내가 수능 수학을 공부하며 느낀 것들

오르비 '책참'
2022학년도 수능 수학(미적분) 원점수 100점

0. 내가 수능 수학을 공부해온 과정

내용을 압축해 전달하기 위해 평어를 사용함을 양해 바란다. 우선 내가 수능 수학 공부 관련해서 이야기를 할 때 항상 언급하는 것이 있는데 나의 방식은 '원래부터 잘하던 사람'들은 굳이 따를 필요가 없다. 간단한 예시를 들어볼 때 $\log_2(x+2) = 2^{x-1}$ 와 같은 방정식을 볼 때 내 주변에 수학을 원래부터 잘하던 친구들은 '음… 대충 째려보니.. x=2' 와 같은 사고방식으로 방정식의 해를 구하곤 했다. 하지만 나는 '음… 이건 x값을 못 구하지 않나' 하고 넘기던 학생이었고 실제로 교육과정 상 저러한 형태의 로그/지수방정식은 저 식 자체로 특정값을 결정할 수 없는 것으로 알고 있고 다. 즉, [2020학년도 수능 (가형) 30번]을 풀듯 방정식 $\log_2(x+2) = 2^{x-1}$ 을 만족하는 x값을 'k라 하자' 한 후 넘어가 다음 단계의 풀이로 넘어가곤 했었다. 이 예시를 든 이유는 문제나 문제에 주어진 조건을 대할 때 보자마자 감각적인 직관으로 풀어버리는 '원래부터 잘하는 학생'들이 내 이야기를 맹신할 필요가 없고 해서도 안된다는 것을 먼저 언급하고 싶어서이다. 지금부터 내가 할 이야기는 이러한 수학적 감각이 부족한, 모의고사 문제에 어색하고 수능 수학을 어떻게 공부해야할지 모르겠는 학생들에게 도움이 될지도 모르는 것들일테다.

고등학교 3학년이 되기 전까지 나는 그리 수학에 특출난 학생은 아니었다. 초등학교 때는 '구몬, 눈높이' 따위를 하며 기본적으로 챙겨야할 것들을 챙김당했던 것 같고 중학교 때는 동네 학원을 다니며 '쎈, rpm' 등의 교재를 활용해 다른 친구들이 선행한 내용들을 따라가느라 애썼던 기억이 있다. 고등학교에 와서는 '대치 이강 학원'에 '한재도' 선생님 (지금도 계시는지는 모르겠다.) 의 수업을 들으며 삼차함수의 비율관계나 주어진 관계식을 도함수의 정의를 활용해 풀이를 전개하는 문제를 편미분을 활용해 간단히 해결하는 방법 같은 간단한 수능 개념 및 실전 개념을 익히고 중간에 동네 학원을 다니며 '마플 교과서' 교재를 활용해 관련 개념 공부와 약간의 내신 대비를 했었다. 고등학교 2학년 2학기가 끝날 때를 기준으로 내신 등급은 주로 3~4등급이었던 것으로 기억한다.

그렇게 고등학교 3학년이 되었고 '일산 5A 학원'에서 한성은 선생님께 수업을 받으며 '한 권으로 완성하는 수학' 교재 (이하 한완수) 를 활용해 공부하기 시작했다. 1년 동안 공부하며 느낀 한성은 선생님 수업의 장점은 다음과 같았다. 필요한 만큼의 교과서 개념을 짚어주신 후 다양한 수능 개념을 학생들이 체화할 수 있도록 수업을 진행하신다는 점, 평가원 기출 문항들의 조건들을 해체해 재조립한 문항을 공급함으로써 학생들 스스로 기출 요소 복습과 문제 제작 원리를 이해할 수 있도록 해주신다는 점, 기출 요소는 아니지만 출제 확률이 있는 것들에 대해 다양한 스펙트럼의 문제를 제공하시는 점, 그리고 한 쪽으로 편향되지 않도록 올바른 공부 방향을 잡기를 권하신다는 점. 또한 한완수를 공부하며 느낀 장점은 다음과 같다. 교과서 개념을 깊게 다루고 수능 개념들에 대한 증명 및 유도를 학생들에게 직접 해보도록 지시해 수학적 사고력을 길러 피지컬 자체를 키워줄 수 있다는 점, 평가원 기출 문항들을 모두 다뤄 평가원의 문항 제작 방식에 대해 충분한 이해도를 쌓을 수 있도록 도와준다는 점, 머리를 깨질 것처럼 복잡하게 만드는 본질에 초점을 둔 예제들을 통해 해당 부분에 대한 높은 이해도를 갖추도록 해준다는 점, 그리고 네이버 카페 '포만한 수학 연구소'에서 저자 이해원 및 이해원 연구소 팀과 교류할 수 있음을 알 수 있다는 점. 나도 이 교재를 활용한 한 학생이기에 책 홍보하는 것처럼 어필은 못하지만 한 번쯤 접해본 학생들이라면 '사고과정 정리'와 '필연성 부여'의 힘이 실력 향상과 그에 따른 성적 향상에 큰 영향을 준다는 것을 잘 알고 있으리라 생각한다. 이 과정들 끝에 수능 수학 만점자 타이틀이 있었다.

1. 꼭 남들이 다 하는 걸 따라갈 필요는 없다 (본질에 초점을 맞추자)

2022학년도 수능이 끝나고도 그렇고 2023학년도 수능이 끝나고도 그렇고 학생들과 수능 수학 공부 관련 이야기를 나누다 보면 공통으로 들을 수 있는 말들이 몇 가지 있다. 그 중 하나는 이런 형식의 말이다. '개념은 뉴런 들으면 충분할까요?', 'n제는 언제부터 풀어야하나요?'. 이러한 질문들에 내 생각을 공유할 때마다 내가 전달에 초점을 두는 것은 '결국 수능 당일 현장에서 원점수 100점만 받아내면 된다' 이다. 즉, 어떤 자료를 공부하는지나 언제 무엇을 하는지 등은 100점이라는 목표 달성을 위해 우리가 선택할 수 있는 과정 중 하나일 뿐이지 이것들 자체에 큰 의미가 있지는 않다는 것이다. 다시 말해 수능 당일 좋은 점수를 받아내기 위해 필요한 것들만 갖출 수 있다면 우리가 어떤 자료로 공부하는지나 언제 무엇을 공부했는지는 그리 중요한 것은 아니다.

나는 평가원 기출 문항의 분석을 중요하게 말하는 사람 중 한 명이다. 물론 '평가원 기출 문제만 제대로 공부하면 모든 문제를 해결할 수 있다'라고 주장하기보다는 우선 n제든 실모든 사설 자료를 접하려면 평가원 기출 문제부터 제대로 공부해두는 것이 필요하다고 말하는 편이다 (얼마 전까지는 평가원 기출 문제만으로 모든 문제를 해결할 수 있다고 생각하는 편이었는데 이번 수능 22번이나 30번과 같은 것들은 사설을 많이 접한 학생들이 유리할 것이라는 생각이 깊게 들어서 주장의 방향을 조금 바꿨다.). 나도 고등학교 2학년 때 자이스토리로 기출 문제들을 접할 때는 문제들이 모두 관계가 없는 것처럼 느껴지고 대부분의 문제를 못 풀었던 기억도 있다. 그렇다면 기출 분석을 어떻게 해야할까? (3페이지에 있는 [자료1]을 참고하자.) 확인한 바와 같이 문제에 주어진 조건을 필요충분조건으로 하나하나 뜯어보고 또 사고 과정을 하나하나 해체해보는 작업이 중요함을 알 수 있다. 이에 대해 자세한 것은 한완수에서 직접 확인해보면 좋을 것 같다, 혹은 다른 강사 분들의 기출 분석 커리큘럼도 도움이 될 것이다. 요새는 유튜브에도 좋은 질의 영상이 올라와있어 직접 자료 조사를 해보아도 좋을 것 같다.

내가 평가원 기출 문항의 분석을 중요시하는 이유는 이 뿐만은 아니다. 4페이지에 [자료2]에서 활용할 수 있듯이 이렇게 우리가 해체해둔 문제 속 요소들은 그대로 묻히는 것이 아니라 우리가 응시할 수능에서 다시 만날 확률이 크다. 이는 평가원이 일관된 집단이라거나 하는 이유는 아니고 교육과정이 크게 바뀌지 않는 한 시험은 같은 내용을 바탕으로 출제되기 때문임을 이용하는 것이다. 이는 마치 클래식이나 과거 팝송에 대한 이해를 바탕으로 요새 나오는 신곡들을 해석하는 것과 같은 맥락으로 이해해볼 수 있을 것 같다.

2. 취사 선택의 중요성 (편향되지 말 것)

앞서 언급한 바와 같은 맥락에서 우리가 초점을 두어야할 최종 목적지는 수능 수학 100점이다. 중요한 것은 필요한 부분을 확보하고 부족한 부분을 채우는 것이지 어떤 교재를 공부하고 어떤 선생님의 강의를 듣는지가 아니다. 학원, 인강 강사 분들이나 컨텐츠 팀들은 결국 '이윤 추구' 없이 자료를 제공할 수 없다. 부업이라면 모를까 유명한 분들은 대부분 본인의 직업으로서 사교육 컨텐츠 공급을 삼기 때문에 커리큘럼을 구성함에는 학생들의 효율적인 학습도 고려되지만 수익 확보도 고려되지 않을 수 없다.

그래서 우리는 내게 무엇이 필요하고 무엇이 필요하지 않은지에 집중해 컨텐츠들을 취사 선택할 필요가 있다. 이를테면 교과서 개념에 대해 깊게 공부할 필요가 느껴진다면 한완수의 앞부분을, 수능 개념에 대해 빠르게 훑을 필요가 느껴진다면 메가스터디 현우진 선생님의 뉴런을, 수2 기출 요소들을 복습하며 약간은 새로운 듯한 문제들로 훈련할 필요가 있을 듯하다면 한성은 선생님의 써밋 n제를 공부하는 식으로 말이다. 전에 어떤 재수 종합 학원 선생님께 들었던 이야기 중에 '한 강사의 커리큘럼을 전부 따라가면 안된다'는 말이 이 이야기를 더 잘 전해줄 수 있을 것 같다. 고3 때 한성은 선생님께서 '내 문제만 풀지 말고 ebs 수특, 수완도 좀 풀어보고 다른 선생님들 문제도 풀어봐'라고 말씀해주신 것도 같은 맥락에서 도움이 될 듯하다.

다시 한 번 강조한다, 우리가 초점을 두어야할 것은 어떤 강사의 어떤 컨텐츠를 공부할지가 아니라 내게 필요한 것이 무엇이고 그것을 위해 해야할 것들을 정리하는 것이다. '내'가 부족한 부분을 공부하는, 성적 향상을 위한 자기중심적 태도를 지니길 권한다.

3. 나 자신을 믿는 것

원래부터 잘하던 사람이 아니기에 우리는 누구나 흔들릴 때를 맞이할 수 있다. '내가 잘 하고 있나?', '이 방식이 정말 통할까'와 같은 것들. 하지만 어쩔 수 없다, 흔들린다고 그대로 흔들려버리면 손해 보는 것은 우리다. 따라서 나 자신을 깊게 믿고 의지하는 태도가 필요하다고 생각한다. 이와 관련해 내가 나를 믿을 수 있게 도와준 책 두 권을 소개해고자 한다.

정주영 작가님의 '하버드 상위 1%의 비밀'은 '언제나 '예외'는 존재하며 그게 '나'일 수 있다.'는 메시지로 나에게 힘을 주었고 박성혁 작가님의 '이토록 공부가 재미있어지는 순간'은 '자기 암시의 힘은 강하다. 끊임없이 나는 할 수 있다고 스스로에게 외쳐라.'는 메시지로 나에게 힘을 주었다. 이 두 권의 책을 통해 여러분에게 하고싶은 말은 통계를 믿기보다 나 자신의 가능성을 믿으라는 것이다. 확률을 보기보다 경우의 수를 보라는 말로도 설명할 수 있을 것 같다. 어떤 의견을 듣더라도 그것을 맹신하기보다 '이 사람은 이렇게 생각하는구나~' 정도로 받아들이고 내 방식대로 나아가길 권한다. 처음부터 근거를 갖고 자신감을 지닌 이들은 없다. 우선 자신감을 지니고 내 것을 추구한 다음에 성과를 보이면 그때 생기는 것이다, 근거는.

[자료 1: 2023학년도 수능 수학 미적분 30번 분석]

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=e^{\sin \pi x}-1$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 합성함수 $h(x)=g(f(x))$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $h(x)$는 $x=0$에서 극댓값 0을 갖는다.
>
> (나) 열린구간 $(0, 3)$에서 방정식 $h(x)=1$의 서로 다른 실근의 개수는 7이다.

$f(3)=\frac{1}{2}$, $f'(3)=0$일 때, $f(2)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

미적#30 합성함수 그래프 추론

(가) 필요조건으로 h(0)=h'(0)=0 을 알 수 있음. 계산해보면 f(0)=정수, f'(0)=0

(나) sin(pi*X)=ln2 를 만족하는 X 에 대하여 X=f(x)를 만족하는 x 의 개수가 열린 구간 (0, 3)에 7 개. 0<ln2<1 이므로 대충 y=sin(pi*X)의 그래프를 생각해보면. 우선 f'(0)=f'(3)=0, f(3)=1/2, f(0)=정수임과 함수 f(x)는 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수라는 점에서 열린구간 (0, 3)에서 f(x)가 감소할 것이고 그럼 x 가 0+에서 3-으로 가는 동안 X 가 정수-에서 1/2+로 갈 것이니 y=sin(pi*X)에서 f(0)=7 or f(0)=8 임을 알 수 있음

이때 (가)에서 극'대'이므로 f(0)=8. f(0)=7 이면 극소를 갖게 됨
계산해보면 f(2)=22/9 이므로 답은 31

[자료 2: 기출 문항 사이의 유사성]
[2023학년도 수능 수학 미적분 29번]

29. 세 상수 a, b, c에 대하여 함수 $f(x)=ae^{2x}+be^{x}+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)+6}{e^{x}}=1$

(나) $f(\ln 2)=0$

함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때,
$\displaystyle\int_{0}^{14}g(x)\,dx=p+q\ln 2$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 유리수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점]

integrate g(x) dx from 0 to 14 + integrate f(x) dx from ln2 to ln4 = 28ln2 (영의 정리)
g(x)=y ⇔ x=f(y), dx=f'(y)dy (역함수를 이용한 치환적분법)

[2022학년도 수능 수학 미적분 30번]

30. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=1$, $\displaystyle\int_{1}^{2}f(x)\,dx=\frac{5}{4}$

(나) 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $x\geq 1$인 모든 실수 x에 대하여 $g(2x)=2f(x)$이다.

$\displaystyle\int_{1}^{8}xf'(x)\,dx=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

Integrate f(x) dx from 1 to 2 + integrate g(x) dx from 1 to 2 = 3 (영의 정리)
g(x)=y ⇔ x=f(y), dx=f'(y)dy (역함수를 이용한 치환적분법)