

**포물선 유제 1번**

초점이 F인 포물선  $y^2 = 4x$  위의 점 P에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자. 사각형 OQPR가 정사각형일 때, 선분 PF의 길이는?  
(단, 점 P는 제1사분면에 있고, O는 원점이다.)

①  $\sqrt{22}$

②  $\sqrt{23}$

③  $2\sqrt{6}$

④ 5

⑤  $\sqrt{26}$

포물선 유제 2번

초점이 F, 준선이  $l$ 인 포물선  $y^2 = ax$  위의 점  $A(2, 2\sqrt{2})$ 에서 준선  $l$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 AHF의 둘레의 길이는? (단,  $a$ 는 상수이다.)

① 8

②  $6 + \sqrt{6}$

③  $6 + 2\sqrt{2}$

④  $6 + \sqrt{10}$

⑤  $6 + 2\sqrt{3}$

포물선 유제 3번

포물선  $y^2 + 4y = 4x - 10$ 의 초점의 좌표는  $(a, b)$ 이고 준선의 방정식은  $x = c$ 일 때,  $a + b + c$ 의 값은? (단,  $c$ 는 상수이다.)

①  $\frac{1}{2}$

② 1

③  $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤  $\frac{5}{2}$

포물선 유제 4번

포물선  $y^2 = 6x$ 와 직선  $y = \frac{1}{4}x + n$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

포물선 유제 5번

기울기가 3이고 포물선  $y^2 = 8x$ 에 접하는 직선의 방정식은  $ax + by + 2 = 0$ 이다. 두 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

포물선 유제 6번

점  $(2, -1)$ 에서 포물선  $x^2 = 4y$ 에 그은 두 접선의 기울기를 각각  $m_1, m_2$ 라 할 때,  $m_1 \times m_2$ 의 값은?

①  $-2$

②  $-1$

③  $0$

④  $1$

⑤  $2$

포물선 Level 1 1번

원점 O를 꼭짓점으로 하고 준선이  $x=2$ 인 포물선이 점  $(a, 6)$ 을 지날 때,  $a$ 의 값은?

①  $-5$

②  $-\frac{9}{2}$

③  $-4$

④  $-\frac{7}{2}$

⑤  $-3$

포물선 Level 1 2번

초점이  $F(1, 0)$ 이고 준선이  $x = -3$ 인 포물선의 방정식은  $y^2 + ax + b = 0$ 이다. 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값은?

① 48

② 52

③ 56

④ 60

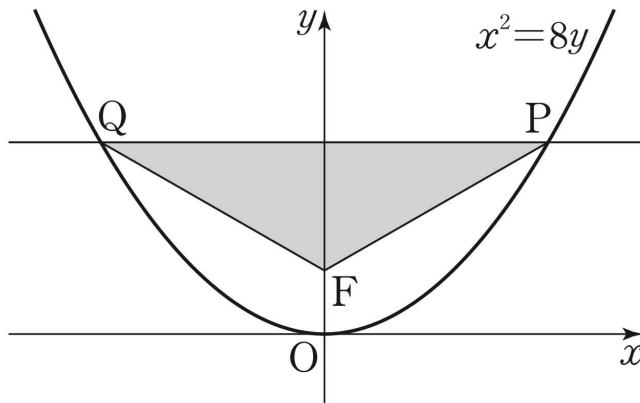
⑤ 64



포물선 Level 1 3번

그림과 같이 초점이 F인 포물선  $x^2 = 8y$  위의 점 P를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 포물선  $x^2 = 8y$ 와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자.  $\overline{FP} = 8$ 일 때, 삼각형 FPQ의 넓이는?  
(단, 점 P는 제1사분면에 있다.)

- ①  $13\sqrt{3}$       ②  $14\sqrt{3}$       ③  $15\sqrt{3}$       ④  $16\sqrt{3}$       ⑤  $17\sqrt{3}$



포물선 Level 1 4번

두 포물선  $y^2 = 12x$ ,  $y^2 - 2y = 4x + k$ 의 준선이 서로 일치할 때, 상수  $k$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

포물선 Level 1 5번

직선  $y = 3x + 2$ 를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼 평행이동한 직선이 포물선  $y^2 = 8x$ 에 접할 때, 상수  $m$ 의 값은?

①  $\frac{2}{9}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{4}{9}$

④  $\frac{5}{9}$

⑤  $\frac{2}{3}$

포물선 Level 1 6번

포물선  $y^2 = 12x$ 에 접하고 직선  $2x - y + 3 = 0$ 과 평행한 직선의 방정식은  $y = ax + b$ 이다.  
두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

①  $\frac{5}{2}$

② 3

③  $\frac{7}{2}$

④ 4

⑤  $\frac{9}{2}$

포물선 Level 1 7번

초점이 F인 포물선  $x^2 = 8y$  위의 점  $P(4\sqrt{3}, 6)$ 에서의 접선과 초점 F 사이의 거리는?

① 4

②  $\sqrt{17}$

③  $3\sqrt{2}$

④  $\sqrt{19}$

⑤  $2\sqrt{5}$

포물선 Level 1 8번

초점이 F인 포물선  $y^2 = ax$  ( $a > 0$ ) 위의 점 P에서 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\angle HPF = \frac{\pi}{3}$ 이고 삼각형 PHF의 넓이가  $4\sqrt{3}$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

포물선 Level 2 1번

포물선  $y^2 = 4x$ 와 직선  $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다.  $\overline{PQ} = 10$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은?

①  $-10$

②  $-\frac{19}{2}$

③  $-9$

④  $-\frac{17}{2}$

⑤  $-8$

포물선 Level 2 2번

그림과 같이 포물선  $P_1$ 의 초점과 꼭짓점은 각각 점  $F_1(2,0)$ 과 원점  $O$ 이고, 포물선  $P_2$ 의 초점과 꼭짓점은 각각 점  $F_2(1,0)$ 과 점  $F_1(2,0)$ 이다. 포물선  $P_2$ 와  $y$ 축이 만나는 서로 다른 두 점을 각각  $A, B$ 라 하고 포물선  $P_2$ 의 준선  $l$ 이 포물선  $P_1$ 과 만나는 서로 다른 두 점을 각각  $C, D$ 라 할 때, 사각형  $ABDC$ 의 넓이는? (단, 두 점  $A, C$ 의  $y$ 좌표는 양수이다.)

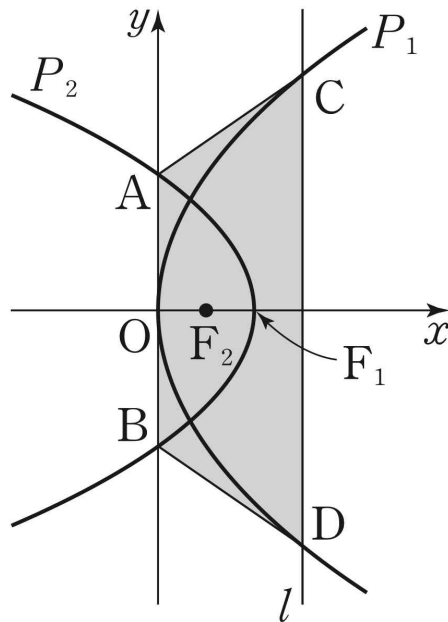
①  $12\sqrt{2}$

②  $6(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

③  $12+6\sqrt{2}$

④  $6(\sqrt{2}+\sqrt{5})$

⑤  $6(\sqrt{2}+\sqrt{6})$





포물선 Level 2 3번

그림과 같이 원  $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$  위의 점 P와 초점이 F인 포물선  $x^2 = 6y$  위의 점 Q에 대하여  $\overline{PQ} + \overline{FQ}$ 의 최솟값은?

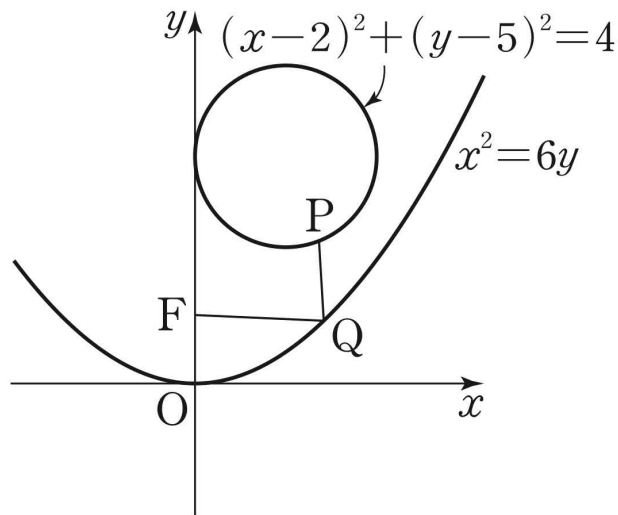
①  $\frac{9}{2}$

②  $\frac{19}{4}$

③ 5

④  $\frac{21}{4}$

⑤  $\frac{11}{2}$



포물선 Level 2 4번

초점이  $F(a, 0)$ 이고 준선이  $x = -3$ 인 포물선이 점  $A(2, 4)$ 를 지난다. 이 포물선 위의 제1사분면에 있는 점  $P_n(x_n, y_n)$ 에 대하여  $\overline{P_n F} = 4^n + 4$ 일 때,  $\sum_{n=1}^6 y_n$ 의 값은? (단,  $a > 0$ )

① 248

② 312

③ 376

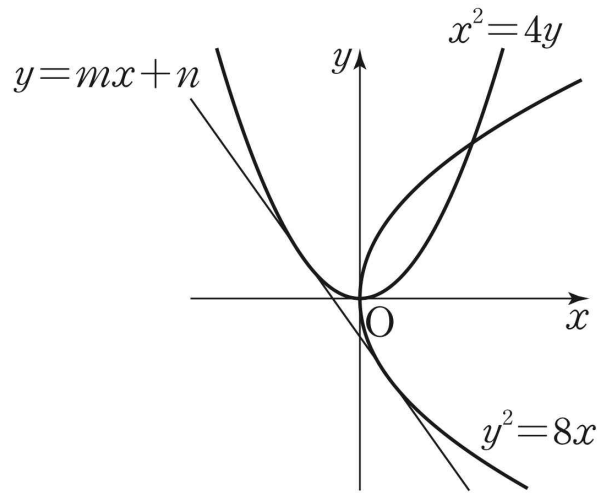
④ 440

⑤ 504

포물선 Level 2 5번

그림과 같이 두 포물선  $y^2 = 8x$ ,  $x^2 = 4y$ 에 동시에 접하는 직선의 방정식은  $y = mx + n$ 이다. 두 상수  $m$ ,  $n$ 에 대하여  $m^3 + n^3$ 의 값은?

- ① -10                      ② -8                      ③ -6                      ④ -4                      ⑤ -2



포물선 Level 2 6번

초점이 F인 포물선  $y^2 = 4x$  위의 점 A(1, 2)에서의 접선과 기울기가 같고 점 F를 지나는 직선을  $l$ 이라 하자. 직선  $l$ 이 포물선  $y^2 = 4x$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 각각 P, Q라 할 때, 삼각형 OPQ의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

①  $2\sqrt{2}$

② 3

③  $\sqrt{10}$

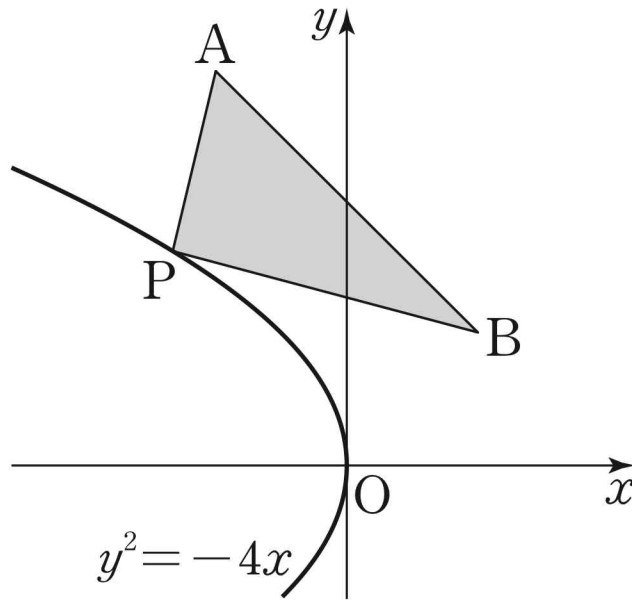
④  $\sqrt{11}$

⑤  $2\sqrt{3}$

포물선 Level 2 7번

그림과 같이 두 점  $A(-2, 6)$ ,  $B(2, 2)$ 와 포물선  $y^2 = -4x$  위의 점  $P$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형  $APB$ 의 넓이의 최솟값은?

- ① 4                      ②  $\frac{9}{2}$                       ③ 5                      ④  $\frac{11}{2}$                       ⑤ 6



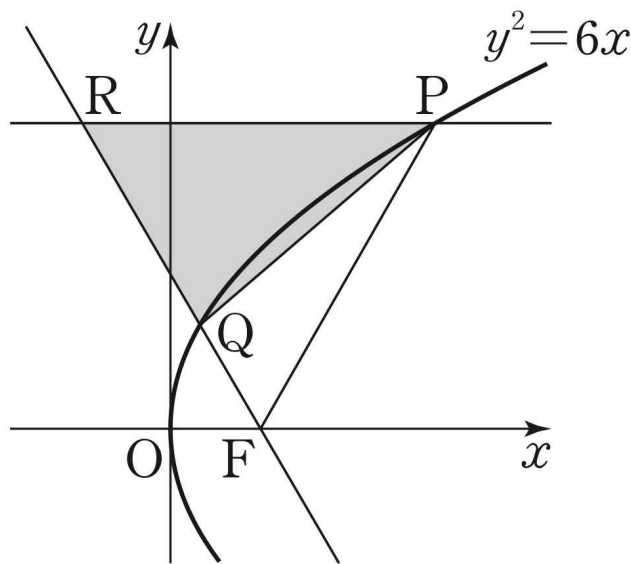
포물선 Level 3 1번

그림과 같이 포물선  $y^2 = 6x$ 의 초점을 F라 하자. 포물선  $y^2 = 6x$  위의 제1사분면에 있는 서로 다른 두 점 P, Q에 대하여 점 P를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선과 두 점 Q, F를 지나 는 직선이 만나는 점을 R라 할 때,

$$\overline{FP} = \overline{FR}, \overline{QF} = 2$$

를 만족시킨다. 삼각형 PRQ의 넓이는? (단, 점 P의  $x$ 좌표는 점 Q의  $x$ 좌표보다 크다.)

- ①  $4\sqrt{3}$       ②  $5\sqrt{3}$       ③  $6\sqrt{3}$       ④  $7\sqrt{3}$       ⑤  $8\sqrt{3}$



포물선 Level 3 2번

그림과 같이 초점이 F인 포물선  $y^2 - 2y = 4x - 5$  위의 점 P(5, 5)에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 PHF의 외접원의 넓이는?

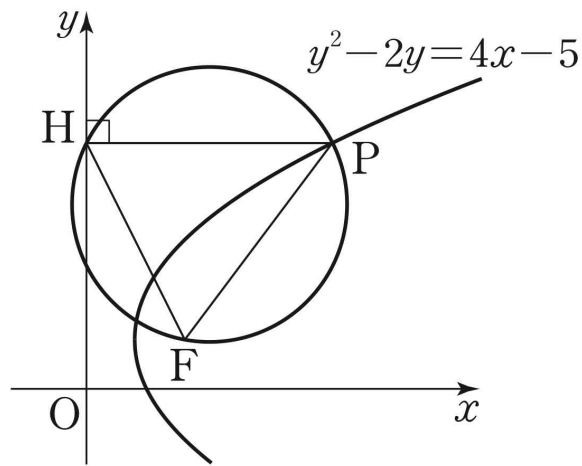
①  $\frac{15}{2}\pi$

②  $\frac{125}{16}\pi$

③  $\frac{65}{8}\pi$

④  $\frac{135}{16}\pi$

⑤  $\frac{35}{4}\pi$



포물선 Level 3 3번

그림과 같이 초점이 F인 포물선  $y^2 = 3x$  위의 점  $P(3, 3)$ 에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을 Q라 하자.  $\angle QPF = \theta$ 일 때,  $\tan \theta + \tan 2\theta$ 의 값은?

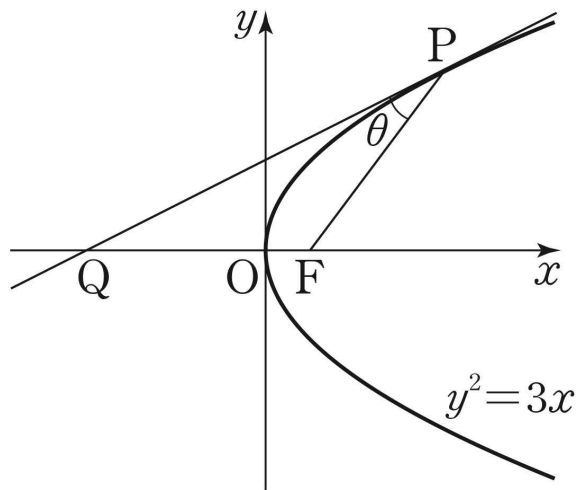
①  $\frac{4}{3}$

②  $\frac{3}{2}$

③  $\frac{5}{3}$

④  $\frac{11}{6}$

⑤ 2





포물선 유제 1번

초점이 F인 포물선  $y^2 = 4x$  위의 점 P에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자. 사각형 OQPR가 정사각형일 때, 선분 PF의 길이는?  
(단, 점 P는 제1사분면에 있고, O는 원점이다.)

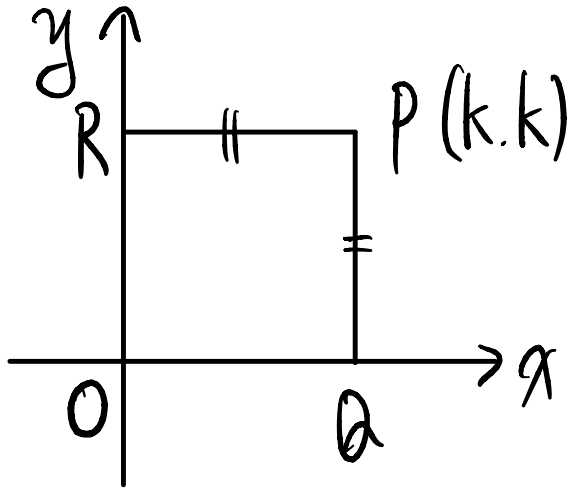
①  $\sqrt{22}$

②  $\sqrt{23}$

③  $2\sqrt{6}$

④ 5

⑤  $\sqrt{26}$



$$k^2 = 4k$$

$$\rightarrow k = 4$$

선분 PF 길이

①  $P(4, 4)$   $F(1, 0) \rightarrow 5$

②  $x = -1$  과  $P(4, 4)$  사이 거리 = 5

포물선 유제 2번

초점이 F, 준선이 l인 포물선  $y^2 = ax$  위의 점  $A(2, 2\sqrt{2})$ 에서 준선 l에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 AHF의 둘레의 길이는? (단, a는 상수이다.)

① 8

②  $6 + \sqrt{6}$

③  $6 + 2\sqrt{2}$

④  $6 + \sqrt{10}$

⑤  $6 + 2\sqrt{3}$

$$p = 2a \Rightarrow a = 4$$

$$F(1, 0) \quad l: x = -1 \quad H(-1, 2\sqrt{2})$$

$$\overline{AH} = \overline{AF} = 3$$

$$\overline{FH} = 2\sqrt{3}$$

포물선 유제 3번

포물선  $y^2 + 4y = 4x - 10$ 의 초점의 좌표는  $(a, b)$ 이고 준선의 방정식은  $x = c$ 일 때,  $a + b + c$ 의 값은? (단,  $c$ 는 상수이다.)

①  $\frac{1}{2}$

②  1

③  $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤  $\frac{5}{2}$

$$y^2 + 4y + 4 = 4x - 6$$

$$(y+2)^2 = 4(x - \frac{3}{2})$$

초점  $(1 + \frac{3}{2}, -2)$       준선  $x = -1 + \frac{3}{2}$   
a      b                                      c

포물선 유제 4번

포물선  $y^2 = 6x$ 와 직선  $y = \frac{1}{4}x + n$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15 ✓

$$\left(\frac{1}{4}x + n\right)^2 = 6x$$

$$\rightarrow (x + 4n)^2 = 96x$$

$$\rightarrow x^2 + (8n - 96)x + 16n^2 = 0$$

$$D > 0 \rightarrow 8^2 \times (n - 12)^2 - 8^2 n^2 > 0$$

$$\rightarrow -24n + 144 > 0$$

$$n < 6$$

1. 2. 3. 4. 5

$$y = mx + \frac{p}{m}$$

포물선 유제 5번

기울기가 3이고 포물선  $y^2 = 8x$ 에 접하는 직선의 방정식은  $ax + by + 2 = 0$ 이다. 두 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

$$y = 3x + \frac{2}{3} \rightarrow 9x - 3y + 2 = 0$$

$$y = mx - m^2$$

포물선 유제 6번

점  $(2, -1)$ 에서 포물선  $x^2 = 4y$ 에 그은 두 접선의 기울기를 각각  $m_1, m_2$ 라 할 때,  $m_1 \times m_2$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

NOTE 포물선의 근축 위의 점에서 포물선에 그은 두 접선은 서로 수직이다.

---

$y = mx - m^2$  이  $(2, -1)$ 을 지난다.

$m^2 - 2m - 1 = 0$  이차방정식 근과 계수의 관계  
 $m_1, m_2 = -1$

포물선 Level 1 1번

원점 O를 꼭짓점으로 하고 준선이  $x=2$ 인 포물선이 점  $(a, 6)$ 을 지날 때,  $a$ 의 값은?

①  $-5$

②  $-\frac{9}{2}$

③  $-4$

④  $-\frac{7}{2}$

⑤  $-3$

$$y^2 = -8x$$

$$36 = -8a$$

포물선 Level 1 2번

초점이  $F(1, 0)$ 이고 준선이  $x = -3$ 인 포물선의 방정식은  $y^2 + ax + b = 0$ 이다. 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값은?

① 48

② 52

③ 56

④ 60

⑤ 64 ✓

초점과 준선 사이 거리 = 4       $p = 2$

$$y^2 = 8(x+1) \quad a = b = -8$$



포물선 Level 1 3번

그림과 같이 초점이 F인 포물선  $x^2 = 8y$  위의 점 P를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 포물선  $x^2 = 8y$ 와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자.  $\overline{FP} = 8$ 일 때, 삼각형 FPQ의 넓이는?  
(단, 점 P는 제1사분면에 있다.)

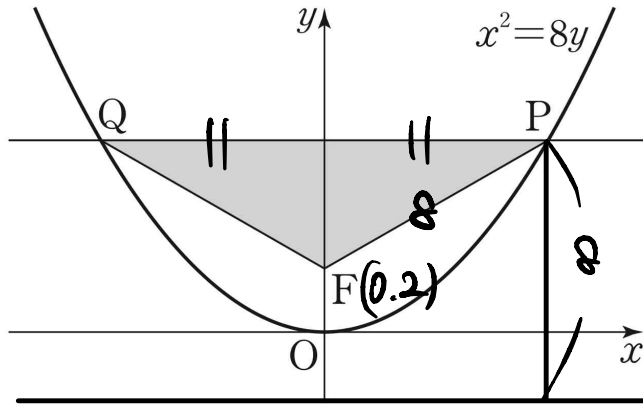
①  $13\sqrt{3}$

②  $14\sqrt{3}$

③  $15\sqrt{3}$

④  $16\sqrt{3}$  ✓

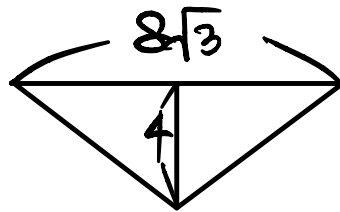
⑤  $17\sqrt{3}$



$P(k, 6)$

$k^2 = 48$

$k = 4\sqrt{3}$



포물선 Level 1 4번

두 포물선  $y^2 = 12x$ ,  $y^2 - 2y = 4x + k$ 의 준선이 서로 일치할 때, 상수  $k$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

포물선  $y^2 = 4x \rightarrow y^2 - 2y + 1 = 4x + k + 1$

준선  $x = -1 \rightarrow x = -3$

$$\underline{4x + k + 1 = 4(x + 2)}$$

$$\therefore k = 7$$

$$y = mx + \frac{p}{m}$$

포물선 Level 1 5번

직선  $y = 3x + 2$ 를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼 평행이동한 직선이 포물선  $y^2 = 8x$ 에 접할 때, 상수  $m$ 의 값은?

①  $\frac{2}{9}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{4}{9}$

④  $\frac{5}{9}$

⑤  $\frac{2}{3}$

$$3(x-m) + 2 = 3x + \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow 2 - 3m = \frac{2}{3} \rightarrow 3m = \frac{4}{3}$$

$$y = mx + \frac{p}{m}$$

포물선 Level 1 6번

포물선  $y^2 = 12x$ 에 접하고 직선  $2x - y + 3 = 0$ 과 평행한 직선의 방정식은  $y = ax + b$ 이다.  
두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

①  $\frac{5}{2}$

② 3

③  $\frac{7}{2}$

④ 4

⑤  $\frac{9}{2}$

기울기 2

$$y = 2x + \frac{3}{2}$$

포물선 Level 1 7번

초점이 F인 포물선  $x^2 = 8y$  위의 점  $P(4\sqrt{3}, 6)$ 에서의 접선과 초점 F 사이의 거리는?

① 4

②  $\sqrt{17}$

③  $3\sqrt{2}$

④  $\sqrt{19}$

⑤  $2\sqrt{5}$

접선  $4\sqrt{3}x = 8 \times \frac{y+6}{2}$

$\sqrt{3}x - y - 6 = 0$  F (0, 2)

$$\frac{|\sqrt{3} \times 0 - 2 - 6|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2}} = \frac{8}{2} = 4$$

# 쉽지만 증명할 듯

$$a = 4p$$

포물선 Level 1 8번

초점이 F인 포물선  $y^2 = ax$  ( $a > 0$ ) 위의 점 P에서 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\angle HPF = \frac{\pi}{3}$ 이고 삼각형 PHF의 넓이가  $4\sqrt{3}$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

① 1

② 2

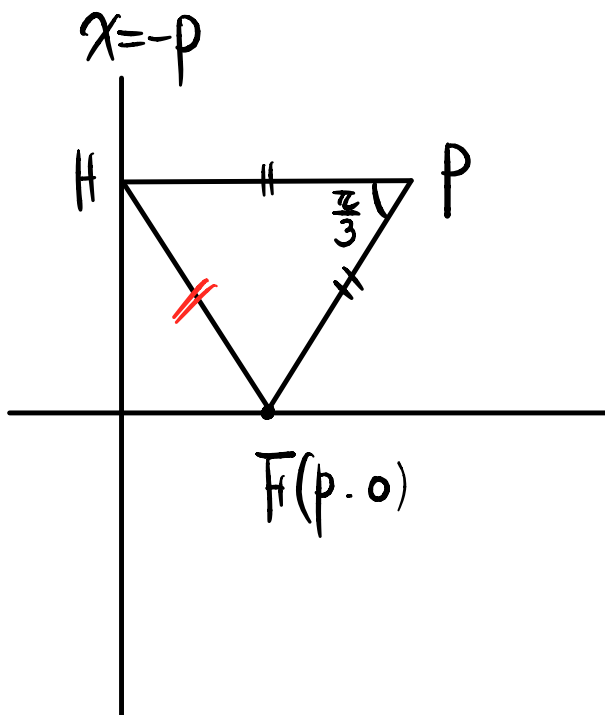
③ 3

④ 4 ✓

⑤ 5

정삼각형

$$4\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 \rightarrow \text{한 변의 길이} = 4 = 2p \times 2$$



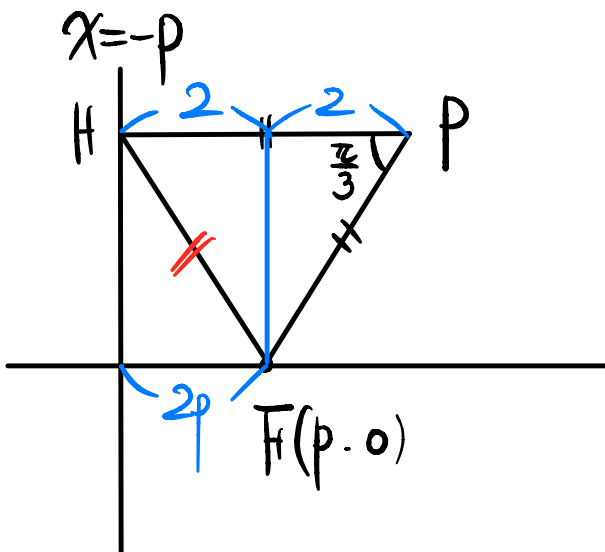
$$PH = PF \text{ 이므로}$$

$$\angle PHF = \angle PFH = \theta$$

$$2\theta + \frac{\pi}{3} = \pi$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \rightarrow \text{정삼각형}$$

넓이  $4\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 \rightarrow \text{정삼각형 한 변의 길이} = 4$



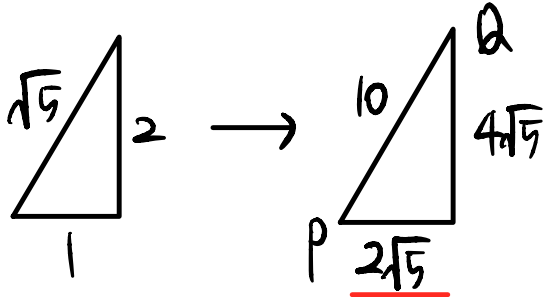
$$4 = 2p \times 2$$

$$\therefore a = 4$$

포물선 Level 2 1번

포물선  $y^2 = 4x$ 와 직선  $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다.  $\overline{PQ} = 10$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ① -10       ②  $-\frac{19}{2}$       ③ -9      ④  $-\frac{17}{2}$       ⑤ -8



$$(2x+k)^2 = 4x$$

$$4x^2 + (4k-4)x + k^2 = 0$$

두 실근  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ )

$$\alpha + \beta = 1 - k$$

$$\alpha\beta = \frac{k^2}{4}$$

$$\rightarrow (\beta - \alpha)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (2\sqrt{5})^2 = 20$$

$$(1-k)^2 - k^2 = 20$$

$$1 - 2k = 20$$

$$\therefore k = -\frac{19}{2}$$

포물선 Level 2 2번

그림과 같이 포물선  $P_1$ 의 초점과 꼭짓점은 각각 점  $F_1(2,0)$ 과 원점  $O$ 이고, 포물선  $P_2$ 의 초점과 꼭짓점은 각각 점  $F_2(1,0)$ 과 점  $F_1(2,0)$ 이다. 포물선  $P_2$ 와  $y$ 축이 만나는 서로 다른 두 점을 각각  $A, B$ 라 하고 포물선  $P_2$ 의 준선  $l$ 이 포물선  $P_1$ 과 만나는 서로 다른 두 점을 각각  $C, D$ 라 할 때, 사각형  $ABDC$ 의 넓이는? (단, 두 점  $A, C$ 의  $y$ 좌표는 양수이다.)

①  $12\sqrt{2}$

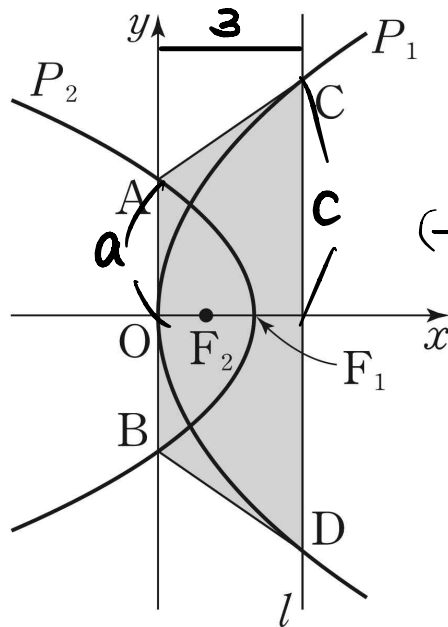
②  $6(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

③  $12+6\sqrt{2}$

④  $6(\sqrt{2}+\sqrt{5})$

⑤  $6(\sqrt{2}+\sqrt{6})$

$P_2 : y^2 = -4(x-2)$   
 $a^2 = -4(0-2) = 8$   
 $a = 2\sqrt{2}$



$P_1 : y^2 = 4x$   
 $C^2 = 8 \times 3$   
 $C = 2\sqrt{6}$

$(A+C) \times 3 = 6(\sqrt{2}+\sqrt{6})$

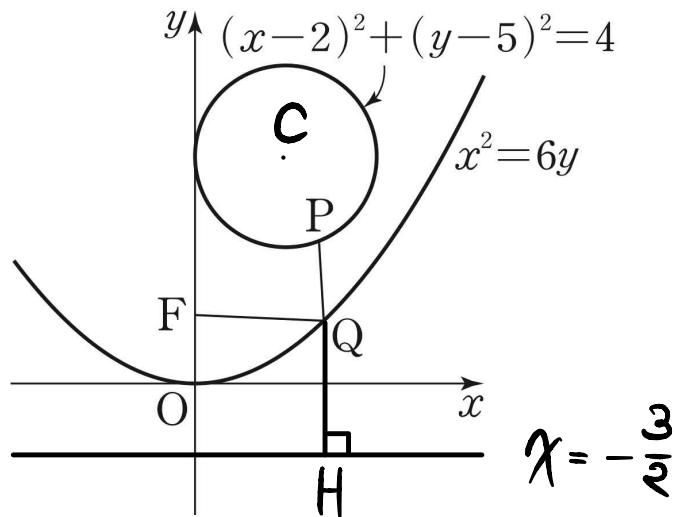


포물선 Level 2 3번

그림과 같이 원  $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$  위의 점 P와 초점이 F인 포물선  $x^2 = 6y$  위의 점 Q에 대하여  $\overline{PQ} + \overline{FQ}$ 의 최솟값은?

- ①  $\frac{9}{2}$      
  ②  $\frac{19}{4}$      
  ③ 5     
  ④  $\frac{21}{4}$      
  ⑤  $\frac{11}{2}$

C(2.7)



$\overline{PQ} + \overline{FQ}$  가 최솟값일 때,  $\overline{PQ} = \overline{CQ} - 2$

$\overline{FQ} = \overline{QH}$

$\overline{CQ} + \overline{QH} - 2$  의 최솟값

∴ C, P, Q, H가 한 직선 위에 있을 때

$\rightarrow$  (C와 직선 사이 거리)  $- 2 = 5 + \frac{3}{2} - 2$

포물선 Level 2 4번

초점이  $F(a, 0)$ 이고 준선이  $x = -3$ 인 포물선이 점  $A(2, 4)$ 를 지난다. 이 포물선 위의 제1사

분면에 있는 점  $P_n(x_n, y_n)$ 에 대하여  $\overline{P_n F} = 4^n + 4$ 일 때,  $\sum_{n=1}^6 y_n$ 의 값은? (단,  $a > 0$ )

① 248

② 312

③ 376

④ 440

⑤ 504

$$A \text{와 } \text{초점} \text{ 사이 거리} = 4 \rightarrow |a-2| = 3 \rightarrow a = 5$$

$$\text{초선} \quad x = -3 \quad \leftarrow \quad x = -4$$

$$\text{초점} \quad (5, 0) \quad \leftarrow \quad (4, 0)$$

$$\text{포물선} \quad y^2 = 16(x-1) \quad \leftarrow \quad y^2 = 16x$$

$$P_n \text{과 초선 } x = -3 \text{ 사이 거리} = x_n + 3 = 4^n + 4$$

$$x_n = 4^n + 1$$

$$y_n^2 = 16 \times 4^n$$

$$y_n = 4 \times 2^n$$

$$4 \sum_{n=1}^6 2^n = 4 \times (2^7 - 2) = 4 \times 126 = 504$$

$$y = mx + \frac{p}{m}$$

$$y = mx - \frac{p^2}{m}$$

포물선 Level 2 5번

그림과 같이 두 포물선  $y^2 = 8x$ ,  $x^2 = 4y$ 에 동시에 접하는 직선의 방정식은  $y = mx + n$ 이다. 두 상수  $m$ ,  $n$ 에 대하여  $m^3 + n^3$ 의 값은?

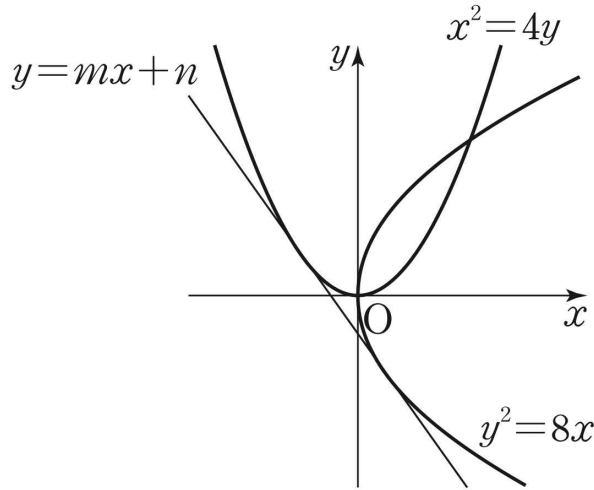
① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2



$$\frac{2}{m} = -m^2 \rightarrow m^3 = -2$$

$$n = \frac{2}{m} \rightarrow n^3 = \frac{8}{m^3} = -4$$

포물선 Level 2 6번

초점이 F인 포물선  $y^2 = 4x$  위의 점 A(1, 2)에서의 접선과 기울기가 같고 점 F를 지나는 직선을 l이라 하자. 직선 l이 포물선  $y^2 = 4x$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 각각 P, Q라 할 때, 삼각형 OPQ의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

- ①  $2\sqrt{2}$       ② 3      ③  $\sqrt{10}$       ④  $\sqrt{11}$       ⑤  $2\sqrt{3}$

A에서의 접선과 x축의 교점 (-1, 0) → 접선 기울기 = 1

F(1, 0)    l:  $y = x - 1$     O와 l 사이 거리 =  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

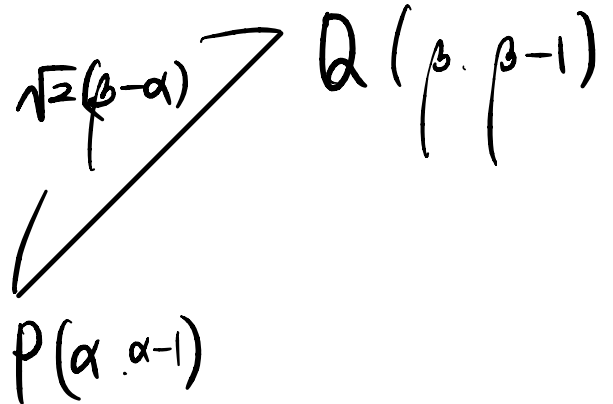
$$(x-1)^2 = 4x$$

$$x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$\alpha + \beta = 6$$

$$\alpha\beta = 1$$

$$(\beta - \alpha)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 32 \quad \therefore \beta - \alpha = 4\sqrt{2}$$



$$\text{삼각형 OPQ 넓이} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2}(\beta - \alpha) = 2\sqrt{2}$$

포물선 Level 2 7번

그림과 같이 두 점  $A(-2, 6)$ ,  $B(2, 2)$ 와 포물선  $y^2 = -4x$  위의 점  $P$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형  $APB$ 의 넓이의 최솟값은?

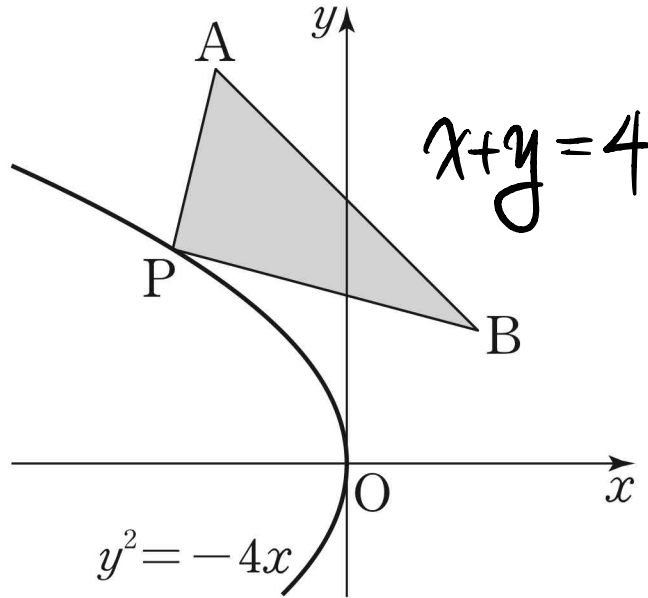
① 4

②  $\frac{9}{2}$

③ 5

④  $\frac{11}{2}$

⑤ 6 ✓

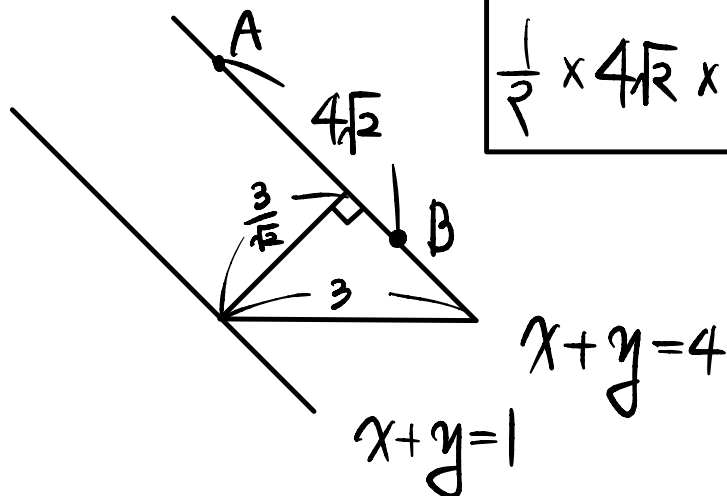


직선 AB 기울기 -1

P에서의 접선의 기울기 -1 일 때 최소

$$y = -x + \frac{-1}{-1} \quad y = -x + 1$$

P 좌표 안 구해도 됨.



$$\frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times \frac{3}{\sqrt{2}} = 6$$

$$x+y=4$$

$$x+y=1$$

포물선 Level 3 1번

$$F\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

그림과 같이 포물선  $y^2 = 6x$ 의 초점을 F라 하자. 포물선  $y^2 = 6x$  위의 제1사분면에 있는 서로 다른 두 점 P, Q에 대하여 점 P를 지나고 x축에 평행한 직선과 두 점 Q, F를 지나 는 직선이 만나는 점을 R라 할 때,

$$\overline{FP} = \overline{FR}, \overline{QF} = 2$$

를 만족시킨다. 삼각형 PRQ의 넓이는? (단, 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 크다.)

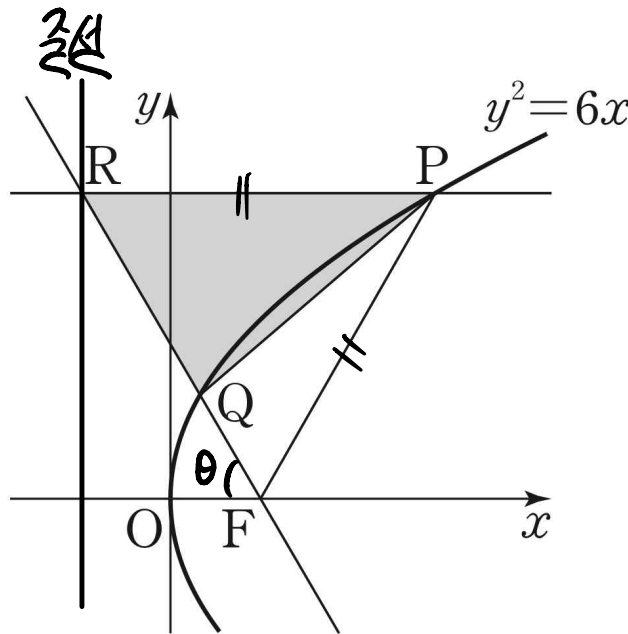
①  $4\sqrt{3}$

②  $5\sqrt{3}$

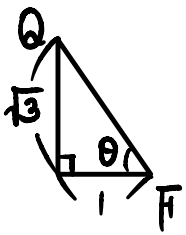
③  $6\sqrt{3}$  ✓

④  $7\sqrt{3}$

⑤  $8\sqrt{3}$



$$\overline{QF} = 2 \longrightarrow Q \text{ x좌표 } \frac{1}{2} \longrightarrow Q\left(\frac{1}{2}, \sqrt{3}\right)$$



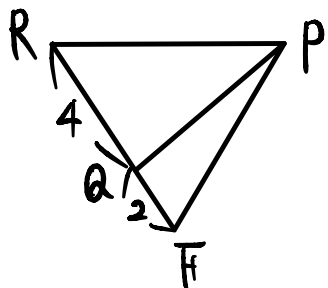
$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\angle QFO = \angle PRQ \quad \therefore \text{엇각}$$

$$\angle PRQ = \angle PFQ \quad \therefore \overline{PF} = \overline{PR}$$

→ 삼각형 PRF는 정삼각형.

$$\text{한 변의 길이} = 4p = 6$$



$$\begin{aligned} \text{PRQ 넓이} &= \text{PRF 넓이} \times \frac{2}{3} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 \times \frac{2}{3} = 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$y^2 - 2y + 1 = 4(x-1) \quad F(2,1), \quad \text{중심 } (2,1)$$

포물선 Level 3 2번

그림과 같이 초점이 F인 포물선  $y^2 - 2y = 4x - 5$  위의 점 P(5,5)에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 PHF의 외접원의 넓이는?

①  $\frac{15}{2}\pi$

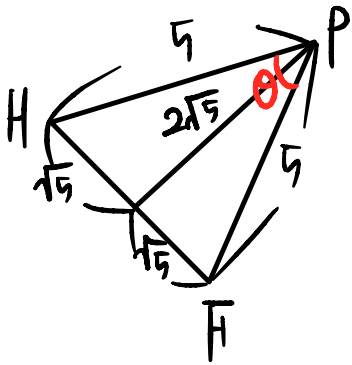
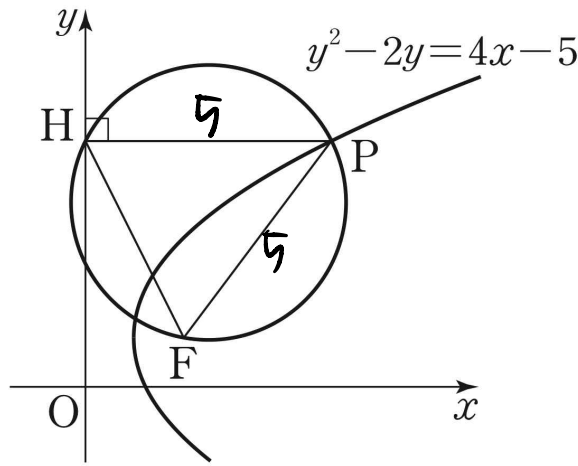
②  $\frac{125}{16}\pi$

③  $\frac{65}{8}\pi$

④  $\frac{135}{16}\pi$

⑤  $\frac{35}{4}\pi$

$H(0,5)$   
 $\overline{HF} = 2\sqrt{5}$



$$\cos \theta = \frac{20-5}{20+5} = \frac{3}{9}$$

$$\sin \theta = \frac{4}{9}$$

$$2R = \frac{2\sqrt{5}}{\sin \theta} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

$$R = \frac{5\sqrt{5}}{4}$$

포물선 Level 3 3번

그림과 같이 초점이 F인 포물선  $y^2 = 3x$  위의 점  $P(3, 3)$ 에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을 Q라 하자.  $\angle QPF = \theta$ 일 때,  $\tan \theta + \tan 2\theta$ 의 값은?

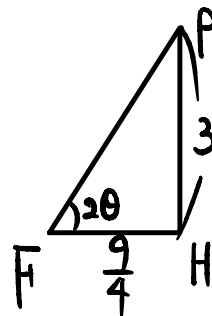
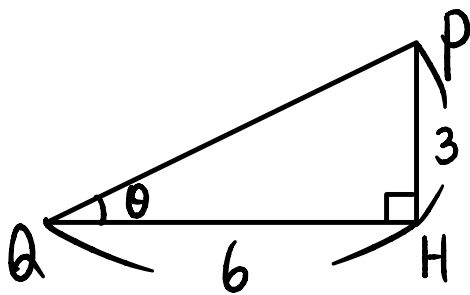
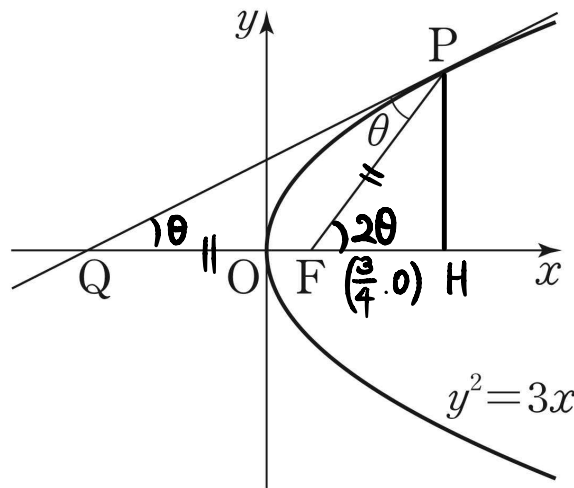
①  $\frac{4}{3}$

②  $\frac{3}{2}$

③  $\frac{5}{3}$

④  $\frac{11}{6}$

⑤ 2



$$\frac{1}{2} + \frac{4}{3} = \frac{11}{6}$$