제 2 교시

# 수학 영역

KSM

5지선다형

1. 두 다항식 $A=x^2-2xy+y^2$, $B=x^2+2xy+y^2$에 대하여 $A+B$를 간단히 하면? [2점]

① $x^2+y^2$ ② $2x^2+2y^2$ ③ $3x^2+3y^2$
④ $2x^2-2xy+2y^2$ ⑤ $2x^2+2xy+2y^2$

2. $(3+i)+(1-3i)$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [2점]

① $2-2i$ ② $3-2i$ ③ $4-2i$
④ $3+2i$ ⑤ $4+2i$

3. 등식 $x(x+1)+2(x+1)=x^2+ax+b$가 $x$에 대한 항등식일 때, 두 상수 $a$, $b$에 대하여 $a-b$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$x^2+x+2x+2$

$=x^2+3x+2=x^2+ax+b$

$a=3$
$b=2$
$a-b=1$

4. 좌표평면 위의 원점 O와 두 점 A$(5,\ -5)$, B$(1,\ a)$에 대하여 $\overline{\text{OA}}=\overline{\text{OB}}$를 만족시킬 때, 양수 $a$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$\overline{OA}=\sqrt{25+25}$
$\overline{OB}=\sqrt{1+a^2}$ $\Big) =$

$a^2+1=50$
$a^2=49$
$a=7$

5. 좌표평면 위의 두 점 A$(-4,\ 0)$, B$(5,\ 3)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점의 좌표가 $(a,\ b)$일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\left(\dfrac{10-4}{2+1},\ \dfrac{6+0}{2+1}\right)=(2,2)$

$=(a.b)$

$a+b=4$

6. 부등식 $|2x+1|<7$의 해가 $a<x<b$일 때, $ab$의 값은? [3점]

① $-12$ ② $-10$ ③ $-8$ ④ $-6$ ⑤ $-4$

$-7<2x+1<7$

$-8<2x<6$

$-4<x<3$

7. 다항식 $x^4-x^2-12$가 $(x-a)(x+a)(x^2+b)$로 인수분해될 때, 두 양수 $a$, $b$에 대하여 $a+b$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$x^2=t$

$t^2-t-12$

$=(t-4)(t+3)$

$=(x^2-4)(x^2+3)$

$=(x-2)(x+2)(x^2+3)$

$a=2$

$b=3$

$a+b=5$

8. 이차방정식 $x^2+2x+k=0$ 의 서로 다른 두 근을 $\alpha$, $\beta$ 라 할 때, $\alpha^2+\beta^2=8$ 이다. 상수 $k$ 의 값은? [3점]

① $-5$ ② $-4$ ③ $-3$ ④ $-2$ ⑤ $-1$

$\alpha+\beta=-2$

$\alpha\beta=k$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$8=4-2k$, $k=-2$

9. 두 직선 $3x+2y-5=0$, $3x+y-1=0$ 의 교점을 지나고 직선 $2x-y+4=0$ 에 평행한 직선의 $y$ 절편은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

기울기 2

$3x+2y-5=0$

$-\ \underline{3x+y-1=0}$

$y-4=0$

$y=4$

$x=-1$

교점 $(-1,4)$ 기울기 2

$y=2(x+1)+4$

$y=2x+6$

$y$절편: $x=0 \rightarrow 6$

10. 연립방정식

$$\begin{cases} x-y+1=0 \\ x^2-2y^2-2=0 \end{cases}$$

의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$ 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은? [3점]

① $-5$ ② $-4$ ③ $-3$ ④ $-2$ ⑤ $-1$

$x=y-1$

대입

$x^2-2y^2-2=0$

$(y-1)^2-2y^2-2=0$

$y^2-2y+1-2y^2-2=0$

$y^2+2y+1=0$

$(y+1)^2=0$

$y=-1 \rightarrow x=-2$

$\alpha=-2$, $\beta=-1$

$\alpha+\beta=-3$

11. 연립부등식

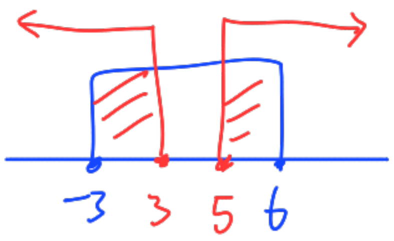
$$\begin{cases} x^2-3x-18 \le 0 \\ x^2-8x+15 \ge 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수 $x$의 값의 합은? [3점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$(x+3)(x-6) \le 0 \rightarrow -3 \le x \le 6$

$(x-3)(x-5) \ge 0 \rightarrow x \le 3$ or $x \ge 5$

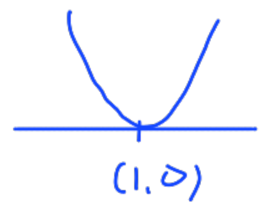



$-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \quad 5, 6$

11

12. 두 상수 $a$, $b$에 대하여 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 점 $(1,\ 0)$에서 $x$축과 접할 때, 이차함수 $y=x^2+bx+a$의 그래프가 $x$축과 만나는 두 점 사이의 거리는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5




$y=(x-1)^2$

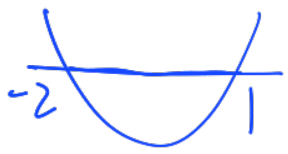
$=x^2-2x+1=x^2+ax+b$

$a=-2$

$b=1$

$y=x^2+bx+a$

$y=x^2+x-2=(x+2)(x-1)$




거리: $|1-(-2)|=3$

**13.** 좌표평면 위의 점 A$(-3,\ 4)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하고, 점 B를 $x$축의 방향으로 2만큼, $y$축의 방향으로 $k$만큼 평행이동한 점을 C라 하자. 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있을 때, 실수 $k$의 값은? [3점]

① $-5$ ② $-4$ ③ $-3$ ④ $-2$ ⑤ $-1$

$A(-3,4)$
$B(4,-3)$

$C(6,-3+k)$

한 직선 위 ⇒ 기울기 일치

$$\frac{-3-4}{4-(-3)}=\frac{(-3+k)-(-3)}{6-4}$$

$$\frac{-7}{7}=\frac{k}{2},\ k=-2$$

**14.** 중심이 점 $(3,\ 2)$이고 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$인 원 위의 점과 직선 $2x-y+8=0$ 사이의 거리의 최솟값은? [4점]

① $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{9\sqrt{5}}{5}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{11\sqrt{5}}{5}$

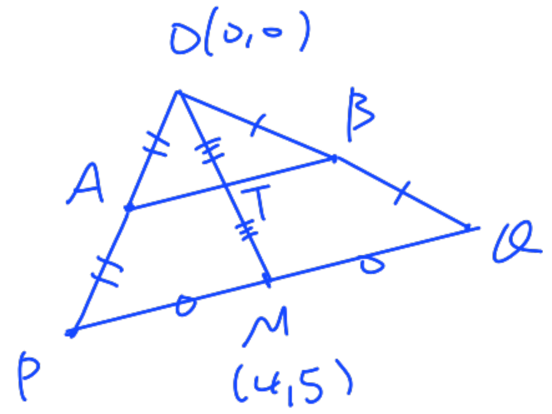

$$d=\frac{|6-2+8|}{\sqrt{5}}=\frac{12\sqrt{5}}{5}$$

$r=\sqrt{5}$

$$m=d-r=\frac{7\sqrt{5}}{5}$$

15. 좌표평면 위의 원점 O와 두 점 A, B를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB가 있다. 선분 OA를 2 : 1로 외분하는 점을 P, 선분 OB를 2 : 1로 외분하는 점을 Q라 하자. 선분 PQ의 중점의 좌표가 (4, 5)일 때, 삼각형 OAB의 무게중심의 좌표는 $(a,\ b)$이다. $a+b$의 값은? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7




$\overline{OT}=\overline{TM}$, $T(2, \frac{5}{2})$

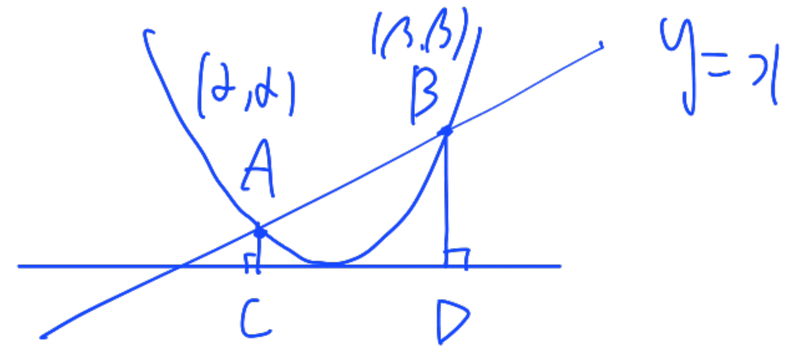
$\triangle OAB$의 무게중심 : $\overline{OT}$를 2:1 내분점

$\left(2\times\frac{2}{3}, \frac{5}{2}\times\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)=(a,b)$

$a+b=3$

16. 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x-k)^2$의 그래프와 직선 $y=x$가 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 두 점 A, B에서 $x$축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 선분 CD의 길이가 6일 때, 상수 $k$의 값은? [4점]

① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$




$\beta-\alpha=6$

$\frac{1}{2}(x-k)^2=x$, $x^2-2kx+k^2=2x$

$x^2-2(k+1)x+k^2=0$

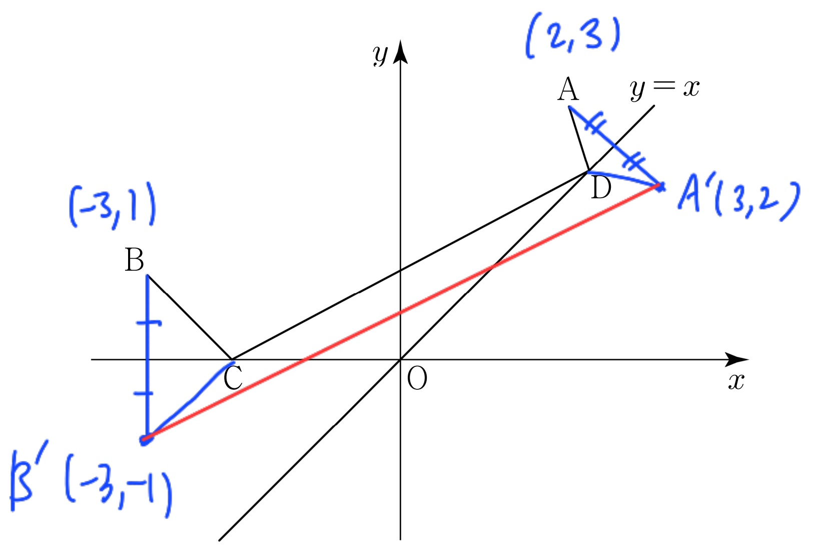
$\alpha+\beta=2(k+1)$, $\alpha\beta=k^2$

$(\beta-\alpha)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$36=4k^2+8k+4-4k^2$

$8k=32$, $k=4$

17. 그림과 같이 좌표평면 위에 두 점 A$(2,\ 3)$, B$(-3,\ 1)$이 있다. 서로 다른 두 점 C와 D가 각각 $x$축과 직선 $y=x$ 위에 있을 때, $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{CD}}+\overline{\mathrm{BC}}$의 최솟값은? [4점]




① $\sqrt{42}$ ② $\sqrt{43}$ ③ $2\sqrt{11}$ ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{46}$

A'(3,2) $\overline{AD}=\overline{A'D}$

B'(-3,-1) ⇒ $\overline{BC}=\overline{B'C}$

$\overline{AD}+\overline{CD}+\overline{BC}$

$= \overline{A'D}+\overline{CD}+\overline{B'C} \geq \overline{A'B'} = \sqrt{36+9}$

$= 3\sqrt{5}$

18. 함수 $f(x)=x^2+4x-3k^2-12k+40$의 그래프와 $x$축이 만나는 점의 개수와, 함수 $g(x)=x^2-12x+3k^2-36k+96$의 그래프와 $x$축이 만나는 점의 개수가 서로 같도록 하는 모든 정수 $k$의 개수는? [4점]

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

$f(x)$의 $D_1 = 4+3k^2+12k-40$

$= 3k^2+12k-36$

$= 3(k+6)(k-2)$

$g(x)$의 $D_2 = 36-3k^2+36k-96$

$= -3k^2+36k-60$

$= -3(k-2)(k-10)$

$D_1>0$ & $D_2>0$

$D_1=0$ & $D_2=0$

$D_1<0$ & $D_2<0$

i) $D_1=0$ & $D_2=0$ $k=2$

ii) $D_1$ & $D_2$ 부호 일치 → $D_1 \times D_2 > 0$ $(k \neq 2)$

$-9(k-2)^2(k+6)(k-10)>0$

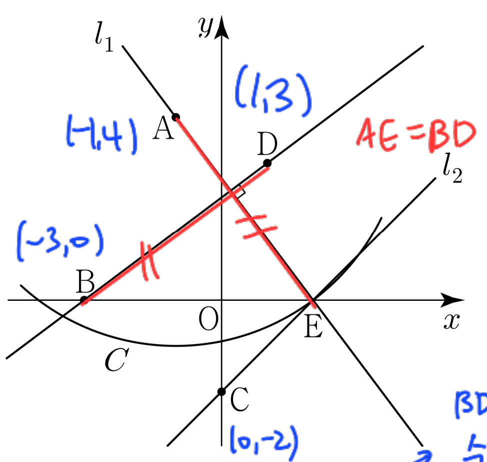
$(k-2)^2>0 \Rightarrow (k+6)(k-10)<0$

$-6<k<10$

정수 $k$ 14개 $(k \neq 2)$

∴ $14+1=15$개

19. 좌표평면 위에 네 점 A$(-1,\ 4)$, B$(-3,\ 0)$, C$(0,\ -2)$, D$(1,\ 3)$이 있다. 다음은 네 점 A, B, C, D가 각각 네 변 PQ, QR, RS, SP 위에 있도록 하는 정사각형 PQRS의 한 변의 길이를 구하는 과정이다.




BD 기울기 $\frac{3}{4}$
수직 => $-\frac{4}{3}$
$y=-\frac{4}{3}(x+1)+4$

점 A를 지나고 두 점 B와 D를 지나는 직선에 수직인 직선 $l_1$의 방정식은 $y=$ $\boxed{\text{(가)}}$ 이다. $y=-\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}$

점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{\text{BD}}$인 원을 $C$라 하자. 원 $C$와 직선 $l_1$이 만나는 두 점 중 점 C와의 거리가 더 작은 점을 E라 하고, 두 점 C와 E를 지나는 직선을 $l_2$라 하면 직선 $l_2$의 방정식은 $y=$ $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

$x-2$

$\overline{BD}=\sqrt{16+9}=5$

$(x+1)^2+(y-4)^2=25$

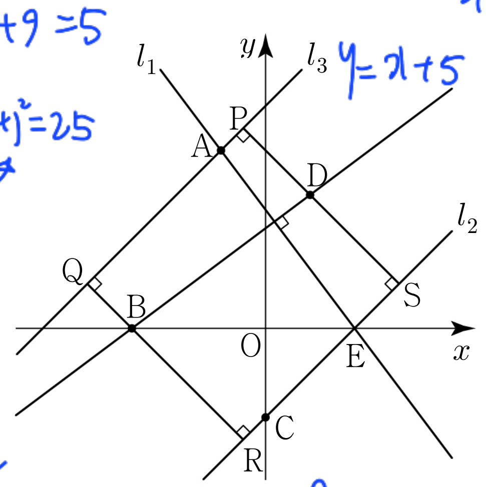
$l_1: y=-\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}$

$(x+1)^2+\left(-\frac{4}{3}x-\frac{4}{3}\right)^2=25$

$(x+1)^2+\frac{16}{9}(x+1)^2=25$

$\frac{25}{9}(x+1)^2=25$

$(x+1)^2=9,\ x=-4,\ 2$




E$(2,0)$, CE 기울기 1, $l_2: y=x-2$

두 점 B와 D에서 직선 $l_2$에 내린 수선의 발을 각각 R, S라 하자. 점 A를 지나고 직선 $l_2$와 평행한 직선을 $l_3$이라 하고, 두 점 B와 D에서 직선 $l_3$에 내린 수선의 발을 각각 Q, P라 하자.

사각형 PQRS는 네 점 A, B, C, D가 각각 네 변 PQ, QR, RS, SP 위에 있고 한 변의 길이가 $\overline{\text{PQ}}=\overline{\text{QR}}=$ $\boxed{\text{(다)}}$ 인 정사각형이다.

$l_2 // l_3$

$l_3$ 기울기 1, A(-1,4) 지남

$y=(x+1)+4=x+5$ ∴ $y=x+5$ & $y=x-2$ 거리 = 정사각형 한 변 길이

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하고, (다)에 알맞은 수를 $\alpha$라 할 때, $\frac{3}{4}f(\alpha)-g(\alpha)$의 값은? [4점]

① $4-3\sqrt{2}$ ② $4-4\sqrt{2}$ ③ $4-5\sqrt{2}$ ④ $4-6\sqrt{2}$ ⑤ $4-7\sqrt{2}$

$(0,5) \sim x-y-2=0$

$\frac{|-7|}{\sqrt{2}}=\frac{7}{\sqrt{2}}$

(가) $-\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}=-\frac{4}{3}(x-2)$

(나) $x-2$

(다) $\frac{7}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \frac{3}{4}f\left(\frac{7}{\sqrt{2}}\right)-g\left(\frac{7}{\sqrt{2}}\right)$

$=-\left(\frac{7}{\sqrt{2}}-2\right)-\left(\frac{7}{\sqrt{2}}-2\right)=4-7\sqrt{2}$

20. 최고차항의 계수가 1인 사차다항식 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값은? [4점]

나머지 상수

나머지상수

| |
|---|
| (가) $f(x)$를 $x+1$로 나눈 나머지와 $f(x)$를 $x^2-3$으로 나눈 나머지는 서로 같다. 나머지 일차이하 |
| (나) $f(x+1)-5$는 $x^2+x$로 나누어떨어진다. |

① $-9$ ② $-8$ ③ $-7$ ④ $-6$ ⑤ $-5$

(가) $f(-1)=f(\sqrt{3})=f(-\sqrt{3})=b$

$f(x)=(x+1)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})(x+a)+b$

$f(x)=(x+1)(x^2-3)(x+a)+b$

(나) $f(x+1)-5=x(x+1)Q(x)$

$x=0 \to f(1)-5=0,\ f(1)=5$

$x=-1 \to f(0)-5=0,\ f(0)=5$

$\to f(1)=2\cdot(-2)(1+a)+b=5,\ -4a+b=9$

$f(0)=-3a+b=5$

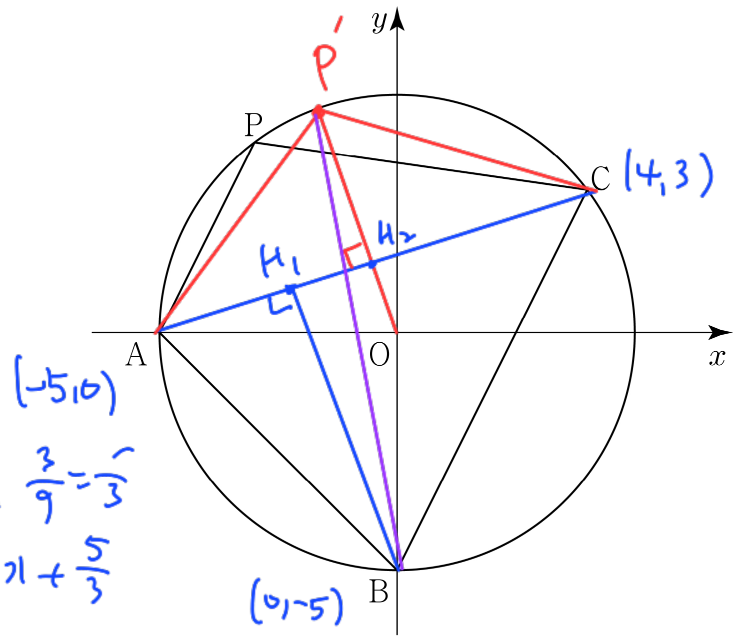
$a=-4$

$b=-7$

$f(x)=(x+1)(x^2-3)(x-4)-7$

$f(4)=-7$

21. 그림과 같이 원 $x^2+y^2=25$ 위에 세 점 A$(-5,\ 0)$, B$(0,\ -5)$, C$(4,\ 3)$이 있다. 점 B를 포함하지 않는 호 AC 위에 점 P가 있을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]




AC 기울기 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

$y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$

<보 기>

ㄱ. 점 B와 직선 AC 사이의 거리는 $2\sqrt{10}$이다.

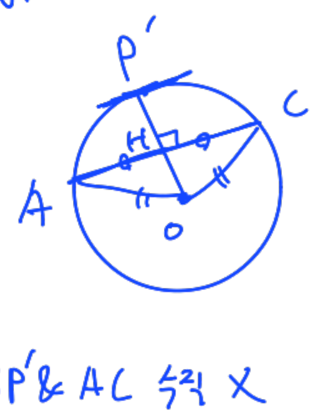
~~ㄴ.~~ 사각형 PABC의 넓이가 최대일 때, 직선 PB와 직선 AC는 서로 수직이다.

ㄷ. 사각형 PABC의 넓이의 최댓값은 $\dfrac{15(3+\sqrt{10})}{2}$이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. $x-3y+5=0 \sim (0,-5)$　$\dfrac{|15+5|}{\sqrt{10}}=2\sqrt{10}$

ㄴ. $\square PABC = \underbrace{\triangle ABC}_{일정} + \underbrace{\triangle APC}_{최대}$




$\triangle APC$ 넓이 최대 $\Rightarrow P \Rightarrow P'$

$OP' \perp AC$, $BP'$ & $AC$ 수직 X

ㄷ. $\square PABC = \triangle ABC + \triangle APC$

$\le \triangle ABC + \triangle AP'C$

$= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times (BH_1 + P'H_2)$

$\overline{AC} = 3\sqrt{10}$

(0,0)~직선 AC 거리

$= \dfrac{5}{\sqrt{10}} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$

$= \frac{1}{2} \times 3\sqrt{10} \times \left(2\sqrt{10} + 5 - \frac{\sqrt{10}}{2}\right)$

$= \frac{3}{2}\sqrt{10}\left(5 + \frac{3}{2}\sqrt{10}\right)$

$= \frac{15}{2}\sqrt{10} + \frac{45}{2} = \dfrac{15(3+\sqrt{10})}{2}$

단 답 형

22. $x$에 대한 다항식 $x^3-x^2-10x+a$가 $x-1$로 나누어떨어질 때, 상수 $a$의 값을 구하시오. [3점]

$\boxed{10}$

$x=1 \rightarrow 1-1-10+a=0$

$a=10$

23. $x$에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x-1>8 \\ 2x-16 \le x+a \end{cases}$$

의 해가 $b<x\le 28$일 때, 두 상수 $a$, $b$에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

$\boxed{21}$

$\begin{cases} x>9 \\ x \le 16+a \end{cases}$

$9 < x \le 16+a$

$9 = b$, $16+a = 28$

$\left.\begin{matrix} a=12 \\ b=9 \end{matrix}\right) a+b=21$

24. $x$에 대한 이차방정식 $x^2-(k+2)x+k+5=0$이 서로 다른 두 허근을 갖도록 하는 모든 정수 $k$의 개수를 구하시오. [3점]

$\boxed{7}$

$D=(k+2)^2-4(k+5)<0$

$k^2+4-20<0$

$k^2-16<0$

$-4<k<4$

정수 7개

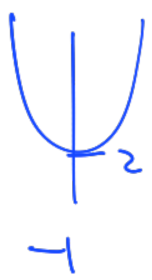
25. 좌표평면 위에 두 점 A$(2t,\ -3)$, B$(-1,\ 2t)$가 있다. 선분 AB의 길이를 $l$이라 할 때, 실수 $t$에 대하여 $l^2$의 최솟값을 구하시오. [3점]

$\boxed{2}$

$l^2=(2t+1)^2+(2t+3)^2$

$=8t^2+16t+10$

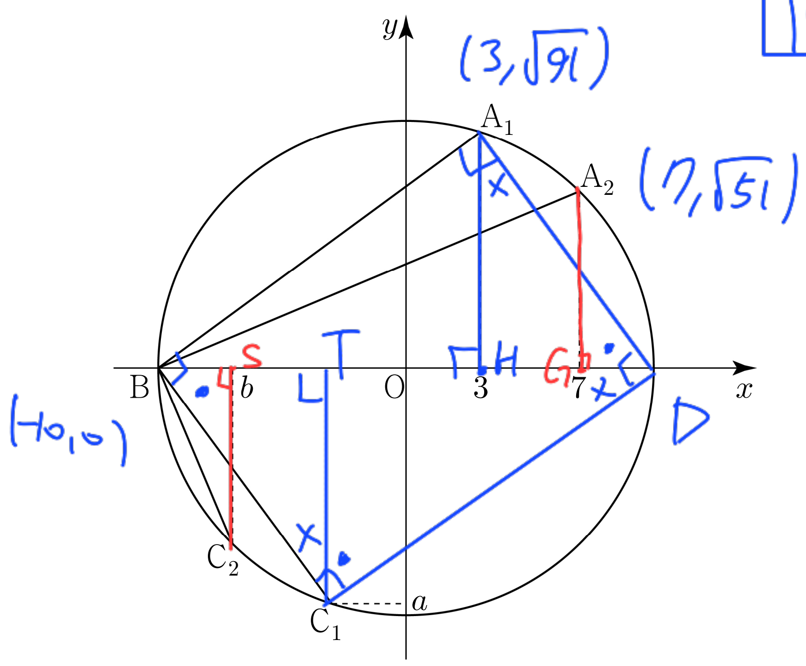
$=8(t+1)^2+2$



최솟값 2

26. 그림과 같이 원 $x^2+y^2=100$ 위에 $x$좌표가 각각 3, 7인 두 점 $A_1$, $A_2$가 있다. 점 B$(-10,\ 0)$을 지나고 두 직선 $A_1B$, $A_2B$에 각각 수직인 두 직선이 원과 만나는 점 중 점 B가 아닌 두 점을 각각 $C_1$, $C_2$라 하자. 점 $C_1$의 $y$좌표를 $a$, 점 $C_2$의 $x$좌표를 $b$라 할 때, $a^2+b^2$의 값을 구하시오. (단, 두 점 $A_1$, $A_2$는 제1사분면 위에 있다.) [4점]

$\boxed{140}$




$\square A_1BC_1D$: 직사각형

$BC_1=A_1D$, $\triangle A_1HD \equiv \triangle C_1TB$

$\therefore TC_1=A_1H$

$C_1$의 $|y좌표|$ = $A_1$의 y좌표 $\therefore a=\sqrt{91}$

$\triangle C_2SB \equiv \triangle A_2GD$

$C_2$의 $|x좌표|$ = G의 x좌표 $\therefore b=7$

$a^2+b^2=91+49=140$

27. $x$에 대한 사차방정식

$$x^4+(2a+1)x^3+(3a+2)x^2+(a+2)x=0$$

의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 실수 $a$의 값의 곱을 구하시오. [4점]

$\boxed{12}$

$x(x^3+(2a+1)x^2+(3a+2)x+(a+2))=0$

$x=-1 \to -1+2a+1-3a-2+a+2=0$

$x(x+1)(\underbrace{x^2+2ax+(a+2)}_{f(x)})=0$

$\downarrow$ 0, $\downarrow$ $-1$

서로다른 실근 개수 3

i) $f(x)$가 $0, -1$이 아닌 중근 가질 때

$D/4=a^2-a-2=0$ $(a+1)(a-2)=0$, $a=-1, 2$

$a=-1 \to x^2-2x+1=0$ 중근 1 (ok)

$a=2 \to x^2+4x+4=0$ 중근 $-2$ (ok)

ii) $f(x)$가 $x=0$과 $x=\alpha(\alpha\neq-1)$를 근으로 가질 때

$x=0$이 근 $\Rightarrow f(0)=a+2=0$, $a=-2$

$x^2-4x=0$ $x=0, 4$

$\Rightarrow$ 세실근 $0, -1, 4$ (ok)

iii) $f(x)$가 $x=-1$과 $x=\beta(\beta\neq0)$를 근으로 가질 때

$x=-1$이 근 $\Rightarrow f(-1)=1-2a+a+2=0$

$a=3$

$x^2+6x+5=0$, $x=-1, -5$

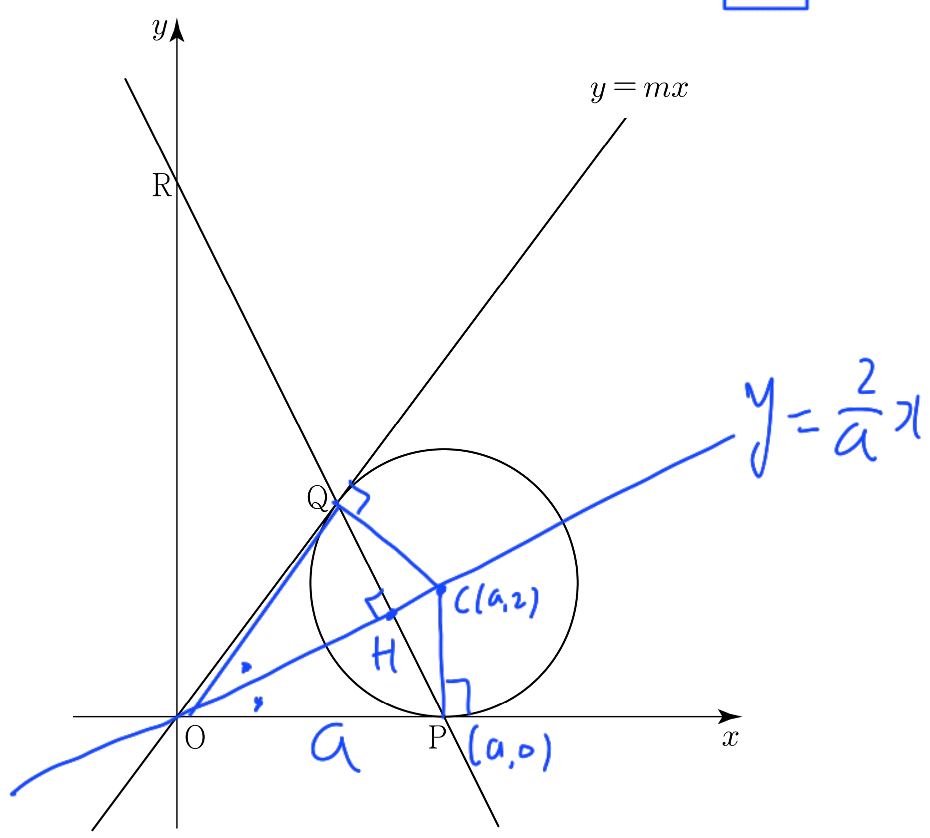
$\Rightarrow$ 세실근 $0, -1, -5$ (ok)

$\therefore a=-1, 2, -2, 3$

$(-1)\times2\times(-2)\times3=12$

28. 그림과 같이 $x$축과 직선 $l : y=mx\ (m>0)$에 동시에 접하는 반지름의 길이가 2인 원이 있다. $x$축과 원이 만나는 점을 P, 직선 $l$과 원이 만나는 점을 Q, 두 점 P, Q를 지나는 직선이 $y$축과 만나는 점을 R라 하자. 삼각형 ROP의 넓이가 16일 때, $60m$의 값을 구하시오. (단, 원의 중심은 제1사분면 위에 있고, O는 원점이다.) [4점]

$\boxed{80}$




$(x-a)^2+(y-2)^2=4$

OC 직선: $y=\frac{2}{a}x$

PH 직선 기울기 $-\frac{a}{2}$, $y=-\frac{a}{2}(x-a)$

$y=-\frac{a}{2}x+\frac{a^2}{2}$, $R(0, \frac{a^2}{2})$

$\triangle OPR=\frac{1}{2}\times a\times\frac{a^2}{2}=\frac{a^3}{4}=16$, $a^3=64$

$a=4$

$C(4,2) \sim y=mx$ 거리 = 반지름 2

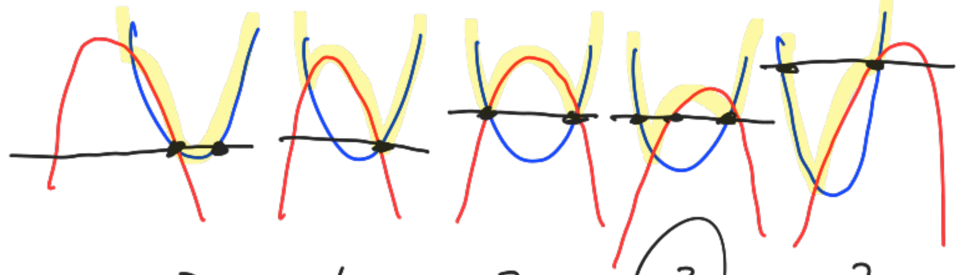
$mx-y=0$

$\frac{|4m-2|}{\sqrt{m^2+1}}=2$, $|2m-1|=\sqrt{m^2+1}$

$4m^2-4m+1=m^2+1$

$3m^2-4m=0$

$m(3m-4)=0$, $m=\frac{4}{3}$, $60m=80$



2 1 2 3 2



**29.** 두 실수 $a$, $b$에 대하여 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 서로 다른 두 근은 $\alpha$, $\beta$이고, 이차방정식 $x^2+3ax+3b=0$의 서로 다른 두 근은 $\alpha+2$, $\beta+2$이다. 다음 조건을 만족시키는 자연수 $n$의 최솟값을 구하시오. [4점]

$\boxed{6}$

| |
|---|
| (가) $\alpha^n+\beta^n>0$ |
| (나) $\alpha^n+\beta^n=\alpha^{n+1}+\beta^{n+1}$ |

$\begin{cases}\alpha+\beta=-a\\ \alpha\beta=b\end{cases}$

$(\alpha+2)+(\beta+2)=-3a=\alpha+\beta+4=-a+4 \rightarrow a=-2$

$(\alpha+2)(\beta+2)=3b=\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4=b-2a+4=b+8$

$\rightarrow b=4$

$x^2-2x+4=0$ 근: $\alpha, \beta$, $D/4=1-4<0$

$(x+2)(x^2-2x+4)=0$ $\alpha, \beta$: 허근

$x^3+8=0$ 의 두 허근: $\alpha, \beta$

$\alpha^3=-8$, $\beta^3=-8$, $\alpha^2-2\alpha+4=0$, $\alpha^2=2\alpha-4$

$\alpha^6=64$, $\beta^6=64$ $\beta^2-2\beta+4=0$, $\beta^2=2\beta-4$

$\alpha+\beta=2$

$\alpha^2+\beta^2=2(\alpha+\beta)-8=-4$

$\alpha^3+\beta^3=-8-8=-16$

$\alpha^4+\beta^4=-8(\alpha+\beta)=-16$

$\alpha^5+\beta^5=-8(\alpha^2+\beta^2)=32$

$\alpha^6+\beta^6=64+64=128$

$\alpha^7+\beta^7=64(\alpha+\beta)=128$ 최소 자연수 $n=6$

**30.** 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 이차함수 $y=g(x)$의 그래프와 일치한다. 방정식 $f(x)=g(x)$는 서로 다른 두 실근 $\alpha$, $\beta\,(\alpha<\beta)$를 갖고, 함수 $h(x)$는

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x<\alpha \text{ 또는 } x>\beta) \\ g(x) & (\alpha\le x\le\beta) \end{cases}$$

일 때, 함수 $h(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

| |
|---|
| (가) 방정식 $h(x)=h(\beta)$는 서로 다른 세 실근을 갖고, 세 실근의 합은 $-4$이다. |
| (나) 함수 $y=h(x)$의 그래프 위의 점 중에서 $y$좌표가 음의 정수인 점의 개수는 15이다. |

$h(2)+h(5)$의 값을 구하시오. [4점]

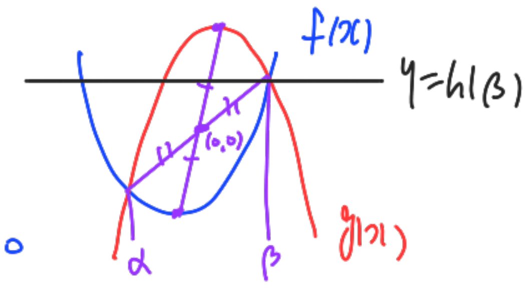
$\boxed{35}$

$y=x^2+ax+b \xrightarrow{\text{원점대칭}} -y=x^2-ax+b$

$y=-x^2+ax-b$

$f(x)=x^2+ax+b$

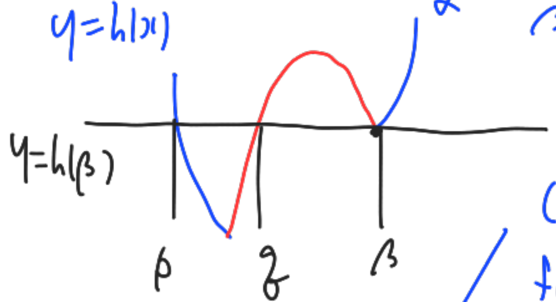
$g(x)=-x^2+ax-b$




$f(x)-g(x)=2x^2+2b=0$

$x^2=-b$, $x=\underbrace{-\sqrt{-b}}_{\alpha}$, $\underbrace{\sqrt{-b}}_{\beta}$ $\alpha+\beta=0$

$y=h(x)$




(가) $p+q+\beta=-4$

$f(x)=h(\beta)$ 근: $p, \beta$

$x^2+ax+b-h(\beta)=0$ $p+\beta=-a$

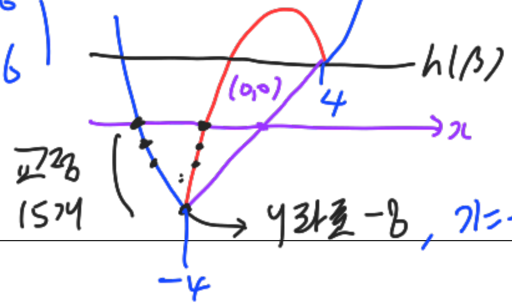
$g(x)=h(\beta)$ 근: $q, \beta$

$-x^2+ax-b-h(\beta)=0$ $q+\beta=a$

$\Rightarrow (p+\beta)+(q+\beta)=0$, $\beta=4$, $\sqrt{-b}=4$, $b=-16$, $\beta=4$, $\alpha=-4$

$f(x)=x^2+ax-16$

$g(x)=-x^2+ax+16$




y절편 $-b$, $x=-4 \to 16-4a-16=-8$

$a=2$

$f(x)=x^2+2x-16$

$g(x)=-x^2+2x+16$

$h(2)=g(2)=16$

$h(5)=f(5)=19$

$16+19=35$

| |
|---|
| * 확인 사항 |
| ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오. |