정하는 경우의 수는

이 각각에 대하여 4개의 스티커를 붙이는 경우의 수는

그러므로 이 경우의 수는 \times

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 52
- ② 54
- ③ 56
- ④ 58
- ⑤ 60

21. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = x|x-k|$$

이다. 함수 $g(x) = x^2 - 3x - 4$ 에 대하여 합성함수 $y = (g \circ f)(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 개수를 $h(k)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

ㄱ. $h(2) = 2$

ㄴ. $h(k) = 4$ 를 만족시키는 자연수 k 의 최솟값은 6이다.

ㄷ. $h(k) = 3$ 을 만족시키는 모든 실수 k 의 값의 합은 2이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. $\sqrt{3^4\sqrt{27}} = 3^{\frac{q}{p}}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

23. $\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 상수항을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2k+1)^2 a_k = 100, \quad \sum_{k=1}^{10} k(k+1)a_k = 23$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 8x + a}{x - 6} & (x \neq 6) \\ b & (x = 6) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

26. 확률변수 X 가 가지는 값이 0부터 25까지의 정수이고, $0 < p < \frac{1}{2}$ 인 실수 p 에 대하여 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_{25}C_x p^x (1-p)^{25-x} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 25)$$

이다. $V(X)=4$ 일 때, $E(X^2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선 $y = x^3 + x - 3$ 과 이 곡선 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 접선으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

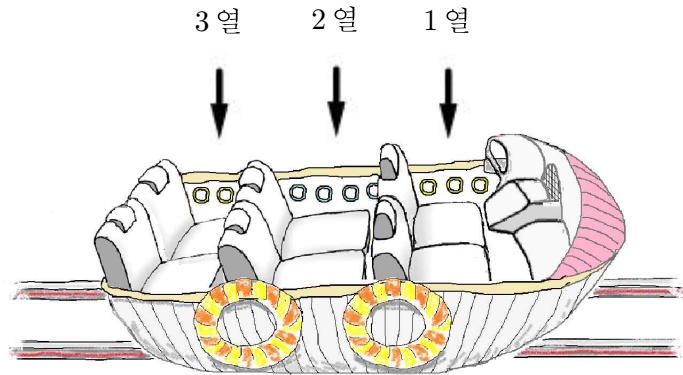
28. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{x+2} \int_{-2}^x f(t) dt = 12$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow \infty} x f\left(\frac{1}{x}\right) + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+1)}{x} = 1$$

29. 그림과 같이 1열, 2열, 3열에 각각 2개씩 모두 6개의 좌석이 있는 놀이기구가 있다. 이 놀이기구의 6개의 좌석에 6명의 학생 A, B, C, D, E, F가 각각 한 명씩 임의로 앉을 때, 다음 조건을 만족시키도록 앉을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- (가) 두 학생 A, B는 같은 열에 앉는다.
 (나) 두 학생 C, D는 서로 다른 열에 앉는다.
 (다) 학생 E는 1열에 앉지 않는다.



30. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0)=0$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=t$ 의 실근이 존재하지 않을 때, $g(t)=0$ 이다.

(나) 방정식 $f(x)=t$ 의 실근이 존재할 때, $g(t)$ 는 $f(x)=t$ 의 실근의 최댓값이다.

함수 $g(t)$ 가 $t=k$, $t=30$ 에서 불연속이고

$$\lim_{t \rightarrow k^+} g(t) = -2, \quad \lim_{t \rightarrow 30^+} g(t) = 1$$

일 때, 실수 k 의 값을 구하시오. (단, $k < 30$) [4점]

제 3 교 시

2020학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

나형

성명		수험번호								
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--

- 먼저 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- **문제지**의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- **답안지**의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

1. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3\}$, $B = \{3, 5\}$ 에 대하여 집합 $A^C \cap B^C$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

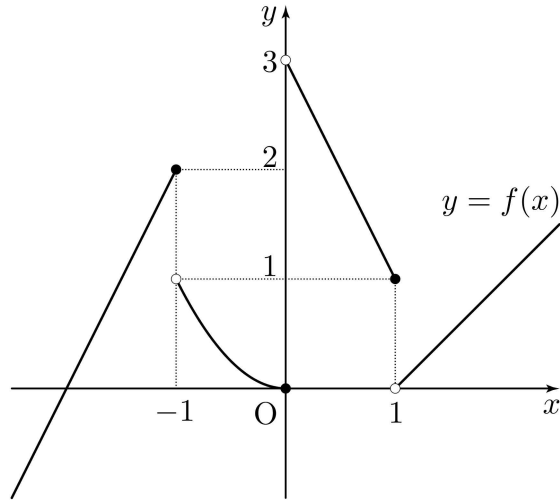
2. $\sqrt[3]{36} \times \left(\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\right)^2 = 2^a$ 일 때, a 의 값은? [2점]

① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$

③ 2

④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

3. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 의 값은? [2점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

4. 4개의 수 6, a , 15, b 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$

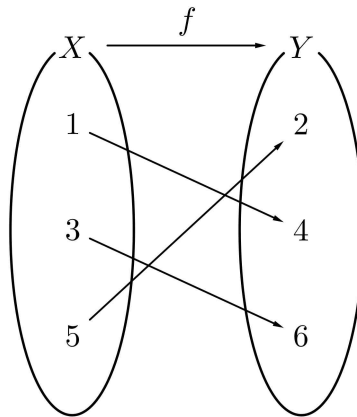
② 3

③ $\frac{5}{2}$

④ 4

⑤ $\frac{7}{2}$

5. 그림은 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



함수 $g: Y \rightarrow X$ 에 대하여 함수 $g \circ f: X \rightarrow X$ 가 항등함수일 때, $g(6) + (f \circ g)(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

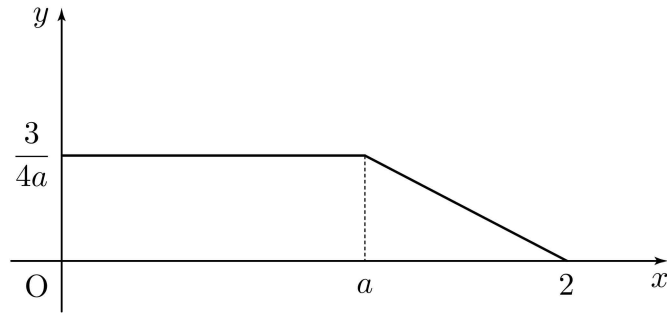
6. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}, P(A^c \cup B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{6}$

7. 연속확률변수 X 가 가지는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 2$ 이고 X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같이 두 점 $(0, \frac{3}{4a})$, $(a, \frac{3}{4a})$ 을 이은 선분과 두 점 $(a, \frac{3}{4a})$, $(2, 0)$ 을 이은 선분으로 이루어져 있다. $P(\frac{1}{2} \leq X \leq 2)$ 의 값은? (단, a 는 양수이다.) [3점]



① $\frac{2}{3}$

② $\frac{11}{16}$

③ $\frac{17}{24}$

④ $\frac{35}{48}$

⑤ $\frac{3}{4}$

8. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-3}{h} = 2$ 일 때, 함수 $g(x) = (x+2)f(x)$ 에 대하여 $g'(1)$ 의 값은? [3점]

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

9. 두 곡선 $y = x^2$, $y = (x-4)^2$ 과 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 두 곡선 $y = x^2$, $y = (x-4)^2$ 과 직선 $x = 4$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 + S_2$ 의 값은? [3점]

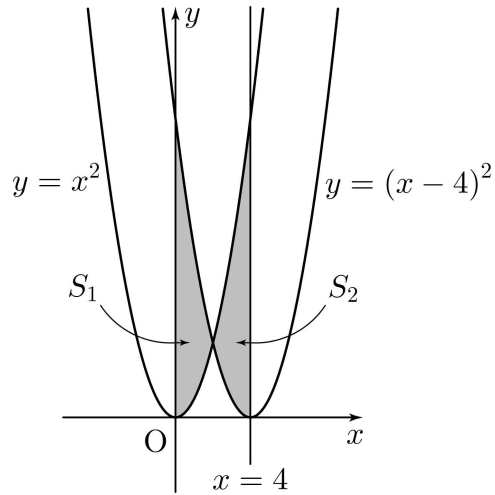
① 30

② 32

③ 34

④ 36

⑤ 38



10. 확률변수 X 가 이항분포 $B(5, p)$ 를 따르고,

$$P(X=3)=P(X=4)$$

일 때, $E(6X)$ 의 값은? (단, $0 < p < 1$) [3점]

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

11. 함수

$$f(x) = \begin{cases} a & (x < 1) \\ x+3 & (x \geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(x-a)f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [3점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

12. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$$p: (x-a+7)(x+2a-18)=0,$$

$$q: x(x-a)\leq 0$$

p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 모든 정수 a 의 값의 합은? [3점]

① 24

② 25

③ 26

④ 27

⑤ 28

13. 어느 도시의 직장인들이 하루 동안 도보로 이동한 거리는 평균이 m km, 표준편차가 1.5km인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 직장인들 중에서 36명을 임의추출하여 조사한 결과 36명이 하루 동안 도보로 이동한 거리의 평균은 \bar{x} km이었다. 이 결과를 이용하여, 이 도시의 직장인들이 하루 동안 도보로 이동한 거리의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \leq m \leq 6.49$ 이다. a 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

① 5.46

② 5.51

③ 5.56

④ 5.61

⑤ 5.66

14. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2-a_n} & (a_n > 2) \\ a_n + 2 & (a_n \leq 2) \end{cases}$$

이다. $\sum_{k=1}^m a_k = 12$ 를 만족시키는 자연수 m 의 최솟값은? [4점]

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

15. 두 양수 a, b ($a > b$)에 대하여

$$9^a = 2^{\frac{1}{b}}, (a+b)^2 = \log_3 64$$

일 때, $\frac{a-b}{a+b}$ 의 값은? [4점]

① $\frac{\sqrt{6}}{6}$

② $\frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

⑤ $\frac{\sqrt{30}}{6}$

16. 1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 6장의 카드를 모두 일렬로 나열할 때, 서로 이웃하는 두 카드에 적힌 수를 곱하여 만들어지는 5개의 수가 모두 짝수인 경우의 수는? [4점]

① 120

② 126

③ 132

④ 138

⑤ 144

17. 집합 $X = \{x \mid x > 0\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} + 1 & (0 < x \leq 3) \\ -\frac{1}{x-a} + b & (x > 3) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$ 가 일대일 대응일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

① $\frac{13}{4}$

② $\frac{10}{3}$

③ $\frac{41}{12}$

④ $\frac{7}{2}$

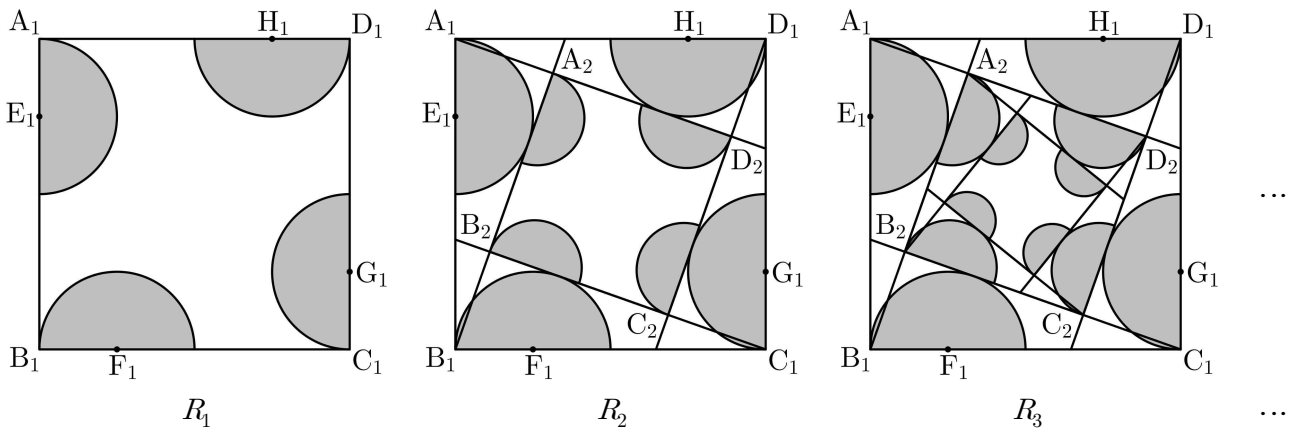
⑤ $\frac{43}{12}$

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 4개의 선분 $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ 을 1:3으로 내분하는 점을 각각 E_1, F_1, G_1, H_1 이라 하고, 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부에 점 E_1, F_1, G_1, H_1 각각을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{4}A_1B_1$ 인 4개의 반원을 그린 후 이 4개의 반원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 A_1 을 지나고 중심이 H_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 B_1 을 지나고 중심이 E_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 A_2 , 점 B_1 을 지나고 중심이 E_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 C_1 을 지나고 중심이 F_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 B_2 , 점 C_1 을 지나고 중심이 F_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 D_1 을 지나고 중심이 G_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 C_2 , 점 D_1 을 지나고 중심이 G_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선과 점 A_1 을 지나고 중심이 H_1 인 색칠된 반원의 호에 접하는 직선의 교점을 D_2 라 하자. 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 4개의 반원을 그리고 이 4개의 반원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$
- ② $\frac{19\sqrt{2}\pi}{8}$
- ③ $\frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$
- ④ $\frac{21\sqrt{2}\pi}{8}$
- ⑤ $\frac{11\sqrt{2}\pi}{4}$

19. 다음은 자연수 n 에 대하여 방정식 $a+b+c=3n$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 (a, b, c) 가

$$a > b \text{ 또는 } a > c$$

를 만족시킬 확률을 구하는 과정이다.

방정식 $a+b+c=3n \dots\dots (*)$

을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

방정식 $(*)$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 가 $a > b$ 또는 $a > c$ 를 만족시키는 사건을 A 라 하면 사건 A 의 여사건 A^C 은 방정식 $(*)$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 가 $a \leq b$ 와 $a \leq c$ 를 만족시키는 사건이다.

이제 $n(A^C)$ 의 값을 구하자.

자연수 $k(1 \leq k \leq n)$ 에 대하여 $a=k$ 인 경우,
 $b \geq k, c \geq k$ 이고 방정식 $(*)$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이므로

$$n(A^C) = \sum_{k=1}^n \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

따라서 구하는 확률은 $P(A) = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식에 $n=2$ 를 대입한 값을 p , (나)에 알맞은 식에 $n=7, k=2$ 를 대입한 값을 q , (다)에 알맞은 식에 $n=4$ 를 대입한 값을 r 라 할 때, $p \times q \times r$ 의 값은? [4점]

- ① 88
- ② 92
- ③ 96
- ④ 100
- ⑤ 104

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq a) \\ 2a - f(x) & (f(x) < a) \end{cases} \quad (a \text{는 상수})$$

라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x=4$ 에서만 미분가능하지 않다.

(나) 함수 $g(x) - f(x)$ 는 $x = \frac{7}{2}$ 에서 최댓값 $2a$ 를 가진다.

$f\left(\frac{5}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

① $\frac{5}{4}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{7}{4}$

④ 2

⑤ $\frac{9}{4}$

21. 함수 $f(x) = (x-2)^3$ 과 두 실수 m, n 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (|x| < a) \\ mx+n & (|x| \geq a) \end{cases} \quad (a > 0)$$

이라 하자. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

————— <보 기> —————

- ㄱ. $a=1$ 일 때, $m=13$ 이다.
 ㄴ. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능할 때, $m=48$ 이다.
 ㄷ. $f(a) - 2af'(a) > n - ma$ 를 만족시키는 자연수 a 의 개수는 5 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \times 3^{n+2} - 2^n}{3^n - 3 \times 2^n} = 207$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

23. 자연수 n 에 대하여 좌표평면에서 직선 $x=n$ 이 곡선 $y=x^2$ 과 만나는 점을 A_n , 직선 $x=n$ 이 직선 $y=-2x$ 와 만나는 점을 B_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^9 \overline{A_n B_n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 무리함수 $f(x) = \sqrt{ax+b}$ 에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=f^{-1}(x)$ 가 점 $(2, 3)$ 에서 만날 때, $f(-6)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

25. 이차함수 $f(x)$ 가 $f(0) = 0$ 이고

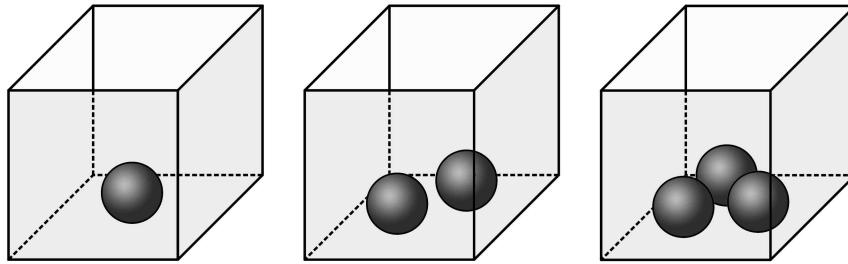
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x}{x - 1}$$

- 일 때, $60 \times f'(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 두 눈의 수의 최대공약수가 1일 때, 나온 두 눈의 수의 합이 8일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $\int_1^x (2x-1)f(t)dt = x^3 + ax + b$ 일 때, $40 \times f(1)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

28. 그림과 같이 같은 종류의 검은 공이 각각 1개, 2개, 3개가 들어 있는 상자 3개가 있다. 1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 6개의 흰 공을 3개의 상자에 남김없이 나누어 넣으려고 한다. 각각의 상자에 들어 있는 공의 개수가 모두 3의 배수가 되도록 6개의 흰 공을 나누어 넣는 경우의 수를 구하시오. (단, 흰 공이 하나도 들어 있지 않은 상자가 있을 수 있고, 공을 넣는 순서는 고려하지 않는다.) [4점]



① ② ③ ④ ⑤ ⑥

29. 수열 $\{a_n\}$ 은 a_1 이 자연수이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - d & (a_n \geq 0) \\ a_n + d & (a_n < 0) \end{cases} \quad (d \text{는 자연수})$$

이다. $a_n < 0$ 인 자연수 n 의 최솟값을 m 이라 할 때, 수열 $\{a_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{m-2} + a_{m-1} + a_m = 3$

(나) $a_1 + a_{m-1} = -9(a_m + a_{m+1})$

(다) $\sum_{k=1}^{m-1} a_k = 45$

a_1 의 값을 구하시오. (단, $m \geq 3$) [4점]

30. 두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(x)$ 가 $0 \leq x < 4$ 에서

$$h(x) = \begin{cases} x & (0 \leq x < 2) \\ f(x) & (2 \leq x < 3) \\ g(x) & (3 \leq x < 4) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $h(x) = h(x-4) + k$ (k 는 상수)이다.

(나) 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

(다) $\int_0^4 h(x) dx = 6$

$h\left(\frac{13}{2}\right) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

제 3 교 시

2021학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

나형

성명		수험번호								
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 먼저 **문제지**의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- **답안지**의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

회 권

1. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1

② 2

③ 4

④ 8

⑤ 16

2. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ 일 때, $P(B)$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{3}{8}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{5}{8}$

⑤ $\frac{3}{4}$

3. $\sin\theta = -\frac{1}{3}$ 일 때, $\frac{\cos\theta}{\tan\theta}$ 의 값은? [2점]

① -4

② $-\frac{11}{3}$

③ $-\frac{10}{3}$

④ -3

⑤ $-\frac{8}{3}$

4. 함수 $f(x) = (x^3 - 2x + 3)(ax + 3)$ 에 대하여 $f'(1) = 15$ 일 때, a 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

① 3

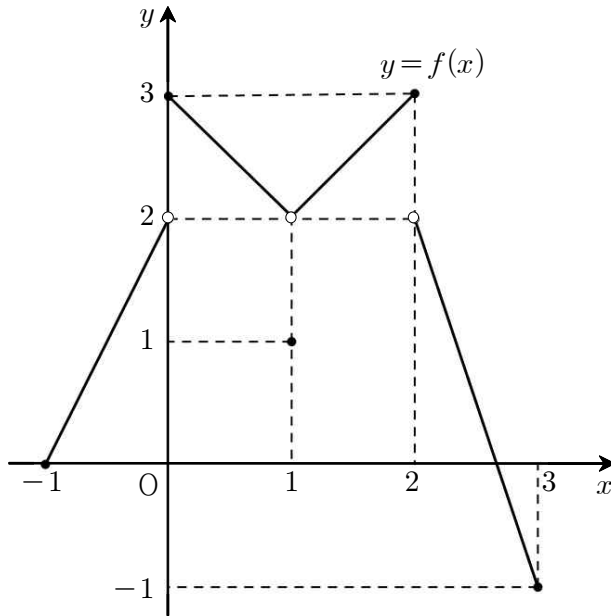
② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

5. 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

6. $\left(2x^2 + \frac{1}{x}\right)^5$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [3점]

① 80

② 85

③ 90

④ 95

⑤ 100

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = x^3 + ax - 3$$

을 만족시킬 때, $f(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

① 10

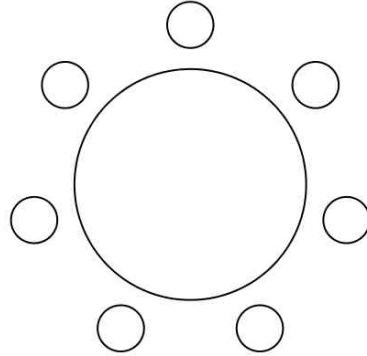
② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

8. 그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A, B, C를 포함한 7명의 학생이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A, B, C 세 명 중 어느 두 명도 서로 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 120 ② 132 ③ 144 ④ 156 ⑤ 168

9. 곡선 $y = -x^3 + 3x^2 + 4$ 에 접하는 직선 중에서 기울기가 최대인 직선을 l 이라 하자. 직선 l 과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

10. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $|\sin 2x| = \frac{1}{2}$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

① 4π

② 6π

③ 8π

④ 10π

⑤ 12π

11. 어느 사관생도가 1회의 사격을 하여 표적에 명중시킬 확률이 $\frac{4}{5}$ 이다. 이 사관생도가 20회의

사격을 할 때, 표적에 명중시키는 횟수를 확률변수 X 라 하자. $V\left(\frac{1}{4}X+1\right)$ 의 값은?

(단, 이 사관생도가 매회 사격을 하는 시행은 독립시행이다.) [3점]

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{4}{5}$

⑤ 1

12. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 2t + 3, \quad v_2(t) = at(6-t)$$

이다. 시각 $t=3$ 에서 두 점 P, Q가 만날 때, a 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = \frac{3}{2}$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n-1} + a_{2n} = 2a_n$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값은? [3점]

① 22

② 24

③ 26

④ 28

⑤ 30

14. 어느 방위산업체에서 생산하는 방독면 1개의 무게는 평균이 m , 표준편차가 50인 정규분포를 따른다고 한다. 이 방위산업체에서 생산하는 방독면 중에서 n 개를 임의추출하여 얻은 방독면 무게의 표본평균이 1740이었다. 이 결과를 이용하여 이 방위산업체에서 생산하는 방독면 1개의 무게의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $1720.4 \leq m \leq a$ 이다. $n+a$ 의 값은? (단, 무게의 단위는 g이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

① 1772.6

② 1776.6

③ 1780.6

④ 1784.6

⑤ 1788.6

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이다.

(나) 함수 $f(x)$ 는 극댓값 7을 갖는다.

$f(1) = 2$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극솟값은? [4점]

① -6

② -5

③ -4

④ -3

⑤ -2

16. 두 실수 a, b 와 수열 $\{c_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(m+2)$ 개의 수

$$a, \log_2 c_1, \log_2 c_2, \log_2 c_3, \dots, \log_2 c_m, b$$

가 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

(나) 수열 $\{c_n\}$ 의 첫째항부터 제 m 항까지의 항을 모두 곱한 값은 32이다.

$a+b=1$ 일 때, 자연수 m 의 값은? [4점]

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

17. 확률변수 X 는 정규분포 $N(10, 5^2)$ 을 따르고, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(m, 5^2)$ 을 따른다. 두 확률변수 X, Y 의 확률밀도함수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 할 때, 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 가 만나는 점의 x 좌표를 k 라 하자. $P(Y \leq 2k)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $m \neq 10$) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.6915 ② 0.8413 ③ 0.9104 ④ 0.9332 ⑤ 0.9772

18. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\sum_{k=1}^n \frac{2^k P_k}{2^k} \leq \frac{(2n)!}{2^n} \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때,

(좌변) = $\frac{2^1 P_1}{2^1} = 1$ 이고, (우변) = $\boxed{\text{(가)}}$ 이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m \frac{2^k P_k}{2^k} \leq \frac{(2m)!}{2^m}$$

이다. $n=m+1$ 일 때,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} \frac{2^k P_k}{2^k} &= \sum_{k=1}^m \frac{2^k P_k}{2^k} + \frac{2^{m+2} P_{m+1}}{2^{m+1}} \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{2^k P_k}{2^k} + \frac{\boxed{\text{(나)}}}{2^{m+1} \times (m+1)!} \\ &\leq \frac{(2m)!}{2^m} + \frac{\boxed{\text{(나)}}}{2^{m+1} \times (m+1)!} \\ &= \frac{\boxed{\text{(나)}}}{2^{m+1}} \times \left\{ \frac{1}{\boxed{\text{(다)}}} + \frac{1}{(m+1)!} \right\} \\ &< \frac{(2m+2)!}{2^{m+1}} \end{aligned}$$

이다. 따라서 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

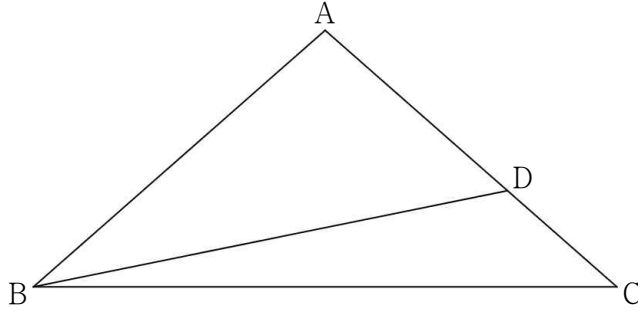
(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{2^k P_k}{2^k} \leq \frac{(2n)!}{2^n}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $p + \frac{f(2)}{g(4)}$ 의 값은? [4점]

19. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 선분 AC를 5:3으로 내분하는 점을 D라 하자. $2\sin(\angle ABD) = 5\sin(\angle DBC)$ 일 때, $\frac{\sin C}{\sin A}$ 의 값은? [4점]



① $\frac{3}{5}$

② $\frac{7}{11}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{9}{13}$

⑤ $\frac{5}{7}$

20. 0이 아닌 실수 k 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = 3(x-k)(x-2k)$$

이다. 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 4) \\ \frac{f(4)-f(1)}{3}(x-1)+f(1) & (1 < x < 4) \end{cases}$$

의 역함수가 존재하도록 하는 모든 실수 k 의 값의 범위가 $\alpha \leq k < \beta$ 일 때, $\beta - \alpha$ 의 값은?

[4점]

① $\frac{3}{8}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{5}{8}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ $\frac{7}{8}$

22. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 22x} - x)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 5\sin\left(\frac{\pi}{2}x + 1\right) + 3$ 의 주기를 p , 최댓값을 M 이라 할 때, $p + M$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 부등식 $2 + \log_{\frac{1}{3}}(2x - 5) > 0$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수를 구하시오. [3점]

25. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. ab 가 6의 배수일 때, a 또는 b 가 홀수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[3점]

26. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 10 & (x \leq a) \\ \frac{x^2 + ax + 4a}{x - a} & (x > a) \end{cases}$$

가 $x = a$ 에서 연속일 때, $f(2a)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수를 구하시오.

[4점]

(가) $a+b+c+d+e=10$

(나) ab 는 홀수이다.

28. 양수 a 와 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x < 1$ 일 때, $f(x) = 2x^2 + ax$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x) + a^2$ 이다.

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

29. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + cn \quad (c \text{는 자연수})$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$ 의 각 항 중에서 3의 배수가 아닌 수를 작은 것부터 크기순으로 모두 나열하여 얻은 수열을 $\{b_n\}$ 이라 하자. $b_{20} = 199$ 가 되도록 하는 모든 c 의 값의 합을 구하시오.

[4점]

30. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x(x+a)^2 & (x < 0) \\ x(x-a)^2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=4x+t$ 의 서로 다른 교점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(t)$ 의 최댓값은 5이다.
(나) 함수 $g(t)$ 가 $t=\alpha$ 에서 불연속인 α 의 개수는 2이다.

$f'(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]

회 권