

11강 - I.적분법 04.넓이와 적분 [기본01~유제10]

곡선과 x 축으로 둘러싸인 넓이

1 다음 각 곡선에 대하여 주어진 구간 안에서 곡선과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

(1) $y = x^2 + x - 2$ ($-2 \leq x \leq 1$)

(2) $y = x^3 - x^2 - 2x$ ($-1 \leq x \leq 2$)

(3) $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$ ($0 \leq x \leq 2$)

(4) $y = xe^x$ ($-1 \leq x \leq 1$)

유제

01 $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \cos x + |\cos x|$ 에 대하여 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\pi} f\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) dx$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ 1

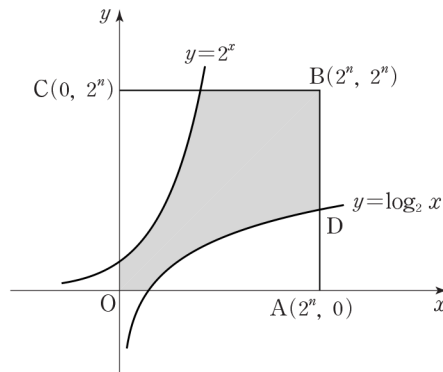
④ $\sqrt{3}$

⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

유제

2014학년도 9월 평가원 B형 14번

02 좌표평면에서 꼭짓점의 좌표가 $O(0, 0)$, $A(2^n, 0)$, $B(2^n, 2^n)$, $C(0, 2^n)$ 인 정사각형 $OABC$ 와 두 곡선 $y = 2^x$, $y = \log_2 x$ 가 있다. (단, n 은 자연수이다.)



정사각형 $OABC$ 와 그 내부는 두 곡선 $y = 2^x$, $y = \log_2 x$ 에 의하여 세 부분으로 나뉜다. $n=3$ 일 때 이 세 부분 중 색칠된 부분의 넓이는? [4점]

① $14 + \frac{12}{\ln 2}$

② $16 + \frac{14}{\ln 2}$

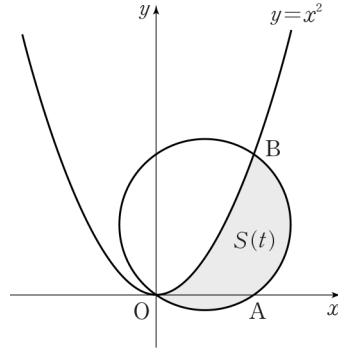
③ $18 + \frac{16}{\ln 2}$

④ $20 + \frac{18}{\ln 2}$

⑤ $22 + \frac{20}{\ln 2}$

유제 2013학년도 9월 평가원 나형 29번

- 03** 그림과 같이 곡선 $y=x^2$ 과 양수 t 에 대하여 세 점 $O(0, 0)$, $A(t, 0)$, $B(t, t^2)$ 을 지나는 원 C 가 있다. 원 C 의 내부와 부등식 $y \leq x^2$ 이 나타내는 영역의 공통부분의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $S'(1) = \frac{p\pi+q}{4}$ 이다. p^2+q^2 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 정수이다.) [4점]



유제

- 04** 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x=-1$, $x=3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

(가) $x \leq 1$ 일 때, $f(x) = xe^x$ 이다.

(나) 모든 실수 a 에 대하여 $\int_{-1}^a f(x)dx + \int_{-1}^{2-a} f(x)dx$ 의 값은 항상 일정하다.

- ① $2\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ ② 2 ③ $4\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ ④ 4 ⑤ $6\left(1 - \frac{1}{e}\right)$

유제

- 05** 함수 $f(x) = \int_0^x \cos \frac{t^2}{2} dt$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $\pi = 3.14$ 로 계산한다.)

보기

ㄱ. $0 < x < 1$ 일 때, $x \cos \frac{x^2}{2} < \cos \frac{x^2}{2}$

ㄴ. $0 < x < 1$ 일 때, $f''(x) > 0$

ㄷ. $\int_0^1 f(x)dx > \frac{1}{2} \sin \frac{1}{2}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

두 곡선으로 둘러싸인 넓이

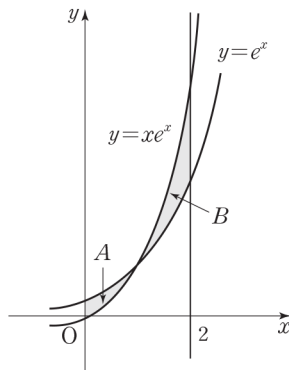
2 다음 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

(1) $f(x) = x^2 - 3x + 3$, $g(x) = 2x - 3$

(2) 곡선 $y = xe^{-x^2}$ 과 직선 $y = \frac{1}{e}x$

유제 2012학년도 수능 가형 16번

06 그림에서 두 곡선 $y = e^x$, $y = xe^x$ 과 y 축으로 둘러싸인 부분 A 의 넓이를 a , 두 곡선 $y = e^x$, $y = xe^x$ 과 직선 $x = 2$ 로 둘러싸인 부분 B 의 넓이를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값은? [4점]



① $\frac{3}{2}$

② $e - 1$

③ 2

④ $\frac{5}{2}$

⑤ e

유제

07 두 곡선 $y = x^2$ 과 $y = ke^x$ 가 제1사분면 위의 점 P에서 접할 때, 곡선 $y = x^2$ 과 곡선 $y = ke^{|x|}$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① $4\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{e^2}\right)$

② $4\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{e^2}\right)$

③ $8\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{e^2}\right)$

④ $8\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{e^2}\right)$

⑤ $12\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{e^2}\right)$

유제 2015학년도 수능 B형 28번

08 양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \int_0^x (a-t)e^t dt$ 의 최댓값이 32이다. 곡선 $y = 3e^x$ 과 두 직선 $x = a$, $y = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

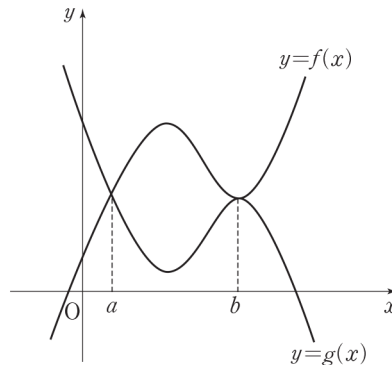
유제 ○ 2009학년도 9월 평가원 가형 28번

09 좌표평면에서 곡선 $y = \frac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}$ 과 직선 $y = \frac{2}{3}x$ 로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합은? [3점]

- ① $\frac{5}{3}\ln 2 - \ln 3$ ② $2\ln 3 - \frac{5}{3}\ln 2$ ③ $\frac{5}{3}\ln 2 + \ln 3$
 ④ $2\ln 3 + \frac{5}{3}\ln 2$ ⑤ $\frac{7}{3}\ln 2 - \ln 3$

유제 ○

10 두 삼차함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$F(x) = \int_0^x \{f(t) - g(t)\}dt$, $G(x) = \int_0^x |f(t) - g(t)|dt$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 닫힌 구간 $[0, b]$ 에서 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?
 (단, $0 < a < b$ 이고 $f(a) = g(a)$, $f(b) = g(b)$ 이다.)

- (가) 닫힌 구간 $[0, b]$ 에서 함수 $F(x)$ 의 최댓값은 5이다.
 (나) 닫힌 구간 $[0, b]$ 에서 함수 $G(x)$ 의 최댓값과 함수 $F(x)$ 의 최솟값의 차이는 11이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10