

1 방정식



01 분수방정식 : 분모의 최소공배수가 이차식인 경우

상 중 아

1. 방정식 $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x^2-4x+3} = 1$ 의 모든 근의 합은?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

2. 분수방정식 $\frac{1-x}{x} + \frac{x^2-x+1}{x^2-x} = \frac{1}{2}$ 의 근을 α 라 할 때, α 의 값은?

[인터넷수능]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

상 중 아

3. 함수 $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라고 할 때, 방정식 $f(x) + f^{-1}(x) = 1$ 의 모든 근의 합은?

[인터넷수능]

- ① -6 ② -3 ③ -2 ④ 3 ⑤ 6

상 중 아

4. 분수방정식 $\frac{x^2+x+1}{x-2} - \frac{x+2}{x-1} = \frac{3}{(x-1)(x-2)} - 2$ 의 모든 실근의 합은?

[인터넷수능]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

02

분수방정식 : 분모의 최소공배수가 삼차이상인 경우

상 중 아

5. 분수방정식 $\frac{x}{x-1} - \frac{3x}{x^3-1} = 1 - \frac{x}{x^2+x+1}$ 의 모든 근의 합은?

[인터넷수능]

- ① -1 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 2

상 중 아

6. 분수방정식 $\frac{x^2}{x^2-1} + \frac{2}{x^2-5} = -\frac{4}{x^4-6x^2+5}$ 의 모든 근의 곱은?

[인터넷수능]

- ① -5 ② -3 ③ -2 ④ 2 ⑤ 5

03

복잡한 분수방정식 : 결합형

상 중 아

7. 분수방정식 $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+8}$ 의 근의 개수는?

[수능특강]

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

상 중 아

8. 분수방정식 $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+5}$ 의 근을 α 라 할 때, $2\alpha + 10$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

04 복잡한 분수방정식 : 분리형

상 중 아

9. 다음 분수방정식의 모든 실근의 합은?

$$\frac{x+1}{x} + \frac{x+2}{x+1} = \frac{x+3}{x+2} + \frac{x+4}{x+3}$$

- ① -5 ② -4 ③ -3
- ④ -2 ⑤ -1

[수능특강]

05 복잡한 분수방정식 : 치환형

상 중 아

10. 방정식 $\frac{2}{x^4+2x^2-1} + \frac{5}{x^4+2x^2+2} = 2$ 를 만족하는 실수 x 의 개수는?

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

[수능특강]

상 중 아

11. 분수방정식 $\frac{x^2}{x+6} + \frac{x+6}{x^2} = 2$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

06 복잡한 분수방정식 : 방정식의 근의 성질이용

상 중 아

12. 삼차방정식 $x^3 - 6x^2 - 15x + k = 0$ 의 세 실근을 α, β, γ 라 하자. 분수방정식

$$\frac{1}{x-\alpha} + \frac{1}{x+\beta} + \frac{1}{x-\gamma} = 0$$

이 단 한 개의 실근을 갖도록 하는 상수 k 의 값은 a 또는 b 이다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 의 세 실근을 α, β, γ 라 하면 $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$ 이다.)

[인터넷수능]

07 미정계수를 포함한 분수방정식

상 중 아

13. 분수방정식 $\frac{1}{x(x-a)} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2a}$ 의 한 근이 3일 때, 모든 상수 a 의 값의 합은?

- ① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$
- ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

[수능특강]

상 중 아

14. 실수 전체의 부분집합 $S = \left\{ x \mid \frac{1}{x} - \frac{1}{x-a} = 2 \right\}$ 의 원소가 1개 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

[인터넷수능]

상 중 하

15. 0이 아닌 실수 a 에 대하여 방정식 $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+2} = a$ 의 두 근의 차가 3 일 때, 두 근의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[고득점 200제]

상 중 하

16. $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때, 분수방정식 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{x-2\sin\theta}{x^2-1}$ 의 근이 존재하지 않도록 하는 모든 θ 의 값의 합은?

- ① π ② 2π ③ 3π
- ④ 4π ⑤ 5π

[수능특강]

상 중 하

17. 서로 다른 두 실수 a, b 에 대하여 분수방정식

$$\frac{(a-1)(b-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{1}{x+1} = \frac{ab}{x(x+1)}$$

가 실근을 갖지 않도록 하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

[인터넷수능]

상 중 하

18. 방정식 $\frac{(a-1)(b-1)}{x-1} + \frac{(a+1)(b+1)}{x+1} = \frac{2ab}{x}$ 가 근을 갖지 않게 하는 서로 다른 두 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

[고득점 200제]

상 중 하

19. $x - \frac{z}{yz-1} = \frac{7}{5}$ 을 만족시키는 세 정수 x, y, z 에 대하여 $x+y+z$ 의 최댓값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

[고득점 200제]

상 중 하

20. 집합 $A = \left\{ x \mid \frac{1}{x+a} + \frac{2a}{x-a} = \frac{1}{x^2-a^2} \right\}$ 이 공집합이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

[인터넷수능]

상 중 하

21. 실수 전체의 집합의 부분집합

$S = \left\{ x \mid \frac{3}{x} - \frac{x}{x+2} = \frac{x+a}{x(x+2)} \right\}$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, $n(S)$ 는 집합 S 의 원소의 개수이다.)

[인터넷수능]

[보기]

- ㄱ. $a = 3$ 일 때, $n(S) = 2$ 이다.
- ㄴ. $n(S) = 0$ 이 되도록 하는 정수 a 의 최솟값은 8이다.
- ㄷ. $n(S) = 1$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은 모두 3개 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

22. $a > 1$ 일 때, 방정식 $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+a} = 0$ 의 해에 대하여

[보기]

- ㄱ. 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ㄴ. 모든 근은 1보다 작다.
- ㄷ. 모든 근은 -1보다 크다.

옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 200제]

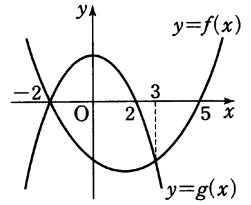
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

08

분수방정식과 함수의 그래프

상 중 하

23. 두 이차함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 분수 방정식



$$\frac{\{f(x)\}^2}{g(x)} = f(x)$$

의 서로 다른 실근의 총합은?

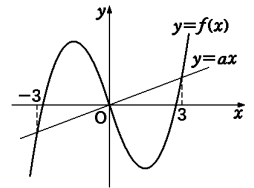
[인터넷수능]

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 8 ⑤ 10

상 중 하

24. 오른쪽 그림과 같이 삼차함수

$y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = ax$ 의 교점의 x 좌표가 -3 또는 0 또는 3이다. 분수 방정식 $\frac{1}{f(x) - ax} = \frac{1}{x}$ 의 모든 근의 곱이 -16일 때, $3f(4) - 4f(3)$ 의 값은?



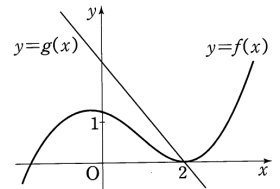
[수능특강]

- ① 11 ② 12 ③ 18
- ④ 14 ⑤ 15

상 중 하

25. 그림과 같이 삼차함수

$y = f(x)$ 의 그래프가 점 $P(2, 0)$ 에서 x 축에 접하고 일차함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 한 점 P 에서만 만난다. $1 < f(0) < g(0)$ 일 때, 방정식



$$f(x) + g(x) = \frac{1}{f(x)} + \frac{1}{g(x)}$$

의 실근의 개수는?

[인터넷수능]

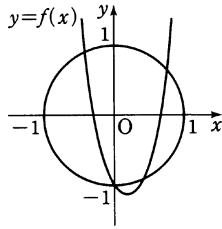
- ① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

상 중 하

26. 오른쪽 그림은 좌표평면에서 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 1인 원과 점 $(0, -1)$ 을 지나는 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 방정식

$$\frac{1}{f(x)+1} - \frac{1}{f(x)-1} = \frac{2}{x^2}$$

의 서로 다른 실근 x 의 개수는?

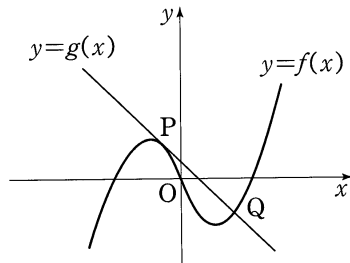


[인터넷수능]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

상 중 하

27. 오른쪽 그림과 같이 원점에 대하여 대칭인 삼차함수 $y=f(x)$ 위의 점 P 에서의 접선 $y=g(x)$ 의 그래프가 $y=f(x)$ 의 그래프와 점 Q 에서 만난다. 방정식 $\frac{1}{\{f(x)\}^2} - \frac{1}{\{g(x)\}^2} = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

09

분수방정식의 활용 : 속력

상 중 하

28. A항구에서 300km 떨어져 있는 B섬까지 일정한 속력으로 운행하는 여객선이 있다. A항구를 출발하여 B섬을 120km 남겨놓은 지점에서 고장이 나서 속력을 처음보다 20km/시 만큼 줄였더니 예정된 시간보다 30분 늦게 도착하였다. 이 여객선이 고장나기 전의 속력은 몇 km/시 인지를 구하시오.

[고득점 200제]

상 중 하

29. P 씨의 집은 회사에서 30km 떨어져 있는데, 회사로 출근할 때는 승용차를 운전하여 자동차 전용도로 24km, 일반도로 6km를 달린다고 한다. 다음은 P 씨가 출근할 때의 속력과 시간에 대한 설명이다.

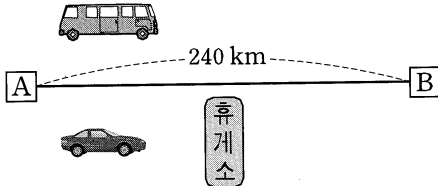
- (가) 평일에 출근할 때 자동차 전용도로에서의 속력은 일반도로에서의 속력의 2배이다.
- (나) 토요일에 출근할 때 자동차 전용도로에서의 속력은 평일 자동차 전용도로에서의 속력보다 20(km/시)가 빠르고, 일반도로에서의 속력은 평일 일반도로에서의 속력보다 10(km/시)가 빠르다.
- (다) 토요일에 출근할 때는 평일보다 9분 빨리 회사에 도착한다.

P 씨가 평일에 출근할 때 일반도로에서의 속력은 a (km/시)이다. a 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 하

30. 버스와 승용차 각 한 대씩이 A 지점에서 동시에 출발하여 240km 만큼 떨어져 있는 B 지점까지 이동하였다. 이때, 승용차는 버스의 속도보다 30(km/시)가 빠르고 중간에 휴게소에서 40분을 쉬었다. 버스는 휴게소를 들리지 않고 운행하였지만 승용차와 같은 시각에 B 지점에 도착하였다.

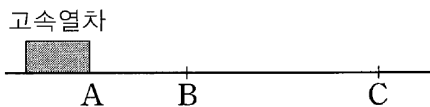


버스의 속력을 v (km/시)라 할 때, v 의 값을 구하시오. (단, 승용차가 휴게소를 들렀다 나오는 거리는 무시한다.)

[인터넷수능]

상 중 하

31. 일직선으로 뻗은 고속철도 위에 세 지점 A, B, C가 있다. 고속열차가 A 지점에서 B 지점까지 6초간 경적을 울리면서 50m/초로 달릴 때, C 지점에서 서 있던 사람은 이 경적 소리를 5초간 들었다고 한다.



이때, 이 경적 소리의 속도는 몇 m/초인가?

- ① 240 ② 260 ③ 280
- ④ 300 ⑤ 320

[고득점 200제]

010

분수방정식의 활용 : 일

상 중 하

32. 어느 회사는 A, B 두 공장에서 자동차를 생산하고 있다. 자동차 50대를 생산하는 경우에 A 공장과 B 공장을 동시에 가동하여 생산하면 6시간이 걸리고, B 공장만 가동하여 생산할 때는 A 공장만 가동할 때보다 5시간 더 걸린다고 한다. A 공장만 가동하여 자동차 50대를 생산하는 데 x 시간 걸린다. x 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 하

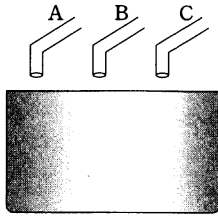
33. 어느 출판사의 직원 A, B 두 명이 함께 K 문서 편집을 모두 끝마치는 데 걸리는 시간은 A 혼자서 편집하는 것보다 12분이 더 빠르고, B 혼자서 편집하는 것보다 27분이 더 빠르다고 한다. A, B 직원 두 명이 함께 K 문서의 편집을 모두 마치는 데 걸리는 시간은?

[인터넷수능]

- ① 10분 ② 15분 ③ 18분 ④ 20분 ⑤ 25분

상 중 하

34. 오른쪽 그림과 같은 물탱크에 세 개의 수도관 A, B, C가 연결되어 있다. 수도관 A와 B를 사용하여 물탱크에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 세 개의 수도관을 모두 사용할 때보다 30분 더 걸린다고 한다. 또한 수도관 B와 C, 수도관 B만 사용하여 물탱크에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 세 개의 수도관을 모두 사용할 때보다 각각 5시간, 8시간 더 걸린다고 한다. 세 개의 수도관 A, B, C를 모두 사용하여 물탱크를 채우는데 걸리는 시간은?

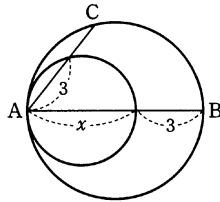


[인터넷수능]

- ① 4시간 ② 4시간 30분 ③ 5시간
- ④ 5시간 30분 ⑤ 6시간

상 중 하

35. 오른쪽 그림과 같이 지름의 길이가 각각 x km, $(x+3)$ km인 두 원이 있다. 갑과 을은 두 원의 접점 A에서 동시에 출발하여 갑은 선분 AB를 따라 목적지 B를 향하여 이동하고, 을은 선분 AC를 따라 목적지 C를 향하여 이동한다. 을이 출발점부터 작은 원과 만날 때까지 진행한 거리가 3 km이고, 갑과 을은 모두 시속 5 km의 등속도로 진행하였다. 을이 갑보다 30분 일찍 목적지에 도착했을 때, x 의 값은? (단, 단위는 km이다.)



[인터넷수능]

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{14}{3}$

011

분수방정식의 활용

상 중 하

36. 건물의 용적률은 모든 층의 바닥 면적을 합한 연면적을 대지 면적으로 나눈 값을 백분율로 나타낸 것이다. 즉,

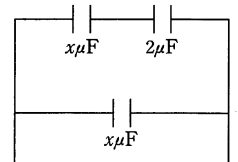
$$(\text{용적률}) = \frac{(\text{연면적})}{(\text{대지 면적})} \times 100(\%)$$

이다. 대지 면적이 $a \text{ m}^2$ 인 건물 P의 용적률은 $b\%$ 이고, 대지 면적이 $(a+150) \text{ m}^2$ 인 건물 Q의 용적률은 $(b-50)\%$ 이다. 건물 P와 건물 Q의 연면적이 각각 450 m^2 일 때, a 의 값을 구하시오

[인터넷수능]

상 중 하

37. 축전기의 전기용량이 각각 C_1, C_2 인 두 축전기를 연결한 합성 전기용량을 C 라고 할 때, 직렬 연결이면 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$, 병렬 연결이면 $C = C_1 + C_2$ 가 성립한다.



오른쪽 그림과 같이 3개의 축전기를 연결하여 합성 전기용량이 $5 \mu\text{F}$ 가 되도록 x 의 값을 정할 때, 다음 중 옳은 것은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{3}{2} < x < 2$ ② $2 < x < \frac{5}{2}$ ③ $\frac{5}{2} < x < 3$
- ④ $3 < x < \frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{7}{2} < x < 4$

012

$\sqrt{A} = B$ 꼴의 무리방정식

상 증 아

38. 무리방정식 $\sqrt{x+5} = x+k$ 의 무연근이 -1 일 때, 이 무리방정식의 실근은? (단, k 는 상수)

[인터넷수능]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

상 증 아

39. 함수 $f(x) = x - \sqrt{x-1}$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 3$ 을 만족하는 x 의 값을 t 라 할 때, $f(2t)$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 증 아

40. 무리방정식 $(2x+3)\sqrt{2x+3} = (x-6)^3$ 의 모든 근의 합을 구하시오.

[인터넷수능]

013

$\sqrt{A} + \sqrt{B} = C$ 꼴의 무리방정식

상 증 아

41. 무리방정식 $\sqrt{x+2} = \sqrt{3x+4}$ 의 모든 근의 합을 구하여라.

[수능특강]

상 증 아

42. 방정식 $\sqrt{2x-1} - \sqrt{x+3} = 1$ 의 모든 근의 합을 구하시오.

[인터넷수능]

상 증 아

43. 무리방정식 $\sqrt{x+1} - \sqrt{-x+4} = 1$ 의 근을 α 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

[수능특강]

- ① $0 < \alpha < 2$ ② $1 < \alpha < 3$ ③ $2 < \alpha < 4$
 ④ $3 < \alpha < 5$ ⑤ $4 < \alpha < 6$

상 중 하

44. 방정식 $\frac{1}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+2}} + \frac{2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} = 1$ 의 해를 구하여라.

[수능특강]

상 중 하

45. 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 방정식 $\sqrt{x-\alpha} + \sqrt{x-\beta} = \sqrt{6}$ 의 해는?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

[수능특강]

상 중 하

46. 방정식 ${}^3\sqrt{x+9} - {}^3\sqrt{x-9} = 3$ 의 모든 실근의 곱은?

[고득점 200제]

- ① -78 ② -80 ③ -84
- ④ -86 ⑤ -88

상 중 하

47. n 이 자연수일 때, x 에 대한 무리방정식

$$\sqrt{4n+x} + \sqrt{4n-x} = 2n$$

이 실수해를 갖도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오.

[인터넷수능]

014

무리방정식과 근

상 증 아

48. 무리방정식 $f(x) = g(x)$ 의 근을 구하기 위하여 양변을 제곱하여 풀었더니 실근 a 와 무연근 b 가 나왔다. 다음 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, $f(a) > 0, f(b) > 0$ 이다.)

[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $\sqrt{f(a)} = \sqrt{g(a)}$
- ㄴ. $\sqrt{\{f(b)\}^2} = \sqrt{\{g(b)\}^2}$
- ㄷ. $\sqrt{f(a)f(b)} = \sqrt{g(a)g(b)}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

49. 무리방정식 $f(x) = g(x)$ 의 양변을 한 번 제곱하여 만들어진 정방정식을 풀어 실근 α 와 무연근 β 가 나왔다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 곳은?

[고득점 200제]

[보 기]

- ㄱ. $f(\beta) + g(\beta) = 0$
- ㄴ. $f(\alpha)g(\beta) + f(\beta)g(\alpha) = 0$
- ㄷ. $\{f(\alpha)\}^2 + \{f(\beta)\}^2 = \{g(\alpha)\}^2 + \{g(\beta)\}^2$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

50. 두 함수 $f(x) = x + a, g(x) = -x + b$ 에 대하여 무리방정식 $\sqrt{f(x)} = g(x)$ 의 실근 α 와 무연근 β 가 존재할 때, 다음 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 상수)

[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $a + b \geq 0$ ㄴ. $\alpha + \beta = 2b + 1$
- ㄷ. $\sqrt{f(\alpha)} - \sqrt{f(\beta)} = -1$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

015

이중근호를 포함한 무리방정식

상 증 아

51. 방정식 $\sqrt{x+8} - 5\sqrt{x} = 2$ 의 모든 근의 합을 구하시오.

[인터넷수능]

상 증 아

52. 무리방정식 $\sqrt{1+\sqrt{2-x}} = x$ 의 실근의 개수는?

[고득점 200제]

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

상 증 아

53. 무리방정식 $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x} = 1$ 의 근을 α , 무연근을 β 라 할 때, 방정식 $\frac{1}{x+\alpha} + \frac{1}{x-\beta} = 1$ 의 모든 근의 합은?

[수능특강]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

016

치환형 무리 방정식

상 중 아

54. 방정식 $\sqrt{x^2 - 7x + 15} = x^2 - 7x + 9$ 의 모든 실근의 곱을 구하십시오.

[인터넷수능]

상 중 아

55. 무리방정식 $x^2 - x - \sqrt{x^2 - x - 2} = 4$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 5
- ② 8
- ③ 10
- ④ 13
- ⑤ 20

상 중 아

56. 무리방정식 $x^2 - 3x + 7 - \sqrt{x^2 - 3x + a} = 3$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근은? (단, a 는 상수)

[인터넷수능]

- ① $\frac{5}{4}$
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ 2
- ④ $\frac{7}{3}$
- ⑤ 4

상 중 아

57. 무리방정식 $\sqrt{x^2 - x - 1} - \sqrt{-x^2 + x + 2} = 1$ 의 모든 근의 합은?

[인터넷수능]

- ① -1
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

017

$\sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C}$ 꼴의 무리방정식

상 중 아

58. 실수 a 에 대하여 세 실수 $\sqrt{2a-1}, \sqrt{a+\frac{15}{4}}, \sqrt{2a+4}$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $100a$ 의 값을 구하십시오.

[인터넷수능]

018

그래프를 이용한 무리방정식의 풀이

상 중 아

59. 방정식 $\sqrt{x+4} = \frac{1}{2}x + k$ 가 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위가 $\alpha \leq k < \beta$ 이다. 이때, $\alpha\beta$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

60. 방정식 $\sqrt{-x+k} = x+2$ 의 실근이 존재하지 않도록 하는 정수 k 의 최댓값은?

[수능특강]

- ① -3 ② -2 ③ -1
- ④ 0 ⑤ 1

상 중 아

61. 방정식 $\sqrt{1-x^2} = x+k$ 가 단 한 개의 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수는?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

62. 무리방정식 $\sqrt{4-x^2} = ax+5$ 가 실근을 갖지 않도록 하는 정수 a 의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

상 중 아

63. 곡선 $y = \sqrt{x-a} + |x-a|$ 와 직선 $y = \frac{x}{10}$ 가 만나는 점의 개수가 3이 되도록 하는 정수 a 의 개수를 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

64. 무리방정식

$$\sqrt{1-x} = ax+1 \dots\dots \textcircled{1}$$

의 무연근을 β 라 할 때, 다음 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로

[보기]

- ㄱ. $a > 0$ 이면 $\beta < 0$ 이다.
- ㄴ. $a < -1$ 이면 $0 < \beta < 1$ 이다.
- ㄷ. $-1 < a < 0$ 이면 방정식 $\textcircled{1}$ 은 서로 다른 두 실근을 가진다.

고른 것은? (단, a 는 실수이다.)

[인터넷수능]

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

69. 정의역이 $\{x \mid 0 \leq x < 8\}$ 인 함수 $y = f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} (1) & 0 \leq x < 1 \text{ 일 때, } f(x) = [x] \\ (2) & f(x+1) = f(x)+2 \end{aligned}$$

이때, 방정식 $\sqrt{f(x)-x} = x - f(x) + 2$ 의 실근의 개수는?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[수능특강]

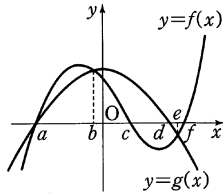
- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

상 중 하

70. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다. 실수 전체의 집합의 두 부분집합

$$\begin{aligned} A &= \{x \mid f(x)g(x) + \sqrt{f(x)g(x)} = 0\} \\ B &= \{x \mid f(x) + g(x) - 2\sqrt{f(x)g(x)} = 0\} \end{aligned}$$

에 대하여 집합 $B - A$ 는?



[인터넷수능]

- ① $\{a\}$ ② $\{b\}$ ③ $\{b, e\}$
- ④ $\{c, f\}$ ⑤ $\{c, d, f\}$

020

무리방정식의 활용

상 중 하

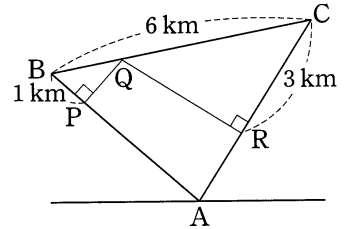
71. 좌표평면에서 원점 O 와 점 $A(-1, 4)$ 에 대하여 x 축의 양의 방향 위에 점 P 를 잡아 $\overline{OP} + \overline{AP} = 7$ 이 되도록 하는 점 P 의 x 좌표가 a 일 때, $a^2 + a$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 하

72. 어떤 공원의 산책로는 삼각형 ABC 모양이고 $\overline{BC} = 6\text{km}$ 이다. 산책로 AB, BC, CA 위에 각각 P, Q, R 지점을 찾아 새로운 산책로 PQ 와 QR 를 만들려고 한다.

$\overline{PQ}, \overline{QR}$ 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 와 각각 수직이고, $\overline{BP} = 1\text{km}, \overline{CR} = 3\text{km}$ 이다. $\overline{PQ} + \overline{QR} = 4\text{km}$ 일 때, 두 지점 B 와 Q 사이의 거리는?



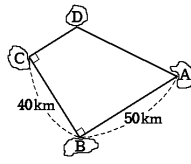
[인터넷수능]

- ① $\frac{9}{4}\text{km}$ ② $\frac{12}{5}\text{km}$ ③ $\frac{5}{2}\text{km}$ ④ $\frac{13}{5}\text{km}$ ⑤ $\frac{11}{4}\text{km}$

상 증 하

73. 오른쪽 그림과 같이 네 개의 점

A, B, C, D를 차례로 운항하는 여객선이 다음과 같은 방법으로 운항된다고 한다.



- (가) 두 점 A, B 사이의 운항거리는 50km, B, C 사이의 운항거리는 40km이다.
- (나) C에서 D로 운항할 때 평균속력은 80km/시, D에서 A로 운항할 때 평균속력은 100km/시이다.
- (다) $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{BC} \perp \overline{CD}$ 이다.

여객선이 C에서 D를 거쳐 A로 갈 때까지 걸린 시간은 55분이었다고 할 때, D에서 A로 운항하는 데 걸린 시간은?

(단, 점 D에서 10분간 머물렀다고 한다.)

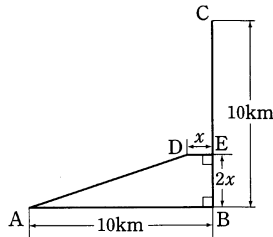
[수능특강]

- ① 24분 ② 27분 ③ 30분
- ④ 33분 ⑤ 36분

상 증 하

74. 그림과 같이 A지점과 B지점 사이의

거리가 10km, B지점과 C지점 사이의 거리가 10km인 도로가 있고 영화와 철수는 다음과 같이 A지점에서 C지점까지 이동하였다.



- 영화는 A지점을 출발하여 D지점과 E지점을 거쳐 C지점까지 평균속력 6km/시로 이동하였다.
- 철수는 A지점을 출발하여 B지점까지는 평균속력 3km/시, B지점에서 C지점까지는 평균속력 6km/시로 이동하였다.

B지점과 E지점 사이의 거리는 $2x$ (km)이고, D지점과 E지점 사이의 거리는 x (km)이다. 영화와 철수가 동시에 출발하여 영화가 철수보다 2시간 먼저 도착하였을 때, x 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{9-3\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{9-3\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{9-3\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{9-3\sqrt{6}}{2}$

2 부등식



01

부등식의 풀이

상 중 아

1. 부등식 $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 \leq 0$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

상 중 아

2. 부등식 $x^4 + 12x < 2x^3 + 11x^2$ 을 만족하는 모든 정수 x 의 값의 합은?

[인터넷수능]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

상 중 아

3. 부등식 $x^4 + 12x < 2x^3 + 11x^2$ 을 만족하는 모든 정수 x 의 값의 합은?

[인터넷수능]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

상 중 아

4. 분수부등식

$$\frac{3}{x-2} + \frac{4}{x-3} + \frac{3}{x^2-5x+6} \leq -2$$

를 만족하는 정수 x 의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

5. 부등식 $\frac{2x^2 - 11}{x^2 - x + 1} < 1$ 을 만족하는 모든 정수 x 의 값의 합은?

[인터넷수능]

- ① -3 ② -2 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

상 중 아

6. 부등식 $\log_2 a - 3\log_a 2 > 2$ 를 만족하는 한 자리 자연수 a 의 개수는? (단, $a \neq 1$)

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 7

상 > 중 > 하

7. 부등식 $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 > 0$ 의 해가 부등식 $\frac{x-1}{x-\alpha} < 0$ 의 해가 되기 위한 필요조건이 되도록 하는 상수 α 의 값의 범위는?

- [수능특강]**
 ① $4 \leq \alpha < 6$ ② $\alpha \geq 3$ ③ $3 < \alpha < 6$
 ④ $-3 \leq \alpha \leq 3$ ⑤ $-2 \leq \alpha \leq 2$

상 > 중 > 하

8. 실수 a 에 대하여 부등식 $(x-8)(x-15)(x-a) < 0$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수를 $f(a)$ 라고 할 때, $f(a)$ 의 최솟값은?

- [인터넷수능]**
 ① 14 ② 12 ③ 10
 ④ 8 ⑤ 6

상 > 중 > 하

9. 삼차부등식 $x^3 + ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $1 < x < 2$ 또는 $x > 3$ 일 때, 부등식 $\frac{x^2 + ax + b}{x + c} \leq 0$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

- [인터넷수능]**
 ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

상 > 중 > 하

10. 자연수 n 에 대하여 부등식 $(x-n)(x-3n)(x-9n) < 0$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{k=1}^5 f(k)$ 의 값은?

- [인터넷수능]**
 ① 80 ② 85 ③ 90
 ④ 95 ⑤ 100

상 > 중 > 하

11. 함수 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ 에 대하여 부등식 $(f \circ f \circ f)(x) < (f \circ f \circ f \circ f)(x)$ 를 만족하는 x 의 값의 범위는?

- [고득점 200제]**
 ① $1 < x < 2$ ② $-1 < x < 1$ ③ $x > -1$
 ④ $x < -1$ ⑤ $x > 1$

상 > 중 > 하

12. 부등식 $\frac{1}{2^x-1} - \frac{2}{4^x+2^x+1} \leq \frac{9}{8^x-1}$ 의 해를 $a < x \leq b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

- [고득점 200제]**
 ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
 ④ $\log_3 2$ ⑤ $\log_2 3$

상 > 중 > 하

13. 부등식 $\frac{2x-1}{x+1} > x + |x-1|$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는?

[고득점 200제]

- ① $-2 \leq x \leq 0, x \neq -1$
- ② $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}, x \neq -1$
- ③ $-1 < x \leq 0$
- ④ $x < 1, x \neq -1$
- ⑤ $x < -1$

상 > 중 > 하

14. 실수 x 에 대하여 x 보다 크지 않은 최대 정수를 $[x]$ 라 할 때, 다음 중 부등식 $[x]^2 - 3[x] - 18 \leq 0$ 과 같은 해를 갖는 부등식은?

[수능특강]

- ① $\frac{x+3}{x-7} \leq 0$
- ② $\frac{x-7}{x+3} \leq 0$
- ③ $\frac{x+3}{x-7} < 0$
- ④ $\frac{x-7}{x+3} < 0$
- ⑤ $(x+3)(x-7) \leq 0$

상 > 중 > 하

15. 분수부등식 $\frac{1}{x-a} \leq \frac{1}{x-1}$ 의 해가 $b < x < 11$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 > 중 > 하

16. 부등식 $x^4 + (1-m)x^3 - 2x^2 + 3mx - 2m > 0$ 의 해가

' $x < -2$ 또는 $x > 1$ '가 되도록 하는 모든 정수 m 의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

상 > 중 > 하

17. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식 $f(x), g(x)$ 의 최대공약수가 $x+3$, 최소공배수가 $x(x+3)(x-4)$ 일 때, 분수부등식

$\frac{1}{f(x)} + \frac{1}{g(x)} \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

상 > 중 > 하

18. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식 $f(x), g(x)$ 의 최대공약수가 $x+3$, 최소공배수가 $x(x+3)(x-4)$ 일 때, 분수부등식

$\frac{1}{f(x)} + \frac{1}{g(x)} \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

상 증 하

25. 자연수 n 에 대하여 부등식 $(x-n)^n(x+n)(x-2n) < 0$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 a_n 이라 할 때, 다음 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. $a_1 + a_2 = 2$ ㄴ. $a_{n+1} \geq a_n$

ㄷ. $\sum_{n=1}^{30} a_n = 600$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 하

26. 자연수 n 에 대하여 분수부등식 $\frac{x(x-8)}{(x-n)(x-n^2)} \leq 0$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. $f(2) = 5$

ㄴ. $n > m$ 이면 $f(n) > f(m)$ 이다.

ㄷ. $n \geq 9$ 일 때, $f(n) = n^2 - n + 7$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

상 증 하

27. 함수 $f(x) = \frac{2x}{x-2}$ 에 대하여 부등식 $\frac{f^n(x)}{x-5} \leq 0$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오.

(단, $f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$, $n = 1, 2, 3, \dots$)

[인터넷수능]

02 연립부등식

상 증 하

28. 연립부등식 $\begin{cases} (x+2)(x-1)(x-4) \leq 0 \\ (x+\frac{5}{2})(x+\frac{1}{2})(x-\frac{3}{2})(x-\frac{7}{2}) < 0 \end{cases}$ 을 만족하는 모든 정수 x 의 값의 합은?

[인터넷수능]

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

상 증 하

29. 다음 중 짝지어진 두 부등식의 해가 같은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. $\begin{cases} (x+1)^2(x^2-1) < 0 \\ (x-1)^2(x^2-1) < 0 \end{cases}$ ㄴ. $\begin{cases} x^2(x^2-1) \geq 0 \\ (x^2+1)(x^2-1) \geq 0 \end{cases}$

ㄷ. $\begin{cases} |x+1|(x^2-1) \leq 0 \\ |1-x|(1-x^2) \geq 0 \end{cases}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 하

30. 연립부등식 $\begin{cases} x + \frac{6}{x+2} \leq 3 \\ \frac{x+3}{x-2} \leq 0 \end{cases}$ 을 만족하는 모든 정수 x 의 값의 합은?

[인터넷수능]

- ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ 2 ⑤ 4

상 중 아

31. 연립부등식 $1 < \frac{3x}{x+2} \leq 2$ 의 해는 $\alpha < x \leq \beta$ 이다. 이때, $\beta - \alpha$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[인터넷수능]

상 중 아

32. 연립부등식 $\begin{cases} x(x-4)(x-5) \geq 0 \\ \frac{x-3}{x^2-3x+2} \leq 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[2007학년도 대수능]

상 중 아

33. a 가 음수일 때, 다음 연립부등식을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

$$\begin{cases} \frac{(x-6)(x-a)}{x-1} \geq 0 \\ \frac{x}{(x-a)(x-10)} \leq 0 \end{cases}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[인터넷수능]

상 중 아

34. 두 부등식 $\frac{x^2-x-20}{|x(x-4)|} \leq 0$, $\frac{2x+3}{x+3} \geq 0$ 을 동시에 만족하는 모든 정수 x 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

35. 연립부등식 $\begin{cases} x^3 - 2x^2 + x < 0 \\ \left(x - 1 + \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{3}{2} + \frac{1}{x}\right)^2\left(x + 4 + \frac{1}{x}\right)^3 \leq 0 \end{cases}$ 의 해가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

- ① 1 ② 0 ③ -1
- ④ -2 ⑤ -3

[수능특강]

상 중 아

36. 두 집합 $A = \left\{x \mid \frac{x^2-4}{x-1} \geq 0\right\}$,

$B = \left\{x \mid \left(x + \frac{1}{2}\right)(x-a) < 0\right\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 에 속하는 정수 x 가 3개가 되도록 하는 a 의 값의 범위는?

- ① $-3 \leq a < -2$ ② $-3 < a < -2$
- ③ $-3 < a < -2$ 또는 $3 < a < 4$ ④ $3 < a < 4$
- ⑤ $3 < a \leq 4$

[인터넷수능]

상 중 하

37. 두 부등식 $x(x-3)(x+6 > 0)$, $\frac{x-1}{x-a} \leq 0$ 을 동시에 만족시키는 정수 x 의 값들의 합을 S 라 할 때, $|S| = 15$ 가 되도록 하는 a 의 최댓값을 m , 최솟값을 n 이라 하자. $|m| + |n|$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 하

38. 실수 a 에 대하여 두 부등식

$$\frac{(x-a)(x-2)^2}{x-1} \leq 0, \frac{x}{(x-a)(x^2+1)} \geq 0$$

을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수를 $S(a)$ 라 할 때, 다음 설명 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $a = 1$ 일 때, $S(a) = 1$ 이다.
- ㄴ. $a \geq 2$ 일 때, $S(a) = 0$ 이다.
- ㄷ. $a < 0$ 일 때, $S(a) = 2$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

39. 연립부등식 $\begin{cases} x^4 - 8x^3 + 19x^2 - 12x \leq 0 \\ x^2 + ax + b < 0 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값의 범위가 $0 \leq x \leq 1$ 이 되는 음의 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

03

조건을 만족하는 부등식

상 중 하

40. $x \geq 0$ 의 범위에서 부등식 $x^3 - 2ax^2 + (a+6)x \geq 0$ 이 항상 성립하도록 하는 양수 a 의 최댓값은?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 하

41. 다음은 고차부등식 $x^3 - (a+1)x^2 + (a-2)x + 2a < 0$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수가 1개가 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하는 과정이다.

$f(x) = x^3 - (a+1)x^2 + (a-2)x + 2a$ 로 놓자.
 $f(x) = (x+1)(x-2)(x-a) < 0$ 에서
 (i) $a < -1$ 일 때,
 부등식 $f(x) < 0$ 의 해는 $x < a$ 또는 $-1 < x < 2$
 이므로 $f(x) < 0$ 을 만족하는 자연수 x 는 1의 1개이다.
 (ii) $-1 \leq a < 2$ 일 때,
 부등식 $f(x) < 0$ 의 해는 $x < -1$ 또는 $a < x < 2$
 이므로 $f(x) < 0$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수가 1개이려면
 (가)
 (iii) $a \geq 2$ 일 때,
 부등식 $f(x) < 0$ 의 해는 $x < -1$ 또는
 이므로 $f(x) < 0$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수가 1개이려면
 (나)
 따라서 구하는 a 의 값의 범위는 $a < (가)$ 또는 $(나)$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

[인터넷수능]

- ① $-1 < a \leq 1, 3 < a \leq 4$ ② $-1 < a \leq 1, 3 \leq a < 4$
- ③ $-1 \leq a < 1, 3 < a \leq 4$ ④ $-1 \leq a < 1, 3 \leq a < 4$
- ⑤ $-1 \leq a \leq 1, 3 \leq a \leq 4$

상 중 아

42. 두 집합 $A = \{x \mid (x-8)(x-1)(x+5) > 0\}$,

$B = \{x \mid x(x-a) \leq 0, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 원소가 5개가 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 m , 음수 a 의 최댓값을 M 이라 할 때, $m+M$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

43. 연립부등식 $\begin{cases} x^3 - 16x > 0 \\ (x-a)(x-a+2) \leq 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수가 1개가 되도록 하는 모든 정수 a 의 값의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

[인터넷수능]

상 중 아

44. 부등식 $(x^2 - ax)(x^2 + 4x + 5) < 0$ 을 만족하는 정수 x 가 4개 일 때, 실수 a 의 최댓값은?

[인터넷수능]

상 중 아

45. 두 집합 A, B 가 $A = \{x \mid (x-2)(x+1)(x+3) > 0\}$,

$B = \{x \mid x^2 + ax + b \leq 0\}$ 일 때, $A \cup B = \{x \mid x > -3\}$, $A \cap B = \{x \mid 2 < x \leq 4\}$ 를 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

46. 실수 a 에 대하여 두 부등식 $(x+2)(x-2)(x-a) > 0$,

$x(x-a) < 0$ 을 동시에 만족시키는 정수 x 가 k 의 1개 뿐이다. 다음 중 k 의 값이 될 수 있는 것을 모두 나열한 것은?

- ① 1 ② 0,1 ③ -1,1
- ④ -3,1 ⑤ -3,-1,1

[인터넷수능]

상 중 아

47. 삼차부등식 $3x^3 - kx^2 - 12x + 4k < 0$ 을 만족시키는 양의 정수 x 가 존재하지 않도록 하는 정수 k 의 개수는?

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

[수능특강]

상 중 하

48. 두 자연수 a, b ($a < b$)에 대하여 분수부등식

$$\frac{x}{x-a} + \frac{x}{x-b} \leq 0$$

을 만족시키는 정수 x 가 2개가 되도록 하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[인터넷수능]

상 중 하

49. 양수 a 에 대하여 연립부등식

$$\begin{cases} x(x+a)(x-2a) < 0 \\ x^2+ax-2a^2 \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 가 4개일 때, 이 4개의 정수의 합은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

[인터넷수능]

상 중 하

50. 다음 조건을 모두 만족하는 a, b 에 대하여 $|a-b|$ 의 최솟값을 구하시오.

[인터넷수능]

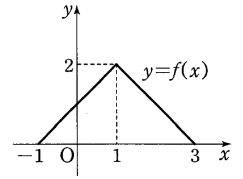
- (가) 부등식 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 < 0$ 은 부등식 $|x-1|(x-a) < 0$ 이 성립하기 위한 필요조건이다.
(나) 부등식 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 < 0$ 은 부등식 $|x-1|(x-b) < 0$ 이 성립하기 위한 충분조건이다.

04

그래프와 부등식

상 중 하

51. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 부등식 $\sqrt{f(x)} \geq \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는?

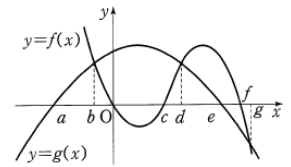


[고득점200제]

- ① $-1 \leq x \leq 0$ ② $-1 \leq x \leq 1$ ③ $0 \leq x \leq 2$
④ $1 \leq x \leq 2$ ⑤ $2 \leq x \leq 3$

상 중 하

52. 삼차함수 $y=f(x)$ 와 이차함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 부등식 $\frac{g(x)}{f(x)} \geq 1$ 의 해는?

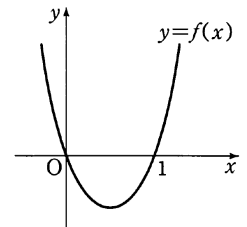


[인터넷수능]

- ① $x \leq a$ 또는 $c < x \leq d$
② $b \leq x \leq d$ 또는 $x \geq g$
③ $x \leq a$ 또는 $c < x \leq d$ 또는 $x \geq g$
④ $b \leq x < 0$ 또는 $c < x \leq d$ 또는 $f < x \leq g$
⑤ $b \leq x < 0$ 또는 $e \leq x < f$ 또는 $x \geq g$

상 중 하

53. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 부등식 $\frac{f(x)}{f(x+1)} \leq x$ 의 해는?

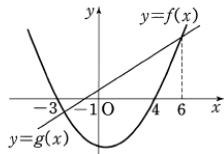


[인터넷수능]

- ① $x < -1$ 또는 $-1 < x < 0$
② $-1 < x < 0$ 또는 $0 < x < 1$
③ $-1 < x < 1$
④ $-1 < x < 0$ 또는 $x > 0$
⑤ $0 < x < 1$ 또는 $x > 1$

상 중 아

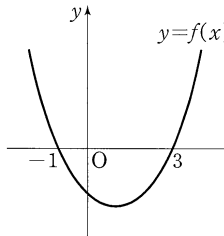
54. 이차함수 $y = f(x)$ 와 일차함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 분수부등식 $\frac{xf(x)}{g(x)} \leq 0$ 을 만족하는 모든 정수 x 의 값의 합을 구 하시오.



[인터넷수능]

상 중 아

55. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 자연수 k 에 대하여 부등식 $\frac{f(x-k)}{f(x+1)} \leq 0$ 을 만족하는 정수 x 의 값의 집합을 A_k 라 하자. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[수능특강]

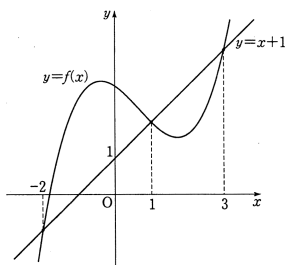
[보 기]

- ㉠. $n(A_1) = 4$
- ㉡. $n(A_k) = 2(k+1)$
- ㉢. $100 \in A_k$ 를 만족하는 k 의 값은 5개 존재한다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉡, ㉢

상 중 아

56. 그림과 같이 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x+1$ 은 세 점에서 만나고 그 교점의 x 좌표는 $-2, 1, 3$ 이다. 부등식 $\frac{x}{f(2x)-1} \geq \frac{1}{2}$ 을 만족시키는 실수 x 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?



[인터넷수능]

- ① -1
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{3}{2}$

05

부등식의 활용

상 중 아

57. 두 사람이 배식을 하면 1시간이 걸리는데, 여기에 그 수가 일정하지는 않지만 몇 사람이 같이 배식을 해보니 최소 10분, 최대 20분이 걸렸다. 두 사람 외에 같이 배식한 사람의 수의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하여라. (단, 각 사람의 배식 능력은 똑같다.)

[수능특강]

상 중 아

58. 기차가 출발하기 전까지 2시간의 여유가 있는 인혁이는 자전거를 타고 집에서 출발하여 일정한 속력으로 집에서 6km 떨어진 박물관에 도착하였다. 1시간 동안 박물관을 견학하였더니 기차 출발시간이 급하여 기차역까지 이전 속력보다 시속 4km 더 빠르게 달렸다. 박물관에서 기차역까지의 거리는 8km 이고, 기차를 탈 수 있으려면 인혁이가 집에서 박물관으로 갈 때의 속력은 최대 몇 km/시인가?

[수능특강]

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

상 중 아

59. 농도가 12%인 소금물 200g이 있다. 여기에 농도가 6%인 소금물을 섞어서 농도가 8% 이하가 되게 하려고 할 때, 농도가 6%인 소금물은 최소한 얼마를 섞어야 하는가?

[인터넷수능]

- ① 250g
- ② 280g
- ③ 340g
- ④ 380g
- ⑤ 400g

상 > 증 > 하

60. A병에 농도 5%인 포도당 용액 1000mL가 들어 있고, B병에 농도 10%인 포도당 용액 x mL이 들어 있다. A병의 용액 절반을 B병에 넣고, 그 다음 B병의 용액 절반을 A병에 넣으면 A병의 용액의 농도는 9% 이하가 된다고 할 때, 처음 B병에 들어 있는 포도당 용액의 양은 a mL 이하이어야 한다. a 의 최댓값은?

[인터벡수능]

- ① 4000 ② 4500 ③ 5000
④ 5500 ⑤ 6000

I. 삼각함수

01

짜인, 코짜인에 대한 덧셈정리

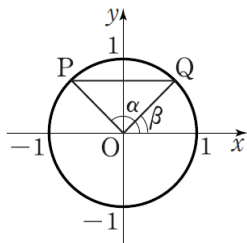
$$\begin{aligned} (1) \quad & \sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta \\ & \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta \\ (2) \quad & \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta \\ & \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta \end{aligned}$$

상 증 하

1. 다음은 $\cos(\alpha - \beta)$ 에 관한 삼각함수의 덧셈정리를 증명하는 과정이다.

[증명]

오른쪽 그림과 같이 두 각 α, β 가 나타내는 동경이 단위원과 만나는 점을 각각 P, Q라 하면
 $P(\cos\alpha, \sin\alpha), Q(\cos\beta, \sin\beta)$ 이다.
 이때, $\triangle OPQ$ 에서 제이코사인법칙에 의하여



$$\overline{PQ}^2 = \boxed{\text{가}} - 2\cos(\alpha - \beta) \dots\dots \text{㉠}$$

좌표평면에서 두 점 사이의 거리 공식에 의하여

$$\overline{PQ}^2 = \boxed{\text{가}} - 2(\cos\alpha \cos\beta \boxed{\text{나}} \sin\alpha \sin\beta) \dots\dots \text{㉡}$$

따라서 ㉠, ㉡에서

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta \boxed{\text{나}} \sin\alpha \sin\beta \text{이다.}$$

위의 과정에서 (가), (나)에 차례로 알맞은 수와 부호는?

[인터넷수능]

- ① 1, + ② 1, - ③ 2, +
- ④ 2, - ⑤ 4, -

상 증 하

2. α 는 제2사분면의 각이고 β 는 제1사분면의 각이며

$\sin\alpha = \frac{3}{5}, \sin\beta = \frac{2}{5}$ 일 때, $\cos(\alpha - \beta)$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{8 - 3\sqrt{21}}{25}$ ② $\frac{8 + 3\sqrt{21}}{25}$ ③ $\frac{6 - 4\sqrt{21}}{25}$
- ④ $\frac{6 + 4\sqrt{21}}{25}$ ⑤ $\frac{12 - 2\sqrt{21}}{25}$

상 증 하

3. 제1사분면의 각 θ 에 대하여 $\tan\theta = \sqrt{2}$ 일 때, $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{3 - \sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{3 + \sqrt{6}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{6}$
- ④ $\frac{4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{12}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{12}$

상 > 증 > 아

4. $\sin \alpha + \cos \beta = \frac{\sqrt{15}}{2}$, $\cos \alpha + \sin \beta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\sin(\alpha + \beta)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

[인터넷수능]

주관식

상 > 증 > 아

5. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{2}{3}$, $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}$ 일 때, $\frac{\tan \alpha}{\tan \beta}$ 의 값을 구하십시오.

[인터넷수능]

02

탄젠트에 대한 덧셈정리

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

상 > 증 > 아

6. 예각삼각형 ABC에서 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\cos B = \frac{1}{3}$ 일 때, $\tan C$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

[인터넷수능]

상 > 증 > 아

7. 좌표평면 위의 두 점 A(2, 3), B(3, 4)와 원점 O에 대하여 두 직선 OA, OB가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan \theta$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$
- ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

[인터넷수능]

상 > 증 > 아

8. $\alpha + \beta = \frac{3}{4}\pi$ 일 때, $(1 - \tan \alpha)(1 - \tan \beta)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

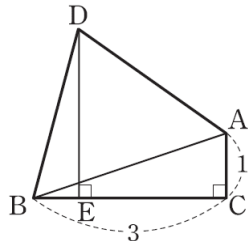
[인터넷수능]

03

덧셈정리의 도형에의 응용

상 중 하

9. 오른쪽 그림에서 삼각형 ABC는 $\angle C = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형이고 삼각형 DBA는 정삼각형이며 $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ 이다. $\overline{AC} = 1$, $\overline{BC} = 3$ 일 때, \overline{DE} 의 길이는?

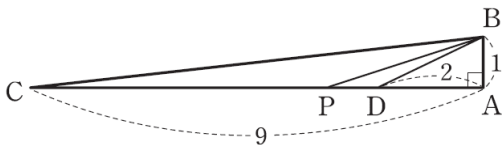


[인터넷수능]

- ① $\frac{3\sqrt{3}-1}{4}$ ② $\frac{3\sqrt{3}+1}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}-1}{2}$
- ④ $\frac{3\sqrt{3}+1}{2}$ ⑤ $\sqrt{10}$

상 중 하

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 1$, $\overline{AC} = 9$, $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 변 AC 위의 두 점 D, P에 대하여 $\overline{AD} = 2$ 이고 $\angle ADB = \alpha$, $\angle APB = \beta$, $\angle ACB = \gamma$ 라 할 때, $\alpha + \beta + \gamma = 45^\circ$ 이다. 이때, 선분 PD의 길이는?

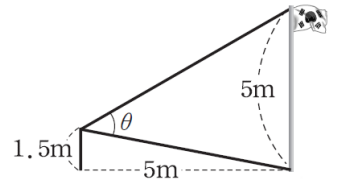


[고득점문제]

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3
- ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

상 중 하

11. 오른쪽 그림과 같이 높이가 5m인 국기대가 지면에 수직으로 서 있고, 국기대로부터 5m 떨어진 지점에서 눈의 높이가 1.5m인 사람이 국기대를 바라보고 있다. 이 사람이 국기대의 위쪽 끝과 아래쪽 끝을 바라보는 두 시선이 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값은? (단, 국기대의 두께는 무시한다.)

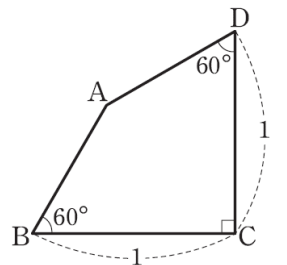


[인터넷수능]

- ① $\frac{40}{121}$ ② $\frac{80}{121}$ ③ 1
- ④ $\frac{100}{79}$ ⑤ 2

상 중 하

12. 오른쪽 그림의 사각형 ABCD에서 $\angle B = \angle D = 60^\circ$, $\angle C = \frac{\pi}{2}$, $\overline{BC} = \overline{CD} = 1$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이는?



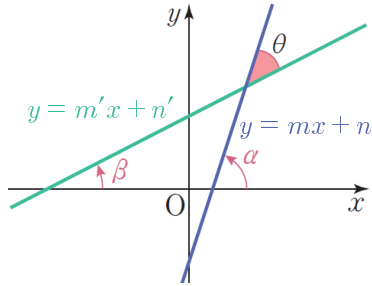
[인터넷수능]

- ① $\frac{4-\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

04

두 직선이 이루는 각

직선 $y = mx + n$,
 $y = m'x + n'$ 이 x 축의 양의
 방향과 이루는 각의 크
 기를 각각 α , β 라 하고 두
 직선이 이루는 예각의 크
 기를 θ 라 하면



(1) $m = \tan\alpha$, $m' = \tan\beta$

(2) $\tan\theta = |\tan(\alpha - \beta)| = \left| \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta} \right| = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right|$

상 증 하

13. 두 직선 $y = 3x - 1$, $y = \frac{1}{2}x + 1$ 이 이루는 예각의 크기를
 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
- ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

상 증 하

14. 두 직선 $y = -2x + 2$, $y = x + 2$ 가 이루는 예각의 크기를
 θ 라 할 때, $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

상 증 하

15. 두 직선 $y = 2x$, $y = ax$ 가 이루는 예각의 크기가 45° 일
 때, 양수 a 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

상 증 하

16. 직선 $y = x + 1$ 을 점 $(0, 1)$ 을 중심으로 시계 반대 방향으
 로 60° 만큼 회전시킨 직선의 방정식은?

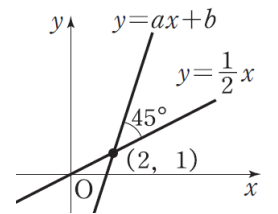
[인터넷수능]

- ① $y = -\sqrt{3}x + 1$ ② $y = -x + 1$
- ③ $y = -(2 + \sqrt{3})x$ ④ $y = -(2 + \sqrt{3})x + 1$
- ⑤ $y = (2 + \sqrt{3})x + 1$

주관식

상 증 하

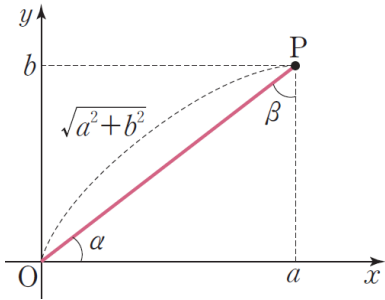
17. 오른쪽 그림과 같이 직선 $y = ax + b$
 는 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 와 점 $(2, 1)$ 에서 만난다.
 두 직선이 이루는 예각의 크기가 45° 일 때,
 $a - b$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 상수이
 다.)



[고득점문제]

05

삼각함수의 합성



(1) $a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$
 (단, $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$)

(2) $a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(\theta - \beta)$
 (단, $\sin \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \cos \beta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$)

상 중 아

18. 함수 $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos x + 1$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

- ㄱ. 최댓값은 2이다.
- ㄴ. 주기는 2π 이다.
- ㄷ. $y = \sin x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{\pi}{6}$ 만큼 평행이동한 것이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

19. 등식 $\cos x - \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos(x + k) = 0$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 하는 상수 k 의 값은? (단, $0 \leq k \leq 2\pi$)

[인터넷수능]

- ① $\frac{\pi}{4}$
- ② $\frac{\pi}{3}$
- ③ $\frac{2}{3}\pi$
- ④ π
- ⑤ $\frac{4}{3}\pi$

06

삼각함수의 합성을 이용한 최대, 최소

$$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$$

$$\left(\text{단, } \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

$-1 \leq \sin(\theta + \alpha) \leq 1$ 이므로

(1) $\sin(\theta + \alpha) = 1$ 즉 $\theta + \alpha = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$ 일 때,

최댓값 $\sqrt{a^2 + b^2}$ 을 갖는다.

(2) $\sin(\theta + \alpha) = -1$ 즉 $\theta + \alpha = 2n\pi + \frac{3}{2}\pi$ 일 때,

최솟값 $-\sqrt{a^2 + b^2}$ 을 갖는다.

상 > 증 > 하

20. 함수 $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4
- ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

상 > 증 > 하

21. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 함수 $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 2$ 는 $x = a$ 에서 최솟값, $x = b$ 에서 최댓값을 갖는다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{2}{3}\pi$ ② π ③ $\frac{4}{3}\pi$
- ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ 2π

상 > 증 > 하

22. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$y = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x + \cos x) - 2$ 의 치역을 바르게 나타낸 것은?

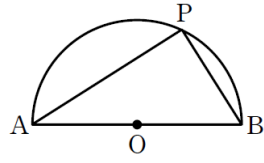
[인터넷수능]

- ① $\left\{ y \mid -\frac{9}{4} \leq y \leq -\sqrt{2} \right\}$ ② $\left\{ y \mid -\frac{9}{4} \leq y \leq \sqrt{2} \right\}$
- ③ $\left\{ y \mid -\sqrt{2} \leq y \leq \sqrt{2} \right\}$ ④ $\left\{ y \mid -\sqrt{2} \leq y \leq \frac{9}{4} \right\}$
- ⑤ $\left\{ y \mid -\frac{9}{4} \leq y \leq \frac{9}{4} \right\}$

07

삼각함수의 합성과 반원

반지름의 길이가 r 이고 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위의 한 점 P 에 대하여 $\angle ABP = \theta$ 라 하면 $\angle APB = 90^\circ$ 이므로



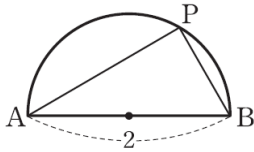
$$\overline{AP} = 2r \sin \theta, \quad \overline{BP} = 2r \cos \theta$$

$$a \overline{AP} + b \overline{BP} = a \cdot 2r \sin \theta + b \cdot 2r \cos \theta = 2r(a \sin \theta + b \cos \theta) = 2r \sin(\theta + \alpha) \quad \left(\text{단, } \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

$\theta + \alpha = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$ 일 때, 최댓값 $2r \sqrt{a^2 + b^2}$ 을 갖는다.

상 증 하

23. 오른쪽 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위에 한 점 P 를 잡을 때, $\overline{AP} + 2\overline{BP}$ 의 최댓값은?



[인터넷수능]

- ① $\sqrt{5}$ ② 3 ③ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$
- ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

상 증 하

24. 원점 O 를 지나고 기울기가 $\tan \theta$ 인 직선 l 이 있다. 두 점 $A(0, 2)$, $B(2\sqrt{3}, 0)$ 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 A' , B' 이라 하자. 원점 O 로부터 점 A' 까지의 거리와 점 B' 까지의 거리의 합 $\overline{OA'} + \overline{OB'}$ 이 최대가 되는 θ 의 값은? (단,

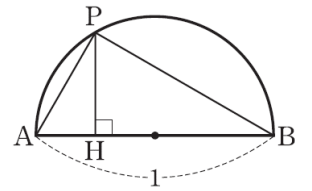
$$0 < \theta < \frac{\pi}{2})$$

[2006학년도 대수능][인터넷수능]

- ① $\frac{\pi}{12}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{4}$
- ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}\pi$

상 증 하

25. 오른쪽 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원이 있다. 이 반원 위의 한 점 P 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{PH} - \overline{AH}$ 의 최댓값은?



[인터넷수능]

- ① $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{4}-1}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}-1}{2}$

08

배각 공식

(1) 배각 공식

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta \cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

(2) 삼배각 공식

$$\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$$

$$\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$$

$$\tan 3\theta = \frac{3\tan\theta - \tan^3\theta}{1 - 3\tan^2\theta}$$

상 중 아

26. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고 $\sin\theta$ 와 $\cos\theta$ 가 모두 유리수인 임의의 θ 에 대하여 다음 중 그 값이 항상 유리수가 되는 것을 모두 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

ㄱ. $\sec 2\theta$ ㄴ. $\operatorname{cosec} 2\theta$ ㄷ. $\cot 2\theta$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

27. $\cos 2\theta = 2(\sqrt{2} \cos\theta - 1)$ 일 때, $\sin 2\theta$ 의 값은?(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

상 중 아

28. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$ 일 때, $\tan^2 2\theta$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$
 ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

상 중 아

29. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\sin 2\theta + \cos 4\theta$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $-\frac{7}{8}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $-\frac{3}{8}$
 ④ $-\frac{1}{8}$ ⑤ 0

상 중 아

30. 다음은 $\cos 72^\circ$ 의 값을 구하는 과정이다.

$\theta = 72^\circ$ 라 하면 $2\theta + 3\theta = 360^\circ$ 이므로 $\sin 2\theta + \sin 3\theta = 0$ 이다.
 이때, $\sin 2\theta = 2\sin\theta \cos\theta$, $\sin 3\theta = \text{㉠} \sin\theta - 4\sin^3\theta$ 이
 므로 $\sin 2\theta + \sin 3\theta = \sin\theta(3 + 2\cos\theta - 4\sin^2\theta) = 0$ 이고
 $\sin\theta \neq 0$ 이므로 $3 + 2\cos\theta - 4\sin^2\theta = 0$ 이다.
 따라서, $\cos\theta = \cos 72^\circ = \text{㉡}$

위의 과정에서 ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 나열한 것은?

[인터넷수능]

- ① 2, $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ ② 3, $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ ③ 4, $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$
 ④ 2, $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ⑤ 3, $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

상 > 중 > 하

31. 방정식 $\frac{\tan 2\theta + \sec 2\theta - 1}{\tan 2\theta + \sec 2\theta + 1} = 2$ 를 만족하는 θ 에 대하여 $\sin 2\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \pi$)

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{12}{13}$

[고득점제]

주관식

상 > 중 > 하

32. $\sin \theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\sin 2\theta$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[인터넷수능]

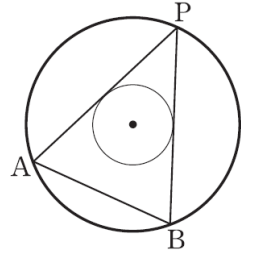
상 > 중 > 하

33. 실수 a, b 에 대하여 등식 $\frac{\cos 15^\circ - i \sin 15^\circ}{\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ} = a + bi$ 가 성립할 때, $20(a^2 + b^2)$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 > 중 > 하

34. 반지름의 길이가 각각 1, 3인 두 동심원이 있다. 그림과 같이 큰 원 위의 한 점 P에서 그은 두 현 PA, PB가 작은 원에 접할 때, 삼각형 PAB의 넓이는?

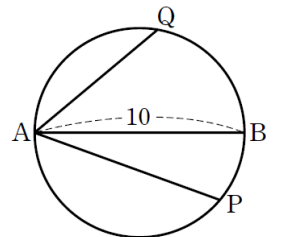


[인터넷수능]

- ① $\frac{32\sqrt{2}}{9}$ ② $\frac{40\sqrt{2}}{9}$
 ③ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{56\sqrt{2}}{9}$ ⑤ $\frac{64\sqrt{2}}{9}$

상 > 중 > 하

35. 지름 AB의 길이가 10인 원이 있다. 원 위의 점 P, Q에 대하여 $\overline{AP} = 8$ 이고, $\angle QAB = 2\angle PAB$ 이다. 선분 AQ의 길이는?

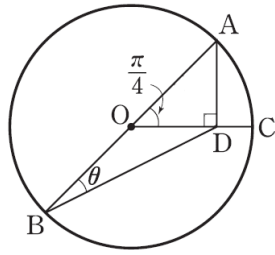


[1999학년도 대수능] [인터넷수능]

- ① 2 ② $\frac{11}{5}$ ③ $\frac{12}{5}$
 ④ $\frac{13}{5}$ ⑤ $\frac{14}{5}$

상 증 하

36. 오른쪽 그림에서 선분 AB는 원 O의 지름이고 $\angle AOC = \frac{\pi}{4}$, $\overline{OC} \perp \overline{AD}$ 이다. $\angle ABD = \theta$ 일 때, $\sin 2\theta$ 의 값은?



[2001학년도 대수능] [인터넷수능]

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{2}{3}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ $\frac{3}{5}$
- ⑤ $\frac{4}{5}$

상 증 하

37. 반지름의 길이가 1인 원 O에서 현 AB의 한 원주각의 크기를 θ 라 하자. $\tan \theta = \frac{2}{3}$ 일 때, 삼각형 OAB의 넓이는?

[인터넷수능]

- ① $\frac{3}{13}$
- ② $\frac{4}{13}$
- ③ $\frac{5}{13}$
- ④ $\frac{6}{13}$
- ⑤ $\frac{7}{13}$

상 증 하

38. 다음 두 조건을 만족하는 삼각형 ABC가 있다.

(가) $\frac{\cos C}{\cos B} = \frac{\sin B}{\sin C}$

(나) $25\sin(B-C) = 7$

이때, $\cos C$ 의 값은?

[고득점N제]

- ① $-\frac{4}{5}$
- ② $-\frac{2}{5}$
- ③ $\frac{2}{5}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ $\frac{4}{5}$

상 증 하

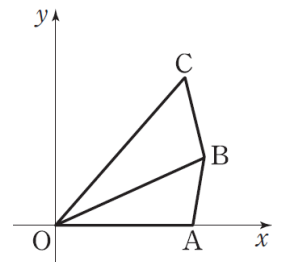
39. $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이 a, b, c 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $\cos(A-C) + \cos B + \cos 2B$ 의 값은?

[고득점N제]

- ① 1
- ② $\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{3}$
- ④ 2
- ⑤ $\sqrt{5}$

상 증 하

40. 오른쪽 그림에서 $\triangle AOB$ 와 $\triangle BOC$ 는 서로 닮음이고 두 점 A, B의 좌표가 각각 $(1, 0), (a, b)$ 이다. 이때, 점 C의 좌표는? (단, B는 제1사분면 위의 점이고 C는 x 축 위에 있지 않다.)



[고득점N제]

- ① $(a^2 - b^2, a^2 + b^2)$
- ② $(a^2 + b^2, a^2 - b^2)$
- ③ $(a^2 + b^2, 2ab)$
- ④ $(a^2 - b^2, 2ab)$
- ⑤ $(2ab, a^2 - b^2)$

010

배각 공식을 이용한 삼각함수의 최대, 최소

상 중 아

41. 함수 $f(x) = \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은?

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$
- ④ 4 ⑤ 5

[인터넷수능]

상 중 아

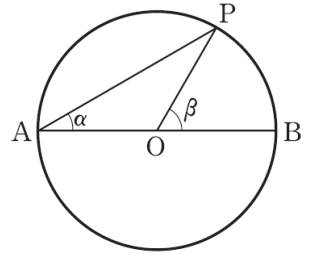
42. $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 일 때, $\frac{1}{2+3\sin^2\theta} + \frac{1}{2+3\cos^2\theta}$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{7}$
- ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

[고득점문제]

상 중 아

43. 오른쪽 그림과 같이 선분 AB가 지름이고 중심이 O인 원 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle PAO = \alpha$, $\angle POB = \beta$ 라 하자. 이때, $\sin\alpha + \cos\beta$ 의 최댓값은?



[고득점문제]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{7}{8}$
- ③ $\frac{9}{8}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

상 중 아

44. $0 \leq x \leq \pi$ 에서 정의된 함수

$y = \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x - 2(\sin x + \sqrt{3} \cos x) + 5$ 가 최솟값을 갖는 x 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$
- ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

011

반각 공식

코사인의 배각공식에서 θ 에 $\frac{\theta}{2}$ 를 대입하면 다음이 성립한다.

(1) $\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{2}$

(2) $\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 + \cos \theta}{2}$

(3) $\tan^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$

상 > 증 > 하

45. $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ 일 때, $\cos \frac{\theta}{2}$ 의 값을 구하시오. (단, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$)

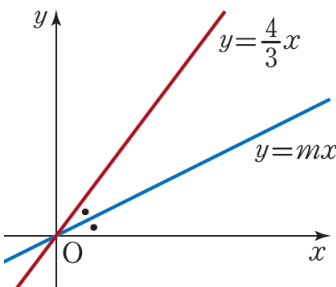
[인터넷수능]

상 > 증 > 하

46. 오른쪽 그림과 같이 직선

$y = \frac{4}{3}x$ 와 x 축이 이루는 예각을 이등분하는 직선의 방정식을 $y = mx$ 라 할 때, m 의 값은?

[인터넷수능]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{2}$

주관식

상 > 증 > 하

47. 수열 $\{\theta_n\}$ 이 $\cos \theta_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 + 2n + 1}$ 을 만족할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} \tan^2 \frac{\theta_n}{2}$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

012

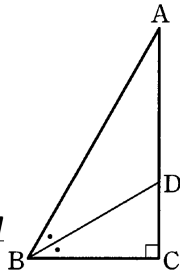
반각 공식의 도형에의 응용

상 증 아

48. $\angle C = \angle R$ 이고 $\sin A = \frac{1}{3}$ 인 직각삼각형

ABC에서 $\angle B$ 의 이등분선이 변 AC와 만나는 점을 D라 할 때, $\frac{CD}{BC}$ 의 값은?

[인터넷수능]



- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ③ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- ④ $\sqrt{2}$
- ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

상 증 아

49. 삼각형 ABC에서 $1 + \cos C = 3 \cos \frac{A+B}{2}$ 가 성립할 때,

다음 중 옳은 것은?

[인터넷수능]

- ① $A + B = C$
- ② $A + B = 2C$
- ③ $A + B = 3C$
- ④ $A = B = C$
- ⑤ $A = B \neq C$

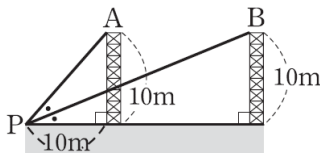
상 증 아

50. 오른쪽 그림과 같이 높이가

10m인 두 첩탑 A, B가 지면에 수직

으로 서 있고 지면에서 첩탑 A로부터

10m 떨어진 지점 P에 두 첩탑의 지지선 PA, PB가 연결되어 있다. 직선 PA와 지면이 이루는 예각을 직선 PB가 이등분할 때, 두 첩탑 A, B 사이의 거리는? (단, 첩탑의 두께는 무시한다.)



[인터넷수능]

- ① $5\sqrt{2}$ m
- ② $5\sqrt{3}$ m
- ③ 10 m
- ④ $10\sqrt{2}$ m
- ⑤ $10\sqrt{3}$ m

013

반각공식을 이용한 삼각함수의 최대, 최소

- (1) 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 대하여
 $x = r \cos\theta, y = r \sin\theta$
- (2) 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 대하여
 $x = a \cos\theta, y = b \sin\theta$

상 증 아

51. 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 1$ 을 만족할 때, $xy + y^2$ 의 최댓값은?

[인터넷수능]

- ① 1 ② $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

014

곱을 합 또는 차로 고치기

- (1) $\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$
 (2) $\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) \}$
 (3) $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \}$
 (4) $\sin\alpha\sin\beta = -\frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) \}$

상 증 아

52. $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{8}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

상 증 아

53. $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{8}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

주관식

상 증 아

54. $\cos 15^\circ \sin 75^\circ$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 하

55. $\frac{\sin \alpha \cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \sin(\alpha - \beta)} = 1$ 일 때, $\sin \beta$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

[인터넷수능]

상 중 하

56. $\alpha = \frac{\pi}{17}$ 일 때, $\frac{\cos \alpha \cos 13\alpha}{\cos 3\alpha + \cos 5\alpha}$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

[고득점문제]

상 중 하

57. $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ 일 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

- ① $4 \cos^2 \theta$ ② $2 \cos 2\theta$ ③ $2 \cos 3\theta$
- ④ $2 \sin 2\theta$ ⑤ $2 \sin 3\theta$

[인터넷수능]

상 중 하

58. 다음은 삼각형 ABC에서 부등식

$\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \leq \boxed{㉠}$ 가 성립함을 증명한 것이다.

[증명]

$A + B + C = \pi$ 에서 $\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$ 이므로

$$\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{A-B}{2} - \boxed{㉡} \right) \leq \frac{1}{2} (1 - \boxed{㉡})$$

$\therefore \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \leq \frac{1}{2} (1 - \boxed{㉡}) \sin \frac{C}{2} \leq \boxed{㉠}$

위의 과정에서 ㉠, ㉡에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

- ① $\frac{1}{8}, \sin \frac{C}{2}$ ② $\frac{1}{8}, \cos \frac{C}{2}$ ③ $\frac{1}{4}, \sin \frac{C}{2}$
- ④ $\frac{1}{4}, \cos \frac{C}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}, \sin \frac{C}{2}$

[인터넷수능]

015

합 또는 차를 곱으로 고치기

$$(1) \sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$(2) \sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$(3) \cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$(4) \cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

상 중 하

59. $\cos 10^\circ + \cos 110^\circ + \cos 130^\circ$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $-\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ 0
 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

상 중 하

60. $\theta = \frac{\pi}{30}$ 일 때, $\frac{\cos\theta + \cos 5\theta + \cos 9\theta}{\sin\theta + \sin 5\theta + \sin 9\theta}$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1
 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

상 중 하

61. $\cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 80^\circ$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

상 중 하

62. $\sin^2\theta + \sin^2\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

상 증 아

63. $\sin^2 \theta + \sin^2 \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) + \sin^2 \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[인터넷수능]

주관식

상 증 아

64. $\cos 15^\circ + \cos 75^\circ$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

016

곱을 합, 차로 고치는 공식의 도형에의 응용

상 증 아

65. 임의의 삼각형 ABC에 대하여 등식

$$\sin A + \sin B + \sin C = k \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$$

가 성립할 때, 상수 k의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ $\frac{1}{2}$
- ④ 2 ⑤ 4

[인터넷수능]

상 증 아

66. 삼각형 ABC에서 $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$ 인 관계가 성립할

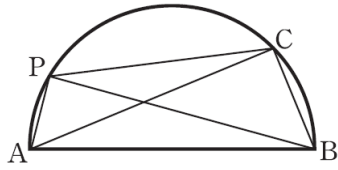
때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?

- ① $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ② 정삼각형
- ③ $\angle C = \angle R$ 인 직각삼각형 ④ $\angle C$ 가 둔각인 둔각삼각형
- ⑤ $\angle A = \angle R$ 인 직각삼각형

[인터넷수능]

상 중 아

67. 길이가 6인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 C에 대하여 $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$ 이다. 호 AC 위에



$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = 3(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ 가 되도록 점 P를 잡고 $\angle PBA = \theta$ 라 할 때, $\tan \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$)

[고득점N제]

- ① $\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{3} - 1$
- ③ $2 - \sqrt{3}$
- ④ $\sqrt{3} + 1$
- ⑤ $2 + \sqrt{3}$

주관식

상 중 아

68. 다음 등식을 만족하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하시오.

[인터벳수능]

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$$

017

곱을 합, 차로 고치는 공식을 이용한 삼각함수의 최대,

상 중 아

69. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 일 때, $f(x) = 4 \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$ 의 최댓값은?

[인터벳수능]

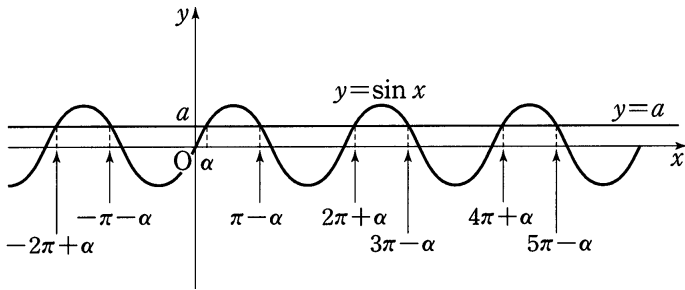
- ① 1
- ② $\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{3}$
- ④ 3
- ⑤ 4

018

삼각방정식의 일반해

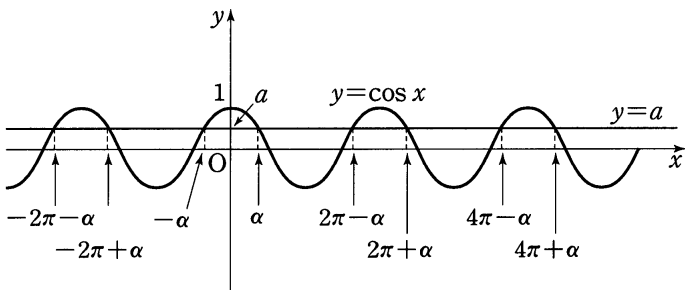
(1) $\sin x = a$ ($|a| \leq 1$)의 한 해가 α 이면 이 방정식의 일반해는

$$x = n\pi + (-1)^n \alpha \quad (\text{단, } n \text{은 정수})$$



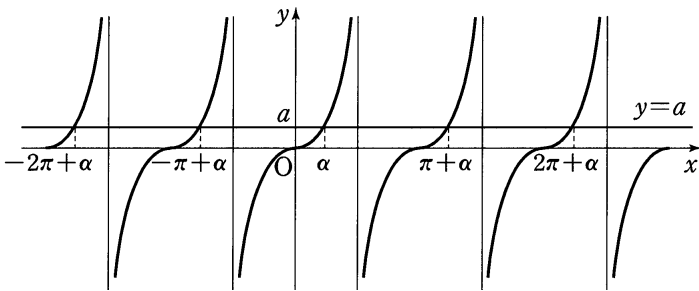
(2) $\cos x = a$ ($|a| \leq 1$)의 한 해가 α 이면 이 방정식의 일반해는

$$x = 2n\pi \pm \alpha \quad (\text{단, } n \text{은 정수})$$



(3) $\tan x = a$ 의 한 해가 α 이면 이 방정식의 일반해는

$$x = n\pi + \alpha \quad (\text{단, } n \text{은 정수})$$



주관식

상 증 하

70. 삼각방정식 $\sin x = \frac{1}{2}$ 의 일반해를 구하시오.

[인터넷수능]

상 증 하

71. 삼각방정식 $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ 의 일반해를 구하시오.

[인터넷수능]

상 증 하

72. 삼각방정식 $\sin x = \cos x$ 를 푸시오.

[인터넷수능]

상 증 하

73. 방정식 $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$ 을 푸시오.

[인터넷수능]

상 증 하

74. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 방정식 $\tan 2x \tan 3x = 1$ 의 가장 큰 근을 $x = \alpha$, 가장 작은 근을 $x = \beta$ 라 할 때, $\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

019

삼각방정식의 풀이 - 제곱 관계

- (1) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 에서
 $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ 또는 $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$
 (2) $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$
 (3) $1 + \cot^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$

상 증 하

75. 양수 a 에 대하여 두 집합 A, B 가 $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\pi\}$,
 $B = \{x \mid 1 + \tan^2 x = a \cos^2 x\}$ 일 때, 다음 [보기] 중 옳은 것을
 모두 고른 것은? (단, $s(A)$ 는 집합 A 의 모든 원소의 합을 나타
 낸다.)

[인터넷수능]

[보기]

- ㄱ. $0 < a < 1$ 이면 $s(A \cap B) = 2\pi$ 이다.
 ㄴ. $a = 1$ 이면 $s(A \cap B) = 3\pi$ 이다.
 ㄷ. $a > 1$ 이면 $s(A \cap B) = 4\pi$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 하

76. 폐구간 $[0, 2\pi]$ 에서 곡선 $y = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\sin x}{\cos x}$ 와 직선
 $y = 1$ 의 교점의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

020

삼각방정식의 풀이 - 배각 공식

상 증 하

77. $0 \leq x < 6\pi$ 일 때, 방정식 $\sin 2x + \cos x = 0$ 의 실근의 개
 수는?

[인터넷수능]

- ① 4 ② 6 ③ 8
 ④ 10 ⑤ 12

상 증 하

78. $0 \leq x < 4\pi$ 에서 두 곡선 $y = \cos 2x, y = 3 \cos x - 2$ 의 교
 점의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

상 증 하

79. $0 \leq x \leq 2\pi$ 의 범위에서 방정식 $1 + \cos 3x = 2 \cos^2 x$ 의 서
 로 다른 실근의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

상 > 증 > 아

80. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, $1 - 2\sin^2 x = \cos \frac{2}{5}\pi$ 의 모든 근의 합은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{3}{5}\pi$ ② $\frac{4}{5}\pi$ ③ π
- ④ $\frac{6}{5}\pi$ ⑤ $\frac{7}{5}\pi$

상 > 증 > 아

81. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 방정식 $\sin 5x = 2\sin x \cos x$ 의 서로 다른 실근의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

021

삼각방정식의 풀이 - 반각 공식

상 > 증 > 아

82. $0 \leq x \leq \pi$ 의 범위에서 방정식 $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$ 의 실근의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

022

삼각방정식의 풀이 - 삼각함수의 합성

상 중 아

83. 방정식 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ ($x > 0$)의 근을 작은 것부터 차례로 a_1, a_2, a_3, \dots 라 할 때, a_7 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{13}{2}\pi$
- ② 7π
- ③ $\frac{15}{2}\pi$
- ④ 8π
- ⑤ $\frac{17}{2}\pi$

상 중 아

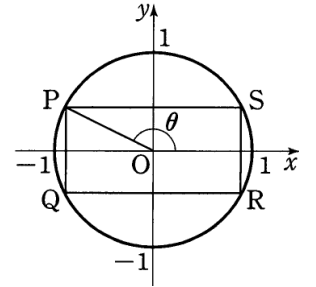
84. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $2\sqrt{3} \sin^2 x - \sin 2x = 0$ 의 모든 근의 합은?

[인터넷수능]

- ① π
- ② $\frac{4}{3}\pi$
- ③ $\frac{5}{3}\pi$
- ④ 2π
- ⑤ $\frac{7}{3}\pi$

상 중 아

85. 오른쪽 그림에서 점 P는 중심이 원점인 단위원 위의 한 점이다. 점 P와 x축, 원점, y축에 대하여 각각 대칭인 점을 Q, R, S라 하고 x축의 양의 방향이 시초선일 때, 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ 라 한다. 사각형 PQRS의 둘레의 길이가 $2\sqrt{6}$ 일 때, θ 의 값은?



(단, $\frac{3}{4}\pi < \theta < \pi$)

[인터넷수능]

- ① $\frac{7}{12}\pi$
- ② $\frac{2}{3}\pi$
- ③ $\frac{3}{4}\pi$
- ④ $\frac{6}{7}\pi$
- ⑤ $\frac{11}{12}\pi$

주관식

상 중 아

86. 방정식 $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$ 의 일반해를 구하시오.

[인터넷수능]

023

삼각방정식의 풀이 - 합 또는 차를 곱으로

상 > 증 > 아

87. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $\sin x + \sin 2x = \sin 3x$ 의 서로 다른 실근의 개수는?

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

[인터벳수능]

상 > 증 > 아

88. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ 의 모든 근의 합은?

- ① π ② 2π ③ 3π
- ④ 4π ⑤ 5π

[인터벳수능]

상 > 증 > 아

89. $0 \leq x \leq \pi$ 의 범위에서 두 곡선 $y = \sin x + \cos x$, $y = \sin 3x + \cos 3x$ 의 교점의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

[인터벳수능]

상 > 증 > 아

90. 두 함수 $f(x) = \frac{\sin \frac{5}{2}x - \sin \frac{1}{2}x}{2\sin \frac{1}{2}x}$ ($0 < x < \pi$)와

$g(x) = k + k \cos x$ 의 그래프가 한 점에서 만나기 위한 실수 k 의 값의 범위가 $\alpha < x < \beta$ 이다. $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[고득점N제]

024

삼각방정식의 풀이 - 곱을 합 또는 차로

상 > 중 > 하

91. 등식 $\sin x (\sin x + \sin 3x + \dots + \sin 9x) = \frac{1}{3}$ 을 만족시키는 x 에 대하여 $\cos 20x$ 의 값은?

[고득점문제]

- ① $-\frac{7}{9}$
- ② $-\frac{4}{9}$
- ③ $\frac{1}{9}$
- ④ $\frac{4}{9}$
- ⑤ $\frac{7}{9}$

025

복합문항 - 탄젠트 덧셈정리+근과 계수와의

상 > 중 > 하

92. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + \frac{3a}{4a+1}x + \frac{1}{4a+1} = 0$ 의 두 근이 $\cot \alpha, \cot \beta$ ($-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{\pi}{2}$)일 때, $\tan(\alpha + \beta)$ 의 값은?(단, a 는 양수이다.)

[고득점문제]

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{2}{5}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{3}{4}$
- ⑤ $\frac{4}{5}$

주관식

상 > 중 > 하

93. 이차방정식 $2x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근이 $\tan \alpha, \tan \beta$ 일 때, $\tan(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

026

복합문항 - 탄젠트 덧셈정리+역함수

상 증 아

94. $f(x) = \tan x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(2) + g(3)$ 의 값은? (단, $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$)

[인터넷수능]

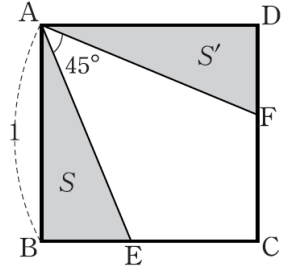
- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{4}\pi$

027

복합문항 - 탄젠트 덧셈정리+산술기하평균

상 증 아

95. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 변 BC 위에 점 E를, 변 CD 위에 점 F를 $\angle EAF = 45^\circ$ 가 되게 잡는다. 두 삼각형 ABE와 ADF의 넓이를 각각 S, S' 이라 할 때, $S + S'$ 의 최솟값은?



[인터넷수능]

- ① $2 - \sqrt{2}$ ② $\sqrt{3} - 1$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2} - 1$

3 함수의 극한과 연속성



01 좌극한과 우극한

(1) 좌극한 : $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \alpha \Leftrightarrow x < a$ 이고 $x \rightarrow a$ 일 때 $f(x) \rightarrow \alpha$

(2) 우극한 : $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \alpha \Leftrightarrow x > a$ 이고, $x \rightarrow a$ 일 때, $f(x) \rightarrow \alpha$

상 증 아

1. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & (x \geq 1) \\ -x^2 + 5 & (x < 1) \end{cases}$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 증 아

2. 두 수 a, b 중 작지 않은 수를 $\text{MAX}(a, b)$ 라고 하자. $x > -1$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \text{MAX}(x, 1) - \frac{2x}{x+1}$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} - \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ 의 값은?

[인텟수능]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

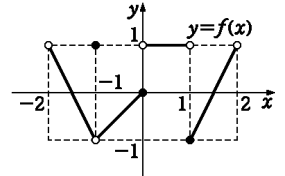
02 함수의 극한의 수렴 · 발산의 정의

좌극한과 우극한이 같을 때, 즉 $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \alpha$ 일 때 $f(x)$ 는 α 에 수렴한다고 하고, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$ 라 쓴다. 좌극한과 우극한이 같지 않으면 $f(x)$ 는 발산한다고 한다.

상 증 아

3. $-2 < x < 2$ 에서 정의된 함수

$y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



[수능특강]

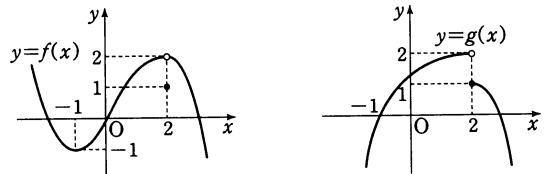
[보기]

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -1$
- ㄴ. $x = 0$ 에서 $f(x)$ 의 극한값은 존재하지 않는다.
- ㄷ. $x = 1$ 에서 $f(x)$ 의 좌극한값은 존재하지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

4. 두 함수 $y = f(x), y = g(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



다음 보기 중 극한값이 존재하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인텟수능]

[보기]

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 2} \{f(x) + g(x)\}$ ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} \{f(x) - g(x)\}$ ㄷ. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{g(x)}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

03

절댓값 기호가 있는 함수의 극한

$\lim_{x \rightarrow a+0} |x-a| = x-a$, $\lim_{x \rightarrow a-0} |x-a| = -(x-a)$ 임을 이용한다.

상 증 하

5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-6}{|x-3|}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 존재하지 않는다.

[수능특강]

상 증 하

6. 함수 $f(x) = x|x^2-4|$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

[수능특강]

상 증 하

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x-a|+b}{x} = \alpha$ (α 는 실수)일 때, 상수 a, b 에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 200제]

[보기]

- ㄱ. $a > 0$ 이면 $a+b=0$ 이다.
 ㄴ. $a=0$ 이면 $\alpha=1$ 이다.
 ㄷ. $a < 0$ 이면 $\alpha=-1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

04

가우스 기호($[x]$)가 있는 함수의 극한

$\lim_{x \rightarrow n+0} [x] = n$, $\lim_{x \rightarrow n-0} [x] = n-1$, $\lim_{x \rightarrow \infty} [x] = x$ 임을 이용한다.

상 증 하

8. x 보다 크지 않은 최대의 정수를 $[x]$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

[수능특강]

- ① $\lim_{x \rightarrow 4} [x+2] = 6$ ② $\lim_{x \rightarrow -1-0} [x+2] = 1$
 ③ $\lim_{x \rightarrow 1+0} [x^2-x] = -1$ ④ $\lim_{x \rightarrow 2-0} \left[x + \frac{1}{1000} \right] = 1$
 ⑤ $\lim_{x \rightarrow 3} \left[x + \frac{1}{2} \right] = 3$

상 증 하

9. 함수 $f(x) = [x]^2 + a[x]$ 에 대하여 극한값 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 가 존재할 때, 상수 a 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[수능특강]

- ① -5 ② -3 ③ -1
 ④ 1 ⑤ 3

상 증 하

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9}{x} \left[\frac{x}{3} \right] = a$, $\lim_{x \rightarrow 1} ([x] + [-x] + 4) = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[인터넷수능]

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

3. 함수의 극한과 연속성

05 함수의 극한에 대한 성질(1)

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ 일 때
 (1) $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x) = k\alpha$ (단, k 는 상수)
 (2) $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) \pm g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha \pm \beta$ (복부호 동순)
 (3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha\beta$
 (4) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{\alpha}{\beta}$ (단, $g(x) \neq 0, \beta \neq 0$)

상 증 아

11. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 4$ 일 때, 다음을 구하여라.

[수능특강]

- (1) $\lim_{x \rightarrow 1} \{2f(x) - 3g(x)\}$
- (2) $\lim_{x \rightarrow 1} 2f(x)g(x)$

상 증 아

12. 0이 아닌 실수 α 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \alpha$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 12f(x)}{x^3 + f(x)}$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① - 12
- ② - 6
- ③ 0
- ④ 6
- ⑤ 12

상 증 아

13. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow 1} \{2f(x) + g(x)\} = 4$

를 만족할 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - g(x)}{3f(x) + 4g(x)}$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $-\frac{4}{5}$
- ② $-\frac{3}{5}$
- ③ $-\frac{2}{5}$
- ④ $-\frac{1}{5}$
- ⑤ 0

3. 함수의 극한과 연속성

상 증 하

14. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \{4f(x) - 5g(x)\} = 3$$

서로소인 두 자연수 m, n 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3f(x) - 2g(x)}{3f(x) + 2g(x)} = \frac{n}{m} \text{ 일 때, } m + n \text{의 값은?}$$

- ① 24 ② 25 ③ 27
- ④ 28 ⑤ 30

[고득점 200제]

상 증 하

15. 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 2}{x - 1} = 3, \quad g(x) = (x - 1)f(x) \text{ 일 때, } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) + 4}{g(x)} \text{의 값}$$

은?(단, $f(x) \neq 0$)

- ① -5 ② -4 ③ -3
- ④ -2 ⑤ -1

[인터넷수능]

상 증 하

16. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{g(x)}}{4f(x)} = 1$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8 \log g(x)}{\log f(x)}$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

상 증 하

17. 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 200제]

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x), \lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x)$ 가 각각 수렴하면 $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ 도 수렴한다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x), \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)}$ 가 각각 수렴하면 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 도 수렴한다.

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x), \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)}$ 가 각각 수렴하면 $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ 도 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

상 증 하

18. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)} = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ 이다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)\}^2}{x} = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ 이다.

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{f(x)} = 1$ 이면 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

06

함수의 극한에 대한 성질(2)

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여

(1) $f(x) \leq g(x)$ 이면 $\alpha \leq \beta$

(2) $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ 이고 $\alpha = \beta$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \alpha$

상 중 아

19. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

20. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$x - 1 \leq f(x) \leq x + 1$ 을 만족할 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 3x + f(x)}{x}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[인터넷수능]

07

함수의 합성과 극한값

$y = g(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때

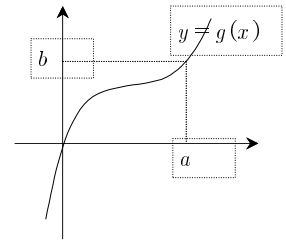
$$\lim_{x \rightarrow a+0} f(g(x)) = \lim_{t \rightarrow b+0} f(t)$$

$$\lim_{x \rightarrow a-0} f(g(x)) = \lim_{t \rightarrow b-0} f(t)$$

을 이용한다.

즉, $g(x) = t$ 로 치환하면 $x \rightarrow a$

일 때 $g(x)$ 가 위쪽으로부터 b 에 가까워지면 $t \rightarrow b+0$ 이고, $g(x)$ 가 아래쪽으로부터 b 에 가까워지면 $t \rightarrow b-0$ 이다.

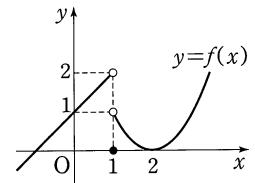


상 중 아

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때,

$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ 3f\left(\frac{t+1}{t+2}\right) + 2f\left(\frac{t+2}{t+1}\right) \right\}$ 의 값은?



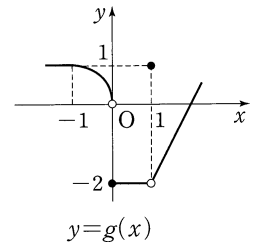
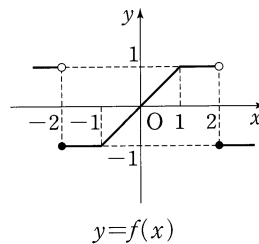
[인터넷수능]

- ① 2 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 8

상 중 아

22. 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 일부가 다음 그림과

같고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[인터넷수능]

[보기]

- ㉠. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$
- ㉡. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$
- ㉢. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^4 g\left(f\left(2k + \frac{1}{x}\right)\right) = -2$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

3. 함수의 극한과 연속성

08 $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한

$f(x), g(x)$ 가 다항식일 때
 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ 에서 $f(a) = 0, g(a) = 0$ 이면 $f(x) = (x-a)p(x),$
 $g(x) = (x-a)q(x)$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)p(x)}{(x-a)q(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{p(x)}{q(x)}$ 임을 이용한다.
 $f(x), g(x)$ 가 무리식일 때는 유리화를 하면 $(x-a)$ 의 인수
 가 분모 · 분자에 생겨서 약분한 후 극한값을 구할 수 있다.

상 중 아

23. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{\sqrt{2+x} - \sqrt{16-x}}$ 의 값을 구하여라. [수능특강]

상 중 아

24. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{\sqrt{x+8} - 3}$ 의 값은? [인터넷수능]

① 0 ② 3 ③ 6
 ④ 9 ⑤ 12

상 중 아

25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x(\sqrt{9+x} - 3)}$ 의 값은? [인터넷수능]

① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ 1
 ④ 3 ⑤ 9

상 중 아

26. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - ax^2 + ax - a^2}{x - a} = 110$ 을 만족하는 양수 a 의 값을 구하여라. [수능특강]

상 중 아

27. 0이 아닌 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - ax^2 + a^2x - a^3}{x^4 - a^4} = 6$ 일 때, 상수 a 의 값은? [인터넷수능]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ 3 ⑤ 6

상 중 아

28. 세 다항함수 $A(x), B(x), C(x)$ 에 대하여 $A(x)B(x) = C(x)$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 1} B(x) = 2$ 가 성립할 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + 2x - 3)A(x)}{(x-1)C(x)}$ 의 값은? [인터넷수능]

① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수의 극한과 연속성

상 > 중 > 하

29. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 10$ 을 만족할 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{f(x-2)}$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{6}{5}$
- ④ $\frac{8}{5}$ ⑤ 2

상 > 중 > 하

30. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^3 - 8) \log_2 x}{(x^2 - 4) \{f(x) + g(x)\}} = \frac{1}{4} \text{ 일 때, } f(2) + g(2) \text{의 값은?}$$

[인터넷수능]

- ① 10 ② 12 ③ 14
- ④ 16 ⑤ 18

상 > 중 > 하

31. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{(\sqrt{x^2 + 1} - 1)^2}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} x^4 f(x)$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 > 중 > 하

32. 두 함수 $f(x) = x^3, g(x) = 4x^2 - 4$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f \circ g)(x) - (g \circ f)(x)}{(x+1)(x^2-1)(x^3+1)}$$
의 값은?

[고득점 200제]

- ① -63 ② -3 ③ 1
- ④ 4 ⑤ 64

09 ∞ - ∞ 꼴의 극한

$\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}$ 를 포함하는 식일 때, 분모 · 분자에 $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)}$ 를 곱하여 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴로 변형한 뒤에 극한값을 구한다.

상 중 아

33. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x+8} - 3}$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

34. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2x} (\sqrt{x} - \sqrt{x+1})$ 의 값은?

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ② $-\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ③ $-\frac{1}{3}$
- ④ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ⑤ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

[수능특강]

상 중 아

35. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + a - \sqrt{x^2 + 6x - 9}) = 10$ 을 만족하는 상수 a 의 값은?

- ① 7
- ② 10
- ③ 13
- ④ 16
- ⑤ 19

[수능특강]

상 중 아

36. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - bx - 1) = 3$ 을 만족하는 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 1
- ② 5
- ③ 9
- ④ 13
- ⑤ 17

상 중 아

37. 서로 다른 두 실수 a, b 에 대하여 $a + b = 5$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+a^2} - \sqrt{x+b^2}}{\sqrt{4x+a} - \sqrt{4x+b}}$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 6
- ② 8
- ③ 10
- ④ 12
- ⑤ 14

011

극한값이 없을 조건

$\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$ 이면 $x = a$ 에서 극한값이 없다.

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\alpha}{0}$ (α 는 상수)의 꼴은 발산한다.

상 중 아

43. 함수 $f(x) = \frac{3ax^2 - (a-3)x - 1}{ax^2 - (3a^2-1)x - 3a}$ 에 대하여 다음 중

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재하지 않도록 하는 상수 a 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

012

미정계수의 결정

두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{f(x)} = \alpha$ (α 는 상수, $\alpha \neq 0$)이면 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 차수는 같고 최고차항의 비가 α 이다.

또 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

(1) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{f(x)} = \alpha$ (α 는 상수)이고 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$

(2) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{f(x)} = \alpha$ ($\alpha \neq 0$)이고 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$

상 중 아

44. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - a}{x - 1} = b$ 를 만족하는 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

45. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax - x}) = 10$ 일 때, 상수 a 의 값은?

[인터넷수능]

- ① -20 ② -10 ③ 5
- ④ 10 ⑤ 20

상 중 아

46. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2 + 28x + a}{x + 2} = b$ 가 성립할 때, $a + b$ 의 값은?

(단, a, b 는 상수이다.)

[인터넷수능]

- ① 40 ② 44 ③ 48
- ④ 52 ⑤ 56

상 중 아

47. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + ax + b}{x - 5} = -2$ 를 만족하는 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의

값을 구하여라.

[수능특강]

3. 함수의 극한과 연속성

상 중 아

48. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{a\sqrt{x+1} - b} = \sqrt{2}$ 를 만족하는 상수 b 의 값은?

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
- ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

[수능특강]

상 중 아

49. $f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 - 8x + 8}{x^2 - 4}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 3

[수능특강]

상 중 아

50. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \alpha$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = \beta$ 가 성립할 때, 상수 α, β 의 합 $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[인터넷수능]

상 중 아

51. 상수 a, b 에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 4x + 1} - (ax + b)) = 0$$

서로소인 두 자연수 m, n 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \{ \sqrt{9x^2 + 4x + 1} - (ax + b) \} = \frac{n}{m}$$

일 때, $m + n$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

상 중 아

52. 실수 전체의 집합에서 정의된 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{3x^2 - 4x - 3} = 7, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 5x + 4} = 7$$

이다. 이때, $f(-1)$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 7
- ④ 49 ⑤ 126

[고득점 200제]

상 중 아

53. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2}$, $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{x+3}$ 의 값이 각각 존재하고

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} - \lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{x+3} = 30$$

일 때, $f(3)$ 의 값은?

- ① 6 ② 9 ③ 12
- ④ 15 ⑤ 18

[인터넷수능]

3. 함수의 극한과 연속성

상 증 하

54. 삼차함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -5$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 15$ 를 만족할 때, $f(5)$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 증 하

55. 2보다 큰 자연수 n 에 대하여 $f(x) = x^{n+1} + ax^2 - 5x + b$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x(x-1)} = 10, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x(x-1)} = 5$$

를 만족한다. 이때, $n+a+b$ 의 값은?

- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 14

[고득점 200제]

상 증 하

56. 다항함수 $f(x)$ 와 두 자연수 m, n 이

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^m} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{x^{m-1}} = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n} = b, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x^{n-1}} = 9$$

를 모두 만족시킬 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?
(단, a, b 는 실수이다.)

[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $m \geq n$
- ㄴ. $ab \geq 9$
- ㄷ. $f(x)$ 가 삼차함수이면 $am = bn$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 하

57. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^3 f\left(\frac{1}{x}\right) - 1}{x^3 + x} = 5, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 + x - 2} = \frac{1}{3}$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

013

함수의 극한의 활용

$y = f(x)$ 위의 점을 $(t, f(t))$ 라 놓고 주어진 조건에 맞게 식을 세운다.

상 중 아

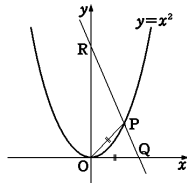
58. 양의 실수 t 에 대하여 원점 O 와 두 점 $A(t, 0), B(3, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 가 있다. 각 O 를 이등분하는 직선과 선분 AB 가 만나는 점을 C 라 한다. 이때, $\lim_{t \rightarrow \infty} \overline{OC}$ 의 값은?

- ① $6\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{19}$ ③ $4\sqrt{5}$
- ④ 9 ⑤ 양의 무한대로 발산한다.

[고득점 200제]

상 중 아

59. 오른쪽 그림과 같이 포물선 $y = x^2$ 의 꼭짓점 O 를 지나는 직선이 이 포물선과 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 하고, $\overline{OP} = \overline{OQ}$ 인 점 Q 를 x 축의 양의 방향에 잡는다. 직선 PQ 가 y 축과 만나는 점을 R 라 하면 점 P 가 곡선을 따라 원점 O 에 접근할 때 점 R 가 가까워지는 점의 y 좌표는?

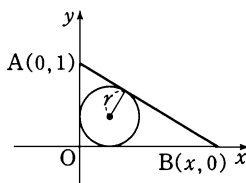


[수능특강]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

상 중 아

60. 그림과 같이 세 점 $A(0, 1), O(0, 0), B(x, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형과 그 삼각형에 내접하는 원이 있다. 점 B 가 x 축을 따라 원점에 한없이 가까워질 때, $\triangle AOB$ 에 내접하는 원의 반지름의 길이 r 에 대하여 $\frac{r}{x}$ 의 극한값은? (단, $x > 0$)



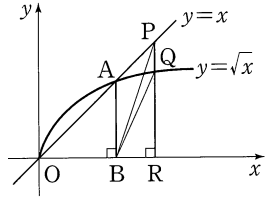
[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

상 중 아

61. 오른쪽 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{x}$

와 직선 $y = x$ 가 만나는 점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발을 B 라 하고, $x > 1$ 인 범위에서 직선 $y = x$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여 점 P 를 지나고, x 축에 수직인 직선이 곡선 $y = \sqrt{x}$ 및 x 축과 만나는 점을 각각 Q, R 라 하자.



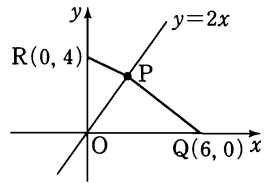
점 P 가 직선 $y = x$ 를 따라 점 A 에 한없이 가까워질 때, $\frac{\overline{PB} - \overline{QB}}{\overline{BR}}$ 의 값은 a 에 한없이 가까워진다. 이때, $50a$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

62. 오른쪽 그림과 같이 직선

$y = 2x$ 위의 임의의 점 $P(x, y)$ 와 두 점 $Q(6, 0), R(0, 4)$ 에 대하여 $\triangle OPQ$ 와 $\triangle OPR$ 의 넓이를 각각 $A(x), B(x)$ 라 하자. 점 P 가 점 $(\frac{1}{2}, 1)$ 에 한없이 가까워질 때, $\frac{\{A(x)\}^2 - 9}{B(x) - 1}$ 의 값은 α 에 한없이 가까워진다. 이때, α 의 값을 구하시오. (단, 점 P 는 제 1사분면위의 점이고, O 는 원점이다.)

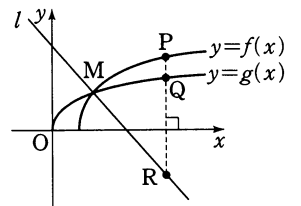


[인터넷수능]

상 중 아

63. 오른쪽 그림과 같이 두 함수

$f(x) = \sqrt{2x-1}, g(x) = \sqrt{x}$ 의 그래프가 만나는 점을 M , 점 M 을 지나면서 기울기가 -1 인 직선을 l 이라 할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $P(t, f(t))$ 를 지나고 x 축과 수직인 직선이 곡선 $y = g(x)$ 와 만나는 점을 Q , 직선 l 과 만나는 점을 R 라 하자. 점 P 가 한없이 점 M 에 가까워질 때, $\frac{3\overline{PR}}{\overline{QR}}$ 의 값은 α 에 한없이 가까워진다. α 의 값은? (단, $t > 1$)



[인터넷수능]

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

상 증 하

64. $a > \frac{1}{\sqrt{3}}$ 인 실수 a 에 대하여 좌표공간에 두 점

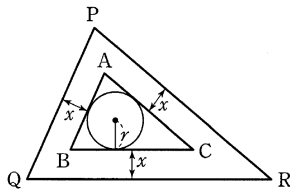
$A(-a, -a, -a)$, $B(a, a, a)$ 를 잡는다. $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ 를 만족하면서 움직이는 점 P 가 그리는 도형과 중심이 A 이고 반지름의 길이가 1인 구와 만나서 생기는 도형은 원이다. 이 원의 반지름의 길이를 r 라 할 때, $\lim_{a \rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}}+0} r = \alpha$ 이고 $\lim_{a \rightarrow \infty} r = \beta$ 이다. 이때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① 0
- ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ③ 1
- ④ $1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$
- ⑤ $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

상 증 하

65. 오른쪽 그림과 같이 내접원의 반지름의 길이가 r 이고 둘레의 길이가 30인 삼각형 ABC 의 주변에 폭이 x 가 되도록 삼각형 PQR 를 그린다. 삼각형 PQR 의 넓이를 $f(x)$ 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$ 의 값을 r 로 바르게 나타낸 것은?



[고득점 200제]

- ① $\frac{15}{r}$
- ② $\frac{30}{r}$
- ③ r
- ④ $15r$
- ⑤ $30r$

상 증 하

66. 양의 실수에서 정의된 함수 $f(x) = 3x + 2$ 가 있다. 두 양의 실수 a, h 에 대하여 두 점 $P(a, f(a))$, $Q(a+h, f(a+h))$ 를 연결한 선분 PQ 와 x 축 및 두 직선 $x = a$, $x = a+h$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 원뿔대의 옆면의 넓이를 $S(h)$ 라 하자. 이때, $\lim_{h \rightarrow +0} \frac{S(h)}{h}$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① $6\sqrt{10}\pi$
- ② $\sqrt{10}\pi(6a-4)$
- ③ $\sqrt{10}\pi(12a-4)$
- ④ $\sqrt{10}\pi(6a+4)$
- ⑤ $\sqrt{10}\pi(12a+4)$

014

함수의 연속의 정의

함수 $f(x)$ 가 다음 세 가지 조건을 만족할 때, $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 연속이라 하며, 연속인 점에서는 함수의 그래프가 이어져 있다.

- ① $f(a)$ 가 정의되어 있다. $\Leftrightarrow f(a)$ 가 존재함을 의미
- ② $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다. $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$
- ③ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

두 함수 $f(x), g(x)$ 가 모두 $x = a$ 에서 연속이면 다음 각 함수도 $x = a$ 에서 연속이다.

- (1) $kf(x)$ (단, k 는 상수) (2)
- $f(x) \pm g(x)$
- (3) $f(x)g(x)$ (4) $\frac{f(x)}{g(x)}$ (단 $f(a) \neq 0$)

상 증 하

67. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x}{x} & (x \neq 0) \\ 1 & (x = 0) \end{cases}$$

가 $x = 0$ 에서 연속인지 불연속인지 조사하여라.

[수능특강]

상 증 하

68. $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수를 나타낼 때, $g(x) = [x]$ 의 $x = 1$ 에서의 연속성을 조사하여라.

[수능특강]

상 증 아

69. $x = 0$ 에서 연속인 함수만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[고득점 200제]

[보기]

- ㄱ. $f(x) = x[x]$
- ㄴ. $f(x) = \cot x \sec x$
- ㄷ. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & (x \neq 0) \\ 2 & (x = 0) \end{cases}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

70. 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터벡수능]

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x), \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{f(x)}$ 가 수렴하면 $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ 도 수렴한다.
- ㄴ. $f(x), g(x)$ 가 각각 $x = 1$ 에서 연속이면 함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 는 $x = 1$ 에서 연속이다.
- ㄷ. $f(x), g(x)$ 가 모두 $x = 0$ 에서 불연속이면 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x = 0$ 에서 불연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

015

함수가 연속일 조건

함수 $f(x) = \begin{cases} g(x) & (x \neq a) \\ k & (x = a) \end{cases}$ 가 $x = a$ 에서 연속이기 위해서는 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = k$ 를 만족해야 한다.
 $(x-a)f(x) = g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 연속일 조건은 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{x-a} = f(a)$ 임을 이용한다.

상 증 아

71. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & (x \neq 2) \\ a & (x = 2) \end{cases}$$

모든 실수 x 에 대하여 연속일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 증 아

72. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 1 & (x \leq -1, x \geq 1) \\ x + b & (-1 < x < 1) \end{cases}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 1 ② 4 ③ 5
- ④ 8 ⑤ 13

상 증 아

73. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x + a}{x - 3} & (x \neq 3) \\ b & (x = 3) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에 대하여 연속이 되도록 하는 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

[수능특강]

- ① -1 ② 2 ③ 5
- ④ 8 ⑤ 11

상 중 하

74. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \begin{cases} 4x & (0 \leq x \leq 1) \\ a(x-1)^2 + b & (1 \leq x \leq 3) \end{cases}$ 로 정의된 연속함수이고, $f(x+2) = f(x-1)$ 을 만족할 때, $f(5)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[수능특강]

상 중 하

75. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $0 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) = -4x + 8$, $2 \leq x \leq 4$ 에서 $f(x) = a(x-5)^2 + b$
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$

이때, $f(11)$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

[인터넷수능]

상 중 하

76. 두 함수 $f(x) = \begin{cases} 2-x & (x \leq 1) \\ x+1 & (x > 1) \end{cases}$, $g(x) = x^2 + ax$ 에 대하여 합성함수 $y = g(f(x))$ 가 $x=1$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

[인터넷수능]

상 중 하

77. 10이하의 두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x+b & (x \leq a) \\ x^2-b & (x > a) \end{cases}$$

로 정의할 때, $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이 되도록 하는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[인터넷수능]

상 중 하

78. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - a}{x - 2|x|} & (x \neq 0) \\ b & (x = 0) \end{cases}$ 가 모든 실수에서 연속일 때,

옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 실수이다.)

[고득점 200제]

[보기]

- ㄱ. $f(-1) = \frac{1}{3}$ 이다.
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ 이다.
ㄷ. b 는 음수이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

79. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)}{x(x-1)} & (x \neq 0, x \neq 1) \\ 4 & (x = 0) \\ 10 & (x = 1) \end{cases}$$

이 모든 실수 x 에 대하여 연속일 때, $g(3)$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

80. $x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여
 $(x-5)f(x) = a\sqrt{x-1} + b, f(5) = 7$
 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

[수능특강]

- ① - 20 ② - 22 ③ - 24
- ④ - 26 ⑤ - 28

상 중 아

81. 두 함수
 $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2+x-2} & (x \neq 0) \\ \frac{1}{3} & (x = 1) \end{cases}$
 $g(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^2-ax+b} & (x \neq -1) \\ 1 & (x = -1) \end{cases}$

이 모두 $x=p$ 일 때만 불연속이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① - 5 ② - 1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 5

상 중 아

82. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-a|-b}{x} & (x \neq 0) \\ (x=0) \end{cases}$ 이 모든 실수 x 에 대하여 연속일 때, 상수 a, b 의 조건은?

[수능특강]

- ① $a \leq 0, a = b$ ② $a \leq 0, a = -b$
- ③ $a \geq 0, a = b$ ④ $a \geq 0, a = -b$
- ⑤ $a \geq 0, a = 2b$

016

연속 또는 불연속인 점이나 구간 구하기

함수 $f(x)$ 에 대하여

- ① $f(a)$ 가 정의되어 있다. $\Rightarrow f(a)$ 가 존재함을 의미
- ② $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다. $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$
- ③ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

①, ②, ③ 중 하나라도 만족하지 않으면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 불연속임을 이용한다.

상 중 아

83. $[x]$ 가 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 나타낸다고 할 때, 함수 $f(x) = [x^2 - 4x + 1]$ 의 구간 $(0, 5)$ 에서의 불연속인 점의 개수는?

[수능특강]

- ① 5 ② 7 ③ 9
- ④ 11 ⑤ 13

상 중 아

84. $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sin^n x$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[수능특강]

[보기]

- ㄱ. $f(x)$ 의 정의역은 실수 전체의 집합이다.
- ㄴ. $f(x)$ 의 치역은 $\{-1, 0, 1\}$ 이다.
- ㄷ. $y = f(x)$ 의 그래프가 불연속인 점은 무한히 많다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

상 중 아

85. 실수 a 에 대하여 집합

$$\{x \mid ax^2 + 2(a-2)x - (a-2) = 0, x \text{ 는 실수}\}$$

의 원소의 개수를 $f(a)$ 라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

- ㄱ. $\lim_{a \rightarrow 0} f(a) = f(0)$
- ㄴ. $\lim_{a \rightarrow c+0} f(a) \neq \lim_{a \rightarrow c-0} f(a)$ 인 실수 c 는 2개이다.
- ㄷ. 함수 $f(a)$ 가 불연속인 점은 3개다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

86. 두 함수 $f(x) = \frac{1}{\cos x}$, $g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-x^{2n}}{2+x^{2n-1}}$ 에 대하여 개구간 $(0, 5)$ 에서 함수 $f(x)+g(x)$ 가 불연속인 점들의 x 좌표를 작은 것부터 차례로 a_1, a_2, a_3 이라 할 때, $a_1 - a_2 + a_3$ 의 값은?

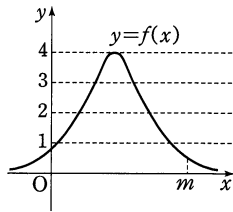
[고득점 200제]

- ① $3 - \pi$ ② $3 - \frac{\pi}{2}$ ③ $1 + \frac{\pi}{2}$
- ④ $1 + \pi$ ⑤ $1 + 2\pi$

상 중 아

87. 함수 $f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다. 이때, $0 < x < m$ 에서 함수 $y = [f(x)]$ 의 불연속점의 개수는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[인터넷수능]



- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

상 중 아

88. $x \neq a, x \neq -1$ 일 때, 함수 $f(x) = \frac{(2x+1)(x+1)(x+2)}{x^2 + (1-a)x - a}$ 인 함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a 는 상수)

[인터넷수능]

[보기]

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) > 0$ 이면 $a < 2$ 이다.
- ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재하지 않으면 $a = 1$ 이다.
- ㄷ. $a = -2$ 일 때, 함수 $f(x)$ 가 모든 실수에 대하여 연속이면 $f(-2) = -3, f(-1) = -1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

89. 개구간 $(0, n)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = [x^2]$ 의 불연속점의 개수를 a_n 이라 하자. 이때, $\sum_{n=2}^{10} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[고득점 200제]

- ① $\frac{17}{22}$ ② $\frac{25}{44}$ ③ $\frac{36}{55}$
- ④ $\frac{41}{66}$ ⑤ $\frac{57}{77}$

017

극한 또는 무한급수로 표현된 함수의 연속성

분모 · 분자에 x^n 을 포함한 $n \rightarrow \infty$ 꼴의 극한으로 표현된 함수는 $|x| > 1$, $|x| < 1$, $x = 1$, $x = -1$ 로 구간을 나누어 함수를 구한다.

즉, $|x| > 1$ 일 때, $n \rightarrow \infty$ 이면 $x^n \rightarrow \infty$ 이므로 분모 · 분자를 x^n 로 나눈 후에 극한을 구한다.

$|x| < 1$ 일 때, $n \rightarrow \infty$ 이면 $x^n \rightarrow 0$ 임을 이용하여 극한을 구한다.

$x = \pm 1$ 일 때는 직접 대입하여 값을 구한다.

상 증 하

90. 자연수 n 에 대하여 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^n + ax}{x^n + 1}$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재하기 위한 상수 a 의 값은?

[인터뷰수능]

- ① -2 ② -1 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

상 증 하

91. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} - 1}{x^{2n} + 1}$ 의 그래프에서 불연속점의 개수는?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4

상 증 하

92. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n + ax}{x^{n+1} + 1}$ 가 $x > 0$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

[수능특강]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

상 증 하

93. 함수 $f(x) = x + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|x|^n - 1}{|x|^n + 1}$ 이 불연속인 점의 x 좌표를 모두 나열한 것은?

[수능특강]

- ① -1 ② 0 ③ 1
- ④ ± 1 ⑤ 0, 1

상 증 하

94. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^n + \log_{10} x + 2}{x^n + 1}$ 가 모든 양수 x 에 대하여 연속이 되도록 하는 상수 a 의 값은?

(단, $x > 0$ 일 때, $x > \log_{10} x$)

[수능특강]

- ① -2 ② 0 ③ 2
- ④ 4 ⑤ 6

상 증 하

95. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+1} + (x^2 - 1)\sin \frac{\pi}{2} x}{x^n + x^2 - 1}$ 가 연속인 구간을 구하여라.

[수능특강]

상 증 하

96. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+1} + (4x^2 + 3)\sin ax}{x^n + 4x^2 + 3}$ 에 대한 설명 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 200제]

[보기]

- ㄱ. $|x| < 1$ 이면 $f(x) = \sin ax$ 이다.
- ㄴ. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 는 발산한다.
- ㄷ. $x = 1$ 에서 함수 $f(x)$ 가 연속이기 위한 a 의 값은 π 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄷ

상 증 하

97. $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(ax+b)^n - 1}{(ax+b)^n + 1}$ 일 때, $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 불연속인 경우는?

[수능특강]

- ① $a + b > 1$
- ② $a + b = 1$
- ③ $-1 < a + b < 1$
- ④ $a + b = -1$
- ⑤ $a + b < -1$

상 증 하

98. 실수 전체에서 정의된 다음 함수가 $x = 0$ 에서 연속이 되기 위한 자연수 m 의 최솟값은?

$$f(x) = x^m + \frac{x^m}{1+x^2} + \frac{x^m}{(1+x^2)^2} + \frac{x^m}{(1+x^2)^3} + \dots + \frac{x^m}{(1+x^2)^n} + \dots$$

[수능특강]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

상 증 하

99. 함수 $f(x) = \frac{x}{1+|x|} + \frac{x}{(1+|x|)^2} + \frac{x}{(1+|x|)^3} + \dots$ 에 대하여 다음 보기 중 연속인 점을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

- ㄱ. $(-1, f(-1))$
- ㄴ. $(0, f(0))$
- ㄷ. $(1, f(1))$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 하

100. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{10}}{(1+x^{2n})^{k-1}}$$

이 $x = 0$ 에서 연속이기 위한 자연수 n 의 최댓값은?

[인터넷수능]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

상 증 하

101. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n x^2 \cdot \left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^{k-1}$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 를 만족시키는 a 의 값이 될 수 없는 것은?

[수능특강]

- ① -1
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ $\frac{1}{2}$

018

연속성과 그래프

$y = g(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때

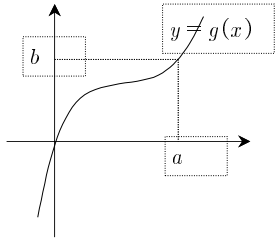
$$\lim_{x \rightarrow a+0} f(g(x)) = \lim_{t \rightarrow b+0} f(t)$$

$$\lim_{x \rightarrow a-0} f(g(x)) = \lim_{t \rightarrow b-0} f(t)$$

을 이용한다.

즉, $g(x) = t$ 로 치환하면 $x \rightarrow a$

일 때 $g(x)$ 가 위쪽으로부터 b 에 가까워지면 $t \rightarrow b+0$ 이고, $g(x)$ 가 아래쪽으로부터 b 에 가까워지면 $t \rightarrow b-0$ 이다.



상 중 하

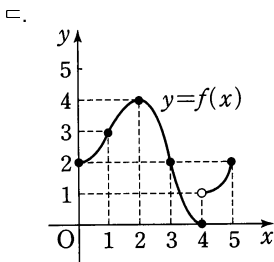
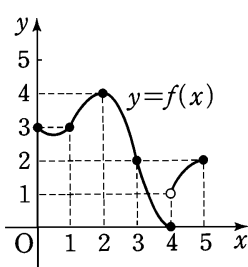
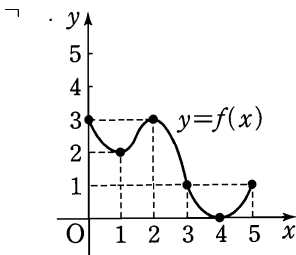
102. 폐구간 $[0, 5]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \{f(x)\}^2 & (0 \leq x \leq 3) \\ (f \circ f)(x) & (3 < x \leq 5) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 폐구간 $[0, 5]$ 에서 연속이 되도록 하는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인턴벡수능]

[보기]

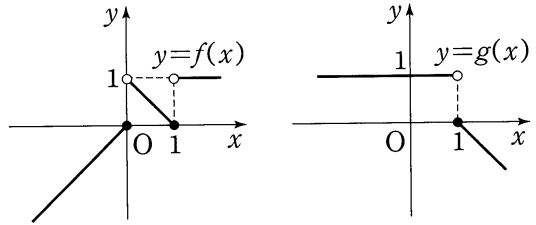


- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

상 중 하

103. 두 함수 $y = f(x), y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인턴벡수능]



$$\neg. \lim_{x \rightarrow 0} f(g(x)) = 1$$

$$\neg. \lim_{x \rightarrow 1+0} f(g(x)) = 1$$

ㄷ. 함수 $f(g(x))$ 는 $x = 1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

104. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{2n}}{1+x^{2n}}$ 에 대하여 보기의 연속함수 중 함수 $y = g_i(f(x)) (i = 1, 2, 3)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이 되도록 하는 함수 $g_i(x)$ 를 있는 대로 고른 것은?

[인턴벡수능]

[보기]

$$\neg. g_1(x) = 1$$

$$\neg. g_2(x) = \frac{1}{2}x$$

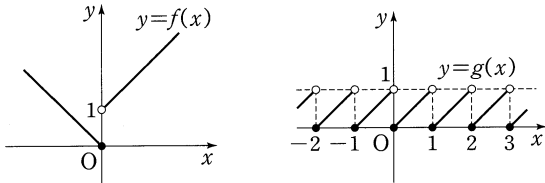
$$\neg. g_3(x) = x(x-1)(x-2)$$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

105. 두 함수 $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]



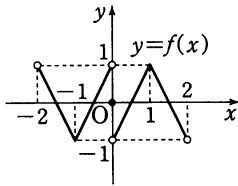
[보기]

- ㄱ. $g(f(x))$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.
- ㄴ. $f(x)+f(-x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.
- ㄷ. $\lim_{x \rightarrow n+0} f(x-n)g(n-x)=0$ 인 정수 n 의 값은 존재하지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

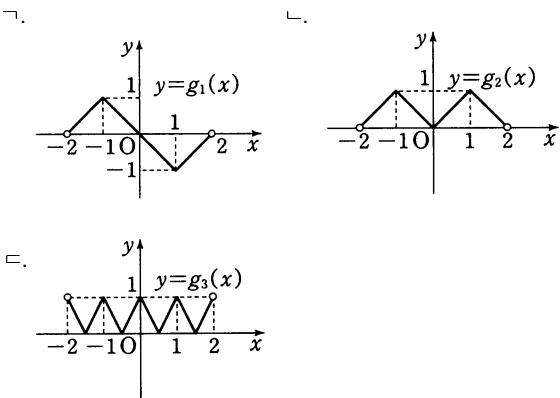
상 중 하

106. 오른쪽 그림은 $-2 < x < 2$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. $-2 < x < 2$ 에서 정의된 함수 $y=g_i(x)(i=1, 2, 3)$ 의 그래프가 다음 보기와 같을 때, 합성함수 $y=(g_i \circ f)(x)$ 가 구간 $(-2, 2)$ 에서 연속이 되는 함수 $g_i(x)$ 를 있는 대로 고른 것은?



[인터넷수능]

[보기]



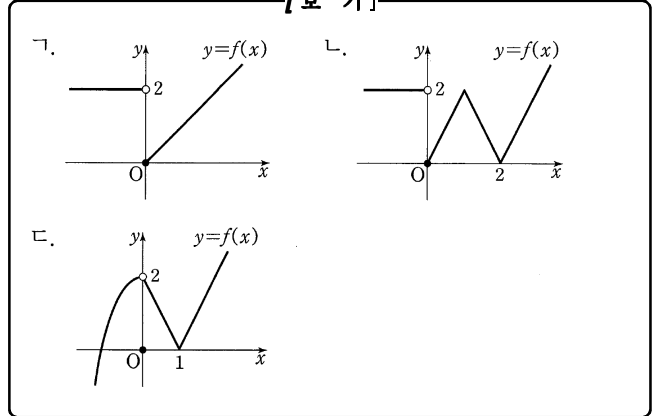
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

107. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 보기와 같이 주어질 때, 함수 $y=f(x-1)f(x+1)$ 이 $x=1$ 에서 연속이 되는 경우만을 있는 대로 고른 것은?

[고득점 200제]

[보기]

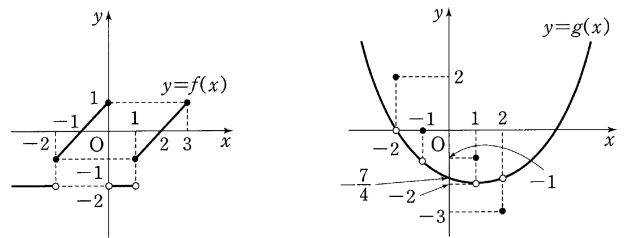


- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

108. 두 함수 $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프의 일부가 다음 그림과 같을 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 200제]



[보기]

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(g(x)) = -1$
- ㄴ. $\lim_{x \rightarrow -1+0} g(f(x)) = -\frac{1}{4}$
- ㄷ. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^4 g\left(f\left(-2+k-\frac{1}{x}\right)\right) = -\frac{3}{2}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

019

중간값의 정리와 그 활용

중간값의 정리 : 함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$ 일 때, $f(a)$ 와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k 에 대하여 $f(x) = k$ ($a < c < b$)인 c 가 적어도 하나 존재한다.

상 중 아

109. 방정식 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 은 구간 $(-1, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 가짐을 보여라.

[수능특강]

상 중 아

110. 삼차방정식 $3x^3 - 4x^2 + 5x - 6 = 0$ 은 오직 한 개의 실근을 갖는다. 다음 중 이 방정식의 실근이 존재하는 구간은?

[수능특강]

- ① $(-2, -1)$ ② $(-1, 0)$ ③ $(0, 1)$
- ④ $(1, 2)$ ⑤ $(2, 3)$

상 중 아

111. 방정식 $x^4 - x^3 - x - 2 = 0$ 은 양의 실근 1개와 음의 실근 1개를 갖는다. 다음 중 양의 실근이 존재하는 구간은?

[인터넷수능]

- ① $(0, \frac{1}{2})$ ② $(\frac{1}{2}, 1)$ ③ $(1, \frac{3}{2})$
- ④ $(\frac{3}{2}, 2)$ ⑤ $(2, \frac{5}{2})$

상 중 아

112. 방정식 $\sin x - x \cos x = 0$ 은 구간 $(0, 2\pi)$ 에서 오직 한 개의 실근을 갖는다. 다음 중 이 방정식의 실근이 존재하는 구간은?

[수능특강]

- ① $(0, \frac{\pi}{4})$ ② $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ ③ $(\frac{\pi}{2}, \pi)$
- ④ $(\pi, \frac{3}{2}\pi)$ ⑤ $(\frac{3}{2}\pi, 2\pi)$

상 중 아

113. 연속함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = -1, f(1) = -2, f(2) = 3, f(3) = 0$$

을 만족할 때, 방정식 $f(x) = x$ 의 실근 중 구간 $(0, 3)$ 에 속하는 것은 최소한 몇 개인가?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 0

상 중 아

114. 연속함수 $y = f(x)$ 에 대하여

$$f(-3) = -3, f(-2) = 3, f(-1) = -1,$$

$$f(0) = 2, f(1) = -1, f(2) = 2, f(3) = 3$$

일 때, 구간 $[-1, 5]$ 에서 방정식 $f(x-2) + 2 = 0$ 의 실근의 개수의 최솟값은?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 > 증 > 하

115. $-10 \leq x \leq 10$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

- (㉠) $f(x)$ 는 연속함수이고 모든 x 에 대하여 $f(x) = f(x+4)$ 이다.
- (㉡) $-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) = 5$ 와 $f(x) = -5$ 를 만족하는 x 가 각각 오직 한 개씩 있다.

다음 설명 중 옳은 것은?

[수능특강]

- ① $f(-5) = f(5)$
- ② $f(x)$ 의 최댓값은 5, 최솟값은 -10 이다.
- ③ $f(x) = 5$ 가 되는 x 는 적어도 6 개 있다.
- ④ $f(x) = -5$ 가 되는 x 는 적어도 8 개 있다.
- ⑤ $f(x) = 0$ 이 되는 x 는 적어도 10 개 있다.

상 > 증 > 하

116. 두 함수 $f(x) = \log_4 x + kx + 4$ 와 $g(x) = 3x - 4$ 에 대하여 개구간 $(1, 2)$ 에서 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 적어도 한 개의 교점을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위는 $\alpha < k < \beta$ 이다. α 의 최댓값과 β 의 최솟값의 차는?

[고득점 200제]

- ① 15
- ② $\frac{15}{2}$
- ③ $\frac{15}{4}$
- ④ $\frac{15}{8}$
- ⑤ $\frac{15}{16}$

상 > 증 > 하

117. 모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(0) = \log_3 9a$ 이고 $f(1) = \log_3 \frac{a}{3} + 4$ 이다. 함수 $y = f(x) - 2x$ 의 그래프가 개구간 $(0, 1)$ 에서 x 축과 만나고, 이 함수가 감소함수일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

[고득점 200제]

- ① $\frac{1}{9} < a < \frac{1}{3}$
- ② $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$
- ③ $\frac{1}{9} < a < \frac{2}{3}$
- ④ $\frac{1}{2} < a < 1$
- ⑤ $1 < a < 2$

2-1. 삼각함수의 극한

01 삼각함수의 극한

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x} = 0$ (단, x 는 라디안)
 (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$ (단, x 는 라디안)

주관식

상 증 하

1. 다음 극한값을 구하시오.

[인터넷 수능 확인문제 2]

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

상 증 하

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x \sin x}$ 의 값은?

[인터넷 수능 예제 1]

- ① -2 ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ 1 ⑤ 2

상 증 하

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\cos^2 x + 2\cos x - 5}{x^2}$ 의 값은?

[인터넷 수능 연습문제 2]

- ① -4 ② -3 ③ -2
- ④ 1 ⑤ 2

상 증 하

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x^3 + 5x^2 + 4x)}{2x^3 + 2x^2 + x}$ 의 값은?

[인터넷 수능 유제 1]

- ① 3 ② $\frac{3}{2}$ ③ 1
- ④ 4 ⑤ $\frac{\sin 3}{2}$

02 삼각함수의 공식을 이용한 극한

상 > 증 > 하

5. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$ 의 값은?

- ① 0
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{3}{2}$

[인터넷 수능 확인문제 3]

상 > 증 > 하

6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \tan x$ 의 값은?

- ① -1
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{3}{2}$

[인터넷 수능 유제 2]

상 > 증 > 하

7. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\pi - 2x) \tan x$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

[인터넷 수능 연습문제 1]

상 > 증 > 하

8. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sec x - \tan x}{\frac{\pi}{2} - x}$ 의 값은?

- ① -1
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ 1

[인터넷 수능 연습문제 3]

상 > 증 > 하

9. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin 3x}{1 - 2\cos x}$ 의 값은?

- ① $-\sqrt{3}$
- ② $-\sqrt{2}$
- ③ 1
- ④ $\frac{3}{2}$
- ⑤ $\frac{2}{3}$

[인터넷 수능 연습문제 4]

주관식

상 > 증 > 하

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x \cdot \cos 3x}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능 유제 3]

04 미정계수의 결정

(1) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (α 는 상수)일 때,
 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$

(2) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ ($\alpha \neq 0$ 인 상수)일 때,
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$

상 증 하

15. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{f(x)} = \frac{1}{2}$ 이 성립할 때, $f(\pi)$ 의 값은?

[인터넷 수능 예제 2]

- ① $-\pi$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

상 증 하

16. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{a \cos^2 x + b} = \frac{1}{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

[인터넷 수능 유제 4]

- ① 1 ② 4 ③ 5
- ④ 8 ⑤ 13

상 증 하

17. 등식 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 4 \cos x + a}{x \sin x} = b$ 를 만족시키는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

[인터넷 수능 유제 5]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 증 하

18. 모든 실수 x 에 대하여 연속인 함수 $f(x)$ 가 $x^2 f(x) = a - 3 \cos 2x$ 를 만족할 때, $a + f(0)$ 의 값은?

[인터넷 수능 연습문제 5]

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

상 중 하

19. 실수 전체에서 다음과 같이 정의된 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속일 때, $a+b+c$ 의 값은?

[고득점 N제 19번]

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan x}{x + \sin x} & (x < 0) \\ \frac{\sqrt{a+x}-b}{x} & (x > 0) \\ c & (x = 0) \end{cases}$$

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

주관식

상 중 하

20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - a \cos x}{x \sin x} = b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능 확인문제 4]

05 극한의 변형

상 중 하

21. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3f(x)-4}{f(x)+2} = 2$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값은?

[인터넷 수능 확인문제 1]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

상 중 하

22. 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x + 2\sin x} = 4$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x - 2\sin x}$ 의 값은?

[인터넷 수능 연습문제 6]

- ① -12 ② -8 ③ -4
- ④ 8 ⑤ 12

상 증 하

23. 연속함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos x} = 30$ 을 만족할 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$

의 값은?

- ① 5 ② 10 ③ 15
- ④ 20 ⑤ 40

[인터넷 수능 연습문제 8]

상 증 하

25. 연속함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \left(\frac{5}{x} - \sin \frac{3}{x} \right) = 6$ 을 만족할 때,

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 0
- ④ 3 ⑤ 5

[인터넷 수능 연습문제 7]

상 증 하

24. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = -2$,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin f(x)}{\sin g(x)}$ 의 값은?

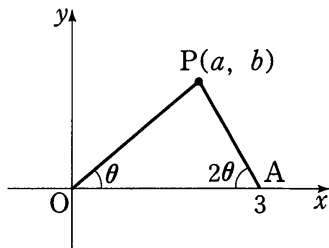
- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

[고득점 N제 15번]

06 삼각함수 극한의 도형에의 활용

상 증 아

26. 오른쪽 그림과 같이 점 A(3, 0)에 대하여 $\angle POA = \theta$, $\angle PAO = 2\theta$ 가 되도록 제 1사분면 위에 점 P(a, b)를 잡을 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} a$ 를 구하면?

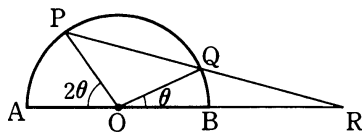


[인터넷 수능 연습문제 9]

- ① $\frac{2}{3}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

상 증 아

27. 오른쪽 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를 $\angle AOP = 2\theta$, $\angle BOQ = \theta$ 가 되도록 잡고 선분 PQ의 연장선이 선분 AB의 연장선과 만나는 점을 R라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} OR$ 의 값은?



[인터넷 수능 연습문제 12]

- ① 2
- ② $\frac{5}{2}$
- ③ 3
- ④ $\frac{7}{2}$
- ⑤ 4

상 증 아

28. 길이가 2a인 선분 AB를 지름으로 하는 반원에 대하여 호 AB의 중점을 M이라 한다. 점 A에서 호 MB위의 한 점 P를 향하여 발사된 빛이 점 P에서 반사되어 지름 AB위의 점 Q에 도착한다고 하자. 점 P가 점 B에 한없이 가까워질 때, 선분 AQ의 길이의 극한값을 구하면?

[인터넷 수능 연습 13]

- ① $\frac{3}{2}a$
- ② $\frac{4}{3}a$
- ③ $\frac{5}{4}a$
- ④ $\frac{6}{5}a$
- ⑤ $\frac{7}{5}a$

상 증 아

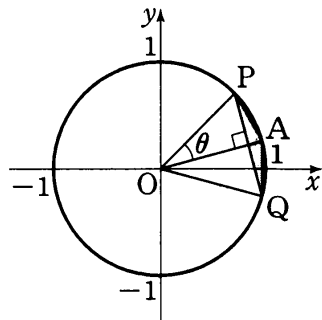
29. 곡선 $y = \sin^2 x$ ($0 < x \leq \frac{\pi}{2}$) 위의 점 P(a, b)와 x축 위의 점 $Q(\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ 을 지나는 직선 PQ가 y축과 만나는 점을 R라 하자. 점 P가 원점 O에 한없이 가까워질 때, 점 R이 한없이 가까워지는 점의 좌표는 (0, k)이다. 이 때, 상수 k의 값은?

[고득점 N제 24번]

- ① 1
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ $\frac{5}{3}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

상 중 아

30. 원점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 위에 정점 A 가 있다. 반지름 OA 와 직교하는 현 PQ 를 잡아 $\angle POA = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라고 하자. $\triangle APQ$ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라고 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?

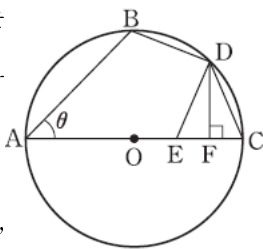


[인터넷 수능 연습문제 11]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

상 중 아

31. 길이가 1인 선분 AC 를 지름으로 하는 원 O 위의 점 B 에 대하여 $\angle BAC = \theta$ 라 하자. 호 BC 의 중점을 D , D 에서 지름 AC 에 내린 수선의 발을 F 라 하고, $\overline{AB} = \overline{AE}$ 가 되도록 지름 AC 위에 점 E 를 잡을 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\overline{EC}}{\theta^2}$ 의 값은?



[고득점 N제 23번]

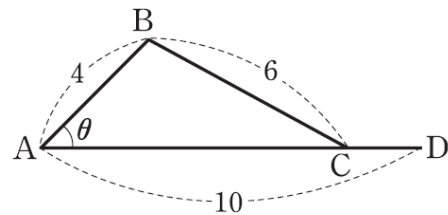
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

주관식

상 중 아

32. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{AD} = 10$ 이고 $\angle BAC = \theta$ 라 하자. θ 가 변함에 따라 점 C 가 선분 AD 위를 움직일 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\overline{CD}}{\theta^2} = \frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소인 자연수)이다. 이때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

[고득점 N제 21번]



2-2. 지수 · 로그함수의 극한

01 기초 다지기 문제

주관식

상 증 하

1. 다음 극한값을 구하시오.

[인터넷 수능 확인문제 1]

- (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 2^x}{3^x - 2^x}$
- (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \{(\log_2(x+1) - \log_2 x)\}$
- (3) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2^x - 3^x)$
- (4) $\lim_{x \rightarrow +0} \log_2 \frac{1}{x}$

02 무리수 e의 정의

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{1}{x})^x = e$$

상 증 하

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - \frac{1}{x})^{2x}$ 의 값은?

[인터넷 수능 확인문제 2]

- ① e^{-2} ② e^{-1} ③ 1
- ④ e ⑤ e^2

상 증 하

3. 다음 보기 중에서 극한값이 e인 것을 모두 고른 것은?

[인터넷 수능 연습문제 2]

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^{-x}$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{-\frac{1}{x}}$

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 > 중 > 하

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \frac{x+1}{x-1}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2
- ④ 6 ⑤ 8

[인터넷 수능 예제 1]

③ 4

주관식

상 > 중 > 하

5. 다음 극한값을 구하시오.

[인터넷 수능 확인문제 3]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x+1}\right)^x$$

상 > 중 > 하

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x = e^{100}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능 연습문제 3]

03 지수, 로그함수의 극한

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \frac{1}{\ln a} \quad (a > 0, a \neq 1)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a \quad (a > 0, a \neq 1)$

상 > 중 > 하

7. $\lim_{x \rightarrow 2} \ln \left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{2-x}}$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$
- ④ 1 ⑤ 2

[인터넷 수능 연습문제 1]

상 > 중 > 하

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \ln(1+x)}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[인터넷 수능 유제 1]

2. 초월함수의 극한

상 증 하

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x) + \ln(1-2x)}{x^2}$ 의 값은?

- ① -4 ② -2
- ④ 2 ⑤ 4

[인터넷 수능 연습문제5]

- ③ 0

상 증 하

10. $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\log_a x)^h - 1}{h}$ ($a > 1, x > 1, a \neq x$)로 정의되는

$f(x)$ 에 대하여 $f(x^2) - f(x)$ 의 값은?

- ① 0 ② ln 2 ③ ln 3
- ④ ln 4 ⑤ ln 5

[인터넷 수능 유제2]

상 증 하

11. $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\log x)^h - 1}{h}$ ($x > 1, x \neq 10$)로 정의되는 함수

$f(x)$ 에 대하여 $f(x^x) - f(x) = 2$ 를 만족하는 x 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑이다.)

- ① e ② e^2 ③ $\ln 2$
- ④ $\ln 10$ ⑤ 10^e

[고득점 N제 14번]

주관식

상 증 하

12. 다음 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{x}$

[인터넷 수능 확인문제 3]

04 수열 · 수열의 극한을 이용한 극한

상 > 중 > 하

13. $x > 0$ 인 범위에서 $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(1+2x)}{(1+3x)^n}$ 로 정의된 함수

$S(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow +0} S(x)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ $\frac{2}{3}$
 ④ e ⑤ 1

[인터넷 수능 연습문제8]

상 > 중 > 하

14. $f(n) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{20x}{\ln\{(1+x) \cdot (1+2x) \cdots (1+nx)\}}$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(k)$ 의 값은?

- ① 10 ② 20 ③ 30
 ④ 40 ⑤ 80

[인터넷 수능 연습문제12]

상 > 중 > 하

15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{1}{n+1}\right) \left(1 + \frac{1}{n+2}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{2n}\right) \right\}^n$ 의 값은?

- ① e ② \sqrt{e} ③ 1
 ④ $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ⑤ $\frac{1}{e}$

[인터넷 수능 유제3]

상 > 중 > 하

16. 원금 a 원을 1년 동안 예금할 때, 연이율 6%를 1년 동안 균등하게 나누어 $\frac{6}{n}\%$ 의 이율의 n 회 복리로 계산한 원금 a 원에 대한 원리합계를 $f(n)$ 이라 할 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(n)$ 의 값은?

- ① $ae^{0.06}$ ② $ae^{0.12}$ ③ $a\sqrt{e}$
 ④ ae ⑤ ae^{12}

[인터넷 수능 연습문제9]

05 미정계수의 결정

· $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (α 는 상수)일 때,
 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$

· $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ ($\alpha \neq 0$ 인 상수)일 때,
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$

상 증 하

17. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{3^x - 1}{2 \sin(x - a)} = b \ln 3$ 을 만족시키는 두 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

[인터넷 수능 예제2]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

상 증 하

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(a+x)}{\sin x} = b$ 를 만족시키는 두 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하면?

[인터넷 수능 유제4]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

상 증 하

19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{kx} - 1}{\ln(1 + 2x)} = 3$ 이 되도록 하는 상수 k 의 값은?

[인터넷 수능 유제5]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

주관식

상 증 하

20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} + b}{\ln(1+x)} = 4$ 를 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능 연습문제10]

06 함수의 연속 (1)

함수 $y=f(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속이면

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$
이다.

상 > 증 > 하

21. $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-1}{\sin x} & (x \neq 0) \\ a & (x = 0) \end{cases}$$

가 $x=0$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

[인터넷 수능 유제 6]

- ① 0 ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

상 > 증 > 하

22. $f(x) = \begin{cases} \frac{3^x - a \sin x + b}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$ 으로 정의된 함수 $f(x)$ 가

모든 실수 x 에 대하여 연속이 되도록 두 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은?

[인터넷 수능 예제 3]

- ① 1 ② -1 ③ $\ln 3$
- ④ $\ln 3 + 1$ ⑤ $\ln 3 - 1$

상 > 증 > 하

23. 함수 $f(x) = \begin{cases} (6x+1)^{\cos \sec 2x} & (x \neq 0) \\ a & (x = 0) \end{cases}$ 가 $x=0$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

[인터넷 수능 연습문제 7]

- ① 1 ② e ③ $2e$
- ④ e^2 ⑤ e^3

상 > 증 > 하

24. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{3^{\sin x} + \ln a^x - 1}{x} & (x \neq 0) \\ 2 & (x = 0) \end{cases}$ 가 $x=0$ 에서 연속일 때, 양수 a 의 값은?

[인터넷 수능 유제 7]

- ① e^3 ② $\frac{e^2}{3}$ ③ e
- ④ $3e$ ⑤ 1

07 함수의 연속 (2)

함수 $y=f(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속이려면 다음 세 조건을 만족하여야 한다.
 (1) 함수값 $f(a)$ 가 존재한다.
 (2) 극한값 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다.
 (3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

상 중 하

25. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수에서 연속이고 $f(x) \cdot \ln(1 + \sin 3x) = 12x$ 를 만족할 때, $f(0)$ 의 값은?
[인터넷 수능 연습문제 13]
 ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 6 ⑤ 12

상 중 하

26. 연속함수 $f(x)$ 가 $(e^x + x - 1)f(x) = 2x$ 를 만족할 때, $f(0)$ 의 값은?
[인터넷 수능 연습문제 11]
 ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ -1

상 중 하

27. $0 < x < 2\pi$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 $f(x) \sin x = \ln \frac{x}{\pi}$ 를 만족할 때, $f(\pi)$ 의 값은?
[고득점 N제 20번]
 ① $-\pi$ ② $-\frac{1}{\pi}$ ③ 1
 ④ $\frac{1}{\pi}$ ⑤ π

주관식

상 중 하

28. $x > -1$ 에서 정의된 연속인 함수 $f(x)$ 가 $\ln(1+x)^{f(x)} = e^{3x} - 1$ 을 만족할 때, $f(0)$ 의 값을 구하십시오.
[인터넷 수능 유제 8]

08 극한의 변형

상 > 증 > 하

29. 연속함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{3^x - 1} = 2$ 를 만족할 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{2^x - 1}$ 의 값은?

- [인터넷 수능 연습문제6]
- ① $3 \log_3 2$
 - ② $2 \log_2 3$
 - ③ $2 \ln 3$
 - ④ $3 \ln 2$
 - ⑤ 1

상 > 증 > 하

30. 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \ln(1 + 2x) = 6$ 을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 0} x f(x)$ 의 값은?

- [고득점 N제 16번]
- ① 0
 - ② 2
 - ③ e
 - ④ 3
 - ⑤ 6

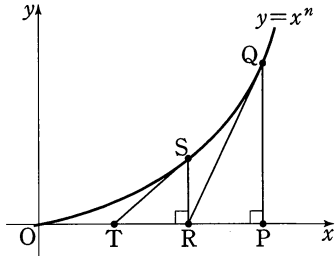
상 > 증 > 하

31. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{3}{2}$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \ln\left(1 + \sin \frac{2}{x}\right)$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑이다.)

- [인터넷 수능 연습문제4]
- ① 0
 - ② 2
 - ③ 3
 - ④ $\frac{e^3}{2}$
 - ⑤ $\frac{1}{e}$

상 중 하

36. 곡선 $y = x^n$ (n 은 1보다 큰 자연 수)을 C 라 한다. 오른쪽 그림과 같이 x 축 위에서 x 좌표가 양수인 점 P 를 잡고 점 P 를 지나 x 축과 직교하는 직선이 곡선 C 와 만나는 점을 Q , 점 Q 에서의 곡선 C 의 접선이 x 축과 만나는 점을 R , 점 R 를 지나 x 축과 직교하는 직선이 곡선 C 와 만나는 점을 S , 점 S 에서의 곡선 C 의 접선이 x 축과 만나는 점을 T 라 한다. $\triangle PQR$, $\triangle RST$ 의 넓이를 각각 S_1, S_2



라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_1}{S_2}$ 의 값은?

[인터넷 수능 연습문제 17]

- ① $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ② 1 ③ e
- ④ 2 ⑤ e^2

4 미분법(1)



01

$f(x)$ 를 이용한 극한값의 계산

- (1) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\star + h) - f(\star)}{h} = f'(\star)$
- (2) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$

상 > 증 > 아

1. $f(x) = (x^2 + 5x + 1)(x - 2)$ 일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-3h)}{h}$ 의 값은?

- ① 28 ② 36 ③ 44
- ④ 52 ⑤ 60

[수능특강]

상 > 증 > 아

2. 함수 $f(x) = 3x^2 + 4x - 2$ 에 대하여

$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(1 + \frac{2}{n}\right) - f\left(1 - \frac{3}{n}\right) \right\}$ 의 값은?

- ① 10 ② 20 ③ 30
- ④ 40 ⑤ 50

[인터넷수능]

상 > 증 > 아

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) + 2(x^2-1) + 3(x^3-1) + \dots + 10(x^{10}-1)}{11(x-1)}$ 의 값은?

[인터넷수능]

02

$f(a)$ 를 이용한 극한값의 계산

- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ (α, β 는 일정)이면
- (1) $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k\alpha$ (k 는 상수)
- (2) $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) \pm g(x)\} = \alpha \pm \beta$ (복부호동순)
- (3) $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)g(x)\} = \alpha\beta$
- (4) $\lim_{x \rightarrow a} \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \right\} = \frac{\alpha}{\beta}$ (단, $\beta \neq 0$)

상 > 증 > 아

4. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(0) = 6$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(\frac{3}{n}\right) - f(0) \right\}$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 > 증 > 아

5. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(1) = 1$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^3) - f(1)}{x-1} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{f(x) - f(1)}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[수능특강]

상 > 증 > 아

6. $f(x) = \sum_{k=1}^n x^k, g(x) = \sum_{k=1}^{n-1} x^k$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f'(1) - g'(1)}{2n}$ 은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{3}{4}$

[고득점 200제]

03

$f(x), f'(x)$ 를 이용한 극한값의 계산

상 중 아

주어진 $f(a), f'(a)$ 와 주어진 극한의 변형을 통하여 접근한다.

7. 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)=1, f'(1)=2$ 이고, 함수

$$g(x)=x^2+x \text{ 일 때, } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)g(x)-f(1)g(1)}{x-1} \text{ 의 값은?}$$

[인터넷수능]

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

상 중 아

8. 다항함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-1}{x-1} = 3, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)-4}{x-2} = 5$$

를 만족시킬 때, 함수 $y=f(x)g(x)$ 의 $x=2$ 에서의 미분계수를 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

9. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x+1)-8}{x^2-4} = 5$ 일 때,

$f(3)+f'(3)$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

10. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이고,

$$f'(2)=-3, f'(4)=6 \text{ 일 때, } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x^2)-f(4)}{f(x)-f(-2)} \text{ 의 값은?}$$

[인터넷수능]

- ① -8 ② -4 ③ 4
 ④ 8 ⑤ 12

상 중 아

11. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0)$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

(가) $f(0)=1, f'(0)=-6, g(0)=4$
 (나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x)}{x} = 0$

04

미분계수를 이용한 여러 가지 극한값의 계산

주어진 극한을 계산하기 위해
 (i) 같은 것을 더하거나 빼서
 (ii) 분자, 분모를 같은 것으로 나누어서
 변형해 본다.

상 중 아

12. 함수 $f(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이고,

$f'(4)=f'(16)=5$ 일 때, $f'(-4)+\lim_{x \rightarrow -4} \frac{f(x^2)-f(16)}{f(x)-f(4)}$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 9 ② 10 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 15

상 중 아

13. 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$f(2)=f'(2)=4, g(2)=g'(2)=2$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x)-xf(2)}{2g(x)-xg(2)}$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

14. 이차함수 $f(x)=x^2-x$ 에 대하여 $g(x)=|f(x)|$ 라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h)}{h}$ 가 존재한다.
- ㄴ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+h^2)-g(1)}{h^2} = f'(1)$
- ㄷ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+h)-g(1-h)}{h} = 2f'(1)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

05

미분계수를 이용한 미정계수 결정

- 두 함수의 $f(x), g(x)$ 의 도함수가 존재할 때
- (1) $f(x)=c$ (상수) 이면 $\Leftrightarrow f'(x)=0$
 - (2) $y=x^n$ (n 은 실수) 이면 $\Leftrightarrow y'=nx^{n-1}$
 - (3) $y=cf(x)$ (c 는 상수) 이면 $\Leftrightarrow y'=c \cdot f'(x)$
 - (4) $y=f(x) \pm g(x)$ 이면 $\Leftrightarrow y'=f'(x) \pm g'(x)$ (복호동순)
 - (5) $y=f(x)g(x)$ 이면 $\Leftrightarrow y'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

상 중 아

15. 함수 $f(x)=x^2+ax$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x^3)-f(8)}{x-2} = 144$ 일

때, 상수 a 의 값은?

[수능특강]

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

상 중 아

16. 함수 $f(x)=2x^3-3x+1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+kh)-f(1)}{h} = 24$

를 만족하는 실수 k 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

상 중 아

17. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n+x^2-2}{x-1} = 15$ 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 하

18. 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx^2$ 에 대하여 등식

$$f'(2) = pf(-1) + qf(1)$$

이 a, b 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 실수 p, q 에 대하여 $2p+q$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

[수능특강]

상 중 하

19. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

$f(x)f'(x) = f(x)f'(x) + 2x^3 + 2x^2 - 1$ 이 성립할 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[인터넷수능]

06

관계식이 주어질 때 미분계수 구하기

모든 실수 x, y 에 대하여 성립하는 관계식에는 y 대신에 h 를 대입하여 도함수를 유도할 수 있다.

상 중 하

20. 함수 $f(x) = 3$ 과 미분가능한 함수 $g(x)$ 에 대하여

$h(x) = f(x) + g(x)$, $i(x) = f(x)g(x)$ 일 때, $h'(1) = 10$ 이다 이 때, $i'(1)$ 의 값은?

- ① 10 ② 15 ③ 20
- ④ 25 ⑤ 30

[인터넷수능]

상 중 하

21. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x, y 에 대하여

$f(x+y) = f(x) + f(y) + xy$ 를 만족하고, $f'(0) = 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

ㄱ. $f(0) = 0$ ㄴ. $f'(1) = 3$ ㄷ. $f'(x) = x + 1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

22. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 다음 등식을 만족한다.

$$f(g(x)+x) = \{a - (g(x)+a)^2\} \{b - g(x) - x\} + 1$$

$f'(0) = 1, f'(1) = 2$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

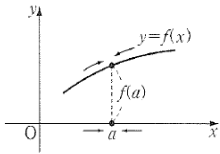
[인터넷수능]

- ① -2 ② 0 ③ 2
- ④ 4 ⑤ 6

07

$(x-a)f(x)$ 꼴의 함수의 연속

(1) 점 $x = a$ 에서 연속



함수 $f(x)$ 가

- (i) $x = a$ 에서 정의되어 있고,
- (ii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하며,
- (iii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

일 때, 이 함수는 점 $x = a$ 에서 연속이라고 한다.

상 증 아

23. $g'(2) = 4$ 인 다항함수 $g(x)$ 에 대하여 $(x^2 - 4)f(x) = g(x) - 2$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 가 $x = 2$ 에서 연속일 때, $f(2) + g(2)$ 의 값은?

[인터벡수능]

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

08

미분가능 조건 (미정계수 결정)

함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능 하기 위한 조건

- (1) $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = f(a)$
- (2) $\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

상 증 아

24. 함수 $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax & (x \geq 2) \\ -x^2 + 7x + b & (x < 2) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에 대하여 미분가능할 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

[수능특강]

- ① -20 ② -17 ③ -5
- ④ 3 ⑤ 10

상 증 아

25. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4x & (x < 1) \\ ax^2 + bx & (x \geq 1) \end{cases}$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능하도록 하는 두 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

[인터벡수능]

- ① 3 ② 5 ③ 7
- ④ 9 ⑤ 11

상 증 아

26. 함수 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & (x \geq 1) \\ ax + b & (x < 1) \end{cases}$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능하도록 하는 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 하

27. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+1} + ax^2 + b}{x^n + 1}$ ($x \neq -1$) 가 $x=1$ 에서 미분가능할 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, n 은 자연수)
[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ 2 ⑤ 4

상 중 하

28. 개구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{n+1} + ax^2 + b}{x^n + 1} \quad (n \text{ 은 자연수})$$

에 대하여 $x=1$ 에서 미분가능하도록 두 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a-b$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

[고득점 200제]

상 중 하

29. 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{n+b} + 2x - 1}{x^n + 1}$ ($x > 0$)이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, $a+10b$ 의 값을 구하시오.
[인터넷수능]

상 중 하

30. 함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $(x-1)f(x) = g(x) - g(1)$ 이고 $f(1) = g'(1)$ 일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다
- ㄴ. $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다
- ㄷ. $f(x)$ 가 다항함수이면 $f'(0) + g'(0) = f(0)$ 이다

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

09

미분가능 조건(구간)

상 중 아

31. 다음 보기의 함수 중 $x=0$ 에서 미분가능한 함수를 모두 고르면? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[인터넷수능]

[보기]

ㄱ. $f(x) = x^3 + |x|$ ㄴ. $g(x) = x^{2009} [x]$

ㄷ. $h(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

32. 다음 보기의 함수 중 $x=0$ 에서 미분가능한 것만을 있는 대로 고른 것은?(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다)

[인터넷수능]

[보기]

ㄱ. $f(x) = x|x|$

ㄴ. $g(x) = x[x]$

ㄷ. $p(x) = x^2(|x|+1)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

33. <보기>의 함수 중 $x=0$ 에서 연속이지만 미분가능하지 않은 함수를 있는 대로 고른 것은?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

[수능특강]

[보기]

ㄱ. $f(x) = [x+0.5]$

ㄴ. $g(x) = |x|$

ㄷ. $p(x) = x|x|$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

상 중 아

34. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & (x < 0) \\ x^2-1 & (0 \leq x < 1) \\ \frac{2}{3}(x^3-1) & (x > 1) \end{cases}$$

일 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

ㄱ. $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.

ㄴ. $|f(x)|$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.

ㄷ. $x^k f(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능하도록 하는 최소의 자연수 k 는 2 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

35. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \leq x < 1$ 일 때, $g(x) = f(x)$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2) = g(x)$ 이다.

옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

ㄱ. $f(-1) = f(1)$ 이고 $f'(-1) = f'(1)$ 이면 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

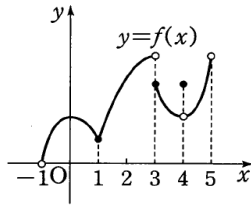
ㄴ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $f'(0)f'(1) < 0$ 이다.

ㄷ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $f'(1) > 0$ 이면 구간 $(-\infty, -1)$ 에 $f'(c) = 0$ 인 c 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

36. 오른쪽 그림은 $-1 < x < 5$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프이다. $f(x)$ 가 미분가능하지 않은 점은 m 개, $f'(x)=0$ 인 점은 n 개다. $m+n$ 의 값은?

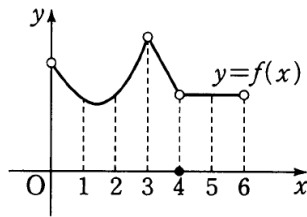


[인터벡수능]

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

상 중 아

37. $0 < x < 6$ 에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 이차곡선의 일부와 직선으로 이루어져 있고 $f(3)$ 의 값이 존재하지 않는다. 이때, 집합 $U = \{x | 0 < x < 6\}$ 의 두 부분집합



$$A = \left\{ a \mid \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \right\},$$

$$B = \left\{ a \mid \lim_{x \rightarrow a+0} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim_{x \rightarrow a-0} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} \right\}$$

에 대하여 집합 $A^c \cap B^c$ 의 모든 원소의 합을 구하시오.

[인터벡수능]

010

항등식과 나머지 정리를 활용한 미분계수

다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나누었을 때 나머지를 $h(x)$ 라 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + h(x)$$

(단 $h(x)$ 의 차수는 $g(x)$ 보다 낮다.)

상 중 아

38. 이차 이상의 다항식 $f(x)$ 를 $(x-a)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는?

[수능특강]

- ① $f'(a)x + f(a) - af'(a)$ ② $f(a)x + f(a) - af(a)$
- ③ $f'(a)x - f(a) + af(a)$ ④ $-f'(a)x - f(a) - af'(a)$
- ⑤ $f'(a)x + f'(a) - af(a)$

상 중 아

39. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$f(1) = f(2) = f(3)$ 을 만족할 때, $f'(10)$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

40. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)=2$, $f'(1)=-2$ 가 성립할 때, 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나눈 나머지는?

- ① $-2x-4$ ② $-2x+4$ ③ $2x-4$
- ④ $2x+4$ ⑤ $2x$

[고득점 200제]

상 중 아

41. 다항식 $x^{200}-200x^2+px-q$ 가 $(x-1)^2$ 으로 나누어 떨어질 때, 두 상수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

011

평균변화율과 미분계수

함수 $f(x)$ 의 $[a, b]$ 에서의 평균변화율은 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

상 중 아

42. 이차함수 $f(x)=x^2+ax+b$ 가 있다. 서로 다른 두 실수 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 에 대하여 구간 $[\alpha, \beta]$ 에서의 평균변화율을 D 라 하고, 두 점 $x=\alpha, x=\beta$ 에서의 미분계수의 산술평균을 M 이라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

[수능특강]

- ① $D = \frac{M}{2}$ ② $D = M$ ③ $D = \frac{3}{2}M$
- ④ $D = 2M$ ⑤ $D = \frac{5}{2}M$

상 중 아

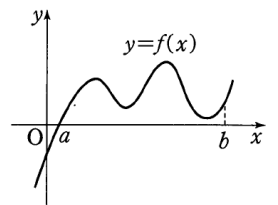
43. 함수 $f(x)=x^2+1$ 에 대하여 x 가 1에서 3까지 변할 때의 $f(x)$ 의 평균변화율과 미분계수 $f'(2k)$ 가 같을 때, 상수 k 의 값은?

[인터넷수능]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

상 중 아

44. 함수 $f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 구간 $[a, b]$ 에서 연속이고, 구간 (a, b) 에서 미분가능할 때, $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$ 인 c 의 값의 개수는?



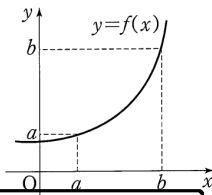
(단, $a < c < b$)

[인터넷수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 증 아

45. 미분가능한 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 옳은 것만을 보기에 서 있는 대로 고른 것은? (단, $0 < a < b$)



[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. $f'(b) > 1$
 ㄴ. $\frac{f'(a)}{b} < \frac{f'(b)}{a}$
 ㄷ. $f'(\sqrt{ab}) < f'\left(\frac{a+b}{2}\right)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

46. 함수 $f(x)=x^2$ 에 대하여 x 가 -2 에서 3 까지 변할 때의 $f(x)$ 의 평균변화율과 $\lim_{x \rightarrow k} \frac{\{f(x)\}^2 - \{f(k)\}^2}{(x-k)(x+8k)}$ 의 값이 같을 때, 양 수 k 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

012

미분계수의 정의를 이용한 미분계수의 표현

상 증 아

47. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(a + \frac{kb}{n}\right) - f\left(a - \frac{lb}{n}\right) \right\}$ 의 값은? (단, $b \neq 0$ 이고, k, l 은 n 과 무관한 상수이다.)

[수능특강]

- ① $(k-l)f'(a)$ ② $(k+l)f'(a)$ ③ $f'(a)$
 ④ $b(k-l)f'(a)$ ⑤ $b(k+l)f'(a)$

013

함수와 도함수와의 관계

상 중 아

48. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) \cdot f(x) = f'(x) + f(x) + 2x^3 + 2x^2 - 1$$

인 관계를 만족할 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

[수능특강]

상 중 아

49. 함수 $f(x)$ 와 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $f(3g(x) - 2kx^2 - 2) = x$
 (나) $f(3) = 1$

이때, $g'(1)$ 의 값을 구하시오.

[인티넷수능]

상 중 아

50. 다항함수 $f(x) = x^n + 3x^2 + ax + 1$ 의 도함수를 $g(x)$ 라 하고

$$\frac{d}{dx} \{g(x)\}^2 = 36f(x)$$

가 성립한다고 할 때, $n - a$ 의 값은? (단, $n \geq 2$)

- ① -2 ② 0 ③ 2
- ④ 4 ⑤ 5

[수능특강]

상 중 아

51. 자연수 n 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 가 등식

$$(x^n + 2)f'(x) = f(x)$$

를 만족시킬 때, $\frac{f(2)}{f(-1)}$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① -1 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

상 중 아

52. 두 다항함수 f, g 에 대하여 $f \ast g$ 를

$$f \ast g = fg' - f'g$$

라 정의하자. 두 함수 $f(x) = (x+1)^2, g(x) = ax^2 + bx + c$ 에 대하여 $f \ast g = 0$ 이 항상 성립하도록 세 상수 $a, b, c (a \neq 0)$ 의 값을 정할 때, $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab + bc + ca}$ 의 값은?

(단, f', g' 은 각각 함수 f, g 의 도함수이다.)

[고득점 200제]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{6}$
- ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

상 중 아

53. 모든 실수 x 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, $f(2)$ 의 값은?

[고득점 200제]

$$(x+1)f'(x) - 2f(x) + 1 = 0, f(0) = 0$$

- ① -4 ② -2 ③ -1
- ④ 1 ⑤ 2

014

접선과 수직인 직선의 방정식

두 직선이 수직이라면 두 직선의 기울기의 곱은 -1 이다.
 $(a, f(a))$ 에서 접선과 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{f'(a)}$

상 중 하

54. 직선 $y = x + 2$ 와 포물선 $y = x^2$ 의 두 교점을 $A(a, a^2)$,

$B(b, b^2)$ ($a < b$)라 하자. 점 A에서의 접선과 점 B를 지나고 B에서의 접선에 수직인 직선 (B에서의 법선)의 교점을 P라 할 때, 점 P의 x 좌표는?

[수능특강]

- ① $-\frac{22}{7}$ ② $-\frac{23}{7}$ ③ $-\frac{24}{7}$
- ④ $-\frac{25}{7}$ ⑤ $-\frac{26}{7}$

상 중 하

55. 곡선 $y = x^3 + ax^2 + (2a + 1)x + a + 5$ 는 상수 a 의 값에 관계없이 항상 정점 P를 지난다. 이 때, 점 P에서의 접선에 수직이고 점 P를 지나는 직선의 방정식은?

[고득점 200제]

- ① $y = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$ ② $y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$
- ③ $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$ ④ $y = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$
- ⑤ $y = -\frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$

015

접선의 방정식 (곡선위의 한점)

곡선 $y = f(x)$ 위의 한 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은 $f(x) = f'(a)(x - a) + f(a)$

상 중 하

56. 곡선 $y = x^3 - 4x^2 - 7x + 25$ 위의 $x = 4$ 인 점에서의 접선의 y 절편은?

[수능특강]

- ① -43 ② -39 ③ -35
- ④ -31 ⑤ -27

상 중 하

57. 곡선 $y = x^2 - x + 2$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선의 방정식이 $y = 5x - 7$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 5 ② 6 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 11

상 중 하

58. 함수 $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 24$ 의 미분계수가 최소인 점에서의 접선의 y 절편은?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

59. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선과 x 축의 양의 방향이 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - 3f(a-h) + 2f(a)}{h}$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1
- ④ 3 ⑤ 5

[수능특강]

상 중 아

60. 함수 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = mx + n$ 일 때, 다음 중 m 의 값과 같은 것은?

- ① $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{h}$ ② $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \frac{1}{2}\Delta x) - f(a - \frac{1}{2}\Delta x)}{\Delta x}$
- ③ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-h) - f(a)}{h}$ ④ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x^2) - f(a^2)}{x - a}$
- ⑤ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a\{f(x) - f(a)\}}{x^2 - a^2}$

[수능특강]

상 중 아

61. 다음 세 조건을 만족하는 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 위의 점 $(1, h(1))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

(가) $2f(1) + g(1) = 4, f(1) - g(1) = -1$
 (나) $f(-x) = -f(x), g(-x) = g(x)$
 (다) $f'(-1) = 3, g'(-1) = 2$

- ① 18 ② 20 ③ 25
- ④ 32 ⑤ 36

[인티넷수능]

016

접선의 방정식 (기울기)

상 중 아

62. 사차함수 $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 + 4$ 의 그래프 위의 점 (a, b) 에서의 접선의 기울기가 4 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

[인티넷수능]

상 중 아

63. 포물선 $f(x) = 3x^2 + 2\sqrt{2}x + 1$ 위의 두 점 $P(-2, f(-2)), Q(2, f(2))$ 를 지나는 직선을 l_1 이라 하고, l_1 과 평행하고 포물선에 접하는 접선을 l_2 라 할 때, 두 직선 l_1 과 l_2 사이의 거리는?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

[수능특강]

상 중 아

64. 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 기울기가 2 일 때, 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 것은?

[인티넷수능]

- ① $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h^2) - f(1)}{h^2}$ ② $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^3) - f(1)}{x^3 - 1}$
- ③ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1 + \frac{h}{2}) - f(1 - \frac{h}{2})}{h}$ ④ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{2x - 2}$
- ⑤ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-2h)}{h}$

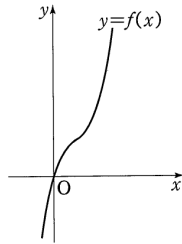
017

접선의 방정식 (곡선 밖의 한점)

상 중 아

65. 오른쪽 그림은 삼차함수

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ 의 그래프이다. 원점을 지나고 곡선 $y = f(x)$ 의 교점 중 원점이 아닌 점들의 x 좌표의 합을 S 라 하자. 이때, $10S$ 의 값을 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 아

66. 직선 $y = x - 2$ 위의 점 P 에서 곡선 $y = x^2$ 에 두 개의 접선을 그어 그 접점을 각각 A, B 라 할 때, 선분 AB 의 중점 M 의 좌표를 (X, Y) 라 하자. 다음 중 X, Y 의 관계식으로 옳은 것은?

[인터넷수능]

- ① $Y = X^2 - X + 1$
- ② $Y = X^2 + X - 2$
- ③ $Y = 2X^2 - X + 2$
- ④ $Y = 2X^2 - X - 1$
- ⑤ $Y = 2X^2 + X - 2$

018

접선이 f(x)와 만나지 않을 조건

상 중 아

67. 곡선 $y = x^3 + 3x^2$ 위의 한 점 P 에서의 접선 l 이 이 곡선과 P 이외의 점에서는 만나지 않을 때, 접선 l 의 x 절편은?

[고득점 200제]

- ① $-\frac{1}{2}$
- ② $-\frac{1}{3}$
- ③ $-\frac{1}{4}$
- ④ $-\frac{1}{5}$
- ⑤ $-\frac{1}{6}$

019

곡선위의 점과 직선 사이의 거리의 최솟값

상 중 아

68. 곡선 $y = x^2$ 위의 점에서 직선 $4x - 4y - 9 = 0$ 까지의 최단 거리는?

[인터넷수능]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ② 1
- ③ $\sqrt{2}$
- ④ $2\sqrt{2}$
- ⑤ 4

020

공통 접선

상 중 아

69. 곡선 $y = x^2$ 위의 점 $(-2, 4)$ 에서의 접선이 곡선 $y = x^3 + ax - 2$ 에 접할 때, 상수 a 의 값은?

- ① -9 ② -7 ③ -5
- ④ -3 ⑤ -1

[인터넷수능]

상 중 아

70. 두 포물선 $y = x^2 + 1$, $y = ax^2 + bx - 2$ ($a \neq 0$, $b > 0$)의 교점에서 각각의 접선이 일치할 때, $a + \frac{b^2}{12}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[수능특강]

상 중 아

71. 직선 $y = ax + b$ 가 두 곡선 $y = x^3$ 과 $y = x^3 - 4$ 에 동시에 접할 때, 두 상수 a , b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

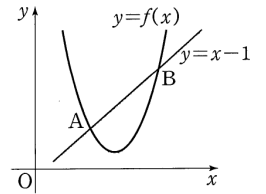
[고득점 200제]

021

교점에서의 접선

상 중 아

72. 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x - 1$ 이 서로 다른 두 점 A, B 에서 만난다. 점 A 에서 곡선 $y = f(x)$ 의 접선의 기울기가 -4 일 때, 점 B 에서 곡선 $y = f(x)$ 의 접선의 기울기는?



- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

[인터넷수능]

상 중 아

73. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 직선 $y = 2x$ 가 서로 다른 세 점 $A(\alpha, f(\alpha))$, $B(\beta, f(\beta))$, $C(\gamma, f(\gamma))$ ($\alpha < \beta < \gamma$)에서 만난다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 세 점 A, B, C 에서의 접선의 기울기가 각각 $14, k, 6$ 일 때, 실수 k 의 값은? (단, $k \neq 2$)

- ① -1 ② -3 ③ -5
- ④ -7 ⑤ -9

[인터넷수능]

022

곡선과 원의 접선

상 중 아

74. 곡선 $y = x^2$ ($x > 0$)과 x 축에 동시에 접하는 원 C 가 있다. 곡선과 원의 접점에서의 접선의 기울기가 2일 때, 원 C 의 반지름의 길이는?

- ① $\frac{5 + \sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{5 - \sqrt{5}}{2}$ ③ 1
- ④ $\frac{5 + \sqrt{5}}{4}$ ⑤ $\frac{5 - \sqrt{5}}{4}$

[인터넷수능]

023

접선의 활용(통합)

상 중 아

75. 다음은 함수 $f(x)$ 와 그 역함수 $g(x)$ 가 미분가능할 때, 곡선 $y = g(x)$ 위의 점에서의 접선의 기울기에 대한 설명이다.

(단, $f'(x) \neq 0, g'(x) \neq 0$)

곡선 $y = g(x)$ 위의 한 점 $P(a, g(a))$ 에 대하여

$$g'(a) = \lim_{t \rightarrow a} \frac{\text{(가)}}{t - a}$$

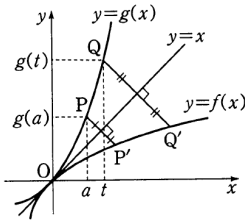
이 때, $Q(t, g(t))$ 라 하면 $f(x)$ 의 역함수가 $g(x)$ 이므로 P 와 Q 의 직선 $y = x$ 에 대한 대칭점 P', Q' 의 좌표는

(나), (다) 이다.

따라서, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 P' 에서의 접선의 기울기는

$$\lim_{g(t) \rightarrow g(a)} \frac{\text{(라)}}{\text{(가)}} \quad \text{그러므로 } g'(a) \text{ 는 곡선 } y = f(x) \text{ 위의 점 } P'$$

에서의 접선의 기울기의 (마) 이다.



위의 설명에서 (가),(나),(다),(라), (마)에 알맞지 않은 것은?

[인터넷수능]

- ① (가) $g(t) - g(a)$ ② (나) $(g(a), a)$ ③ (다) $(g(t), t)$
- ④ (라) $t - a$ ⑤ (마) 2 배

상 중 아

76. 자연수 n 에 대하여 곡선 $f(x) = x^n - x^{n+1}$ 위의 점 $(2, f(2))$

에서의 접선과 y 축과의 교점을 $(0, a_n)$ 이라 할 때, 무한급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{a_n a_{n+1}}$$

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1 ⑤ 2

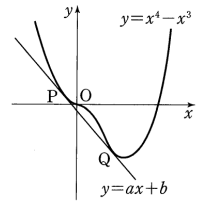
상 중 아

77. 오른쪽 그림과 같이 곡선 $y = x^4 - x^3$

과 직선 $y = ax + b$ 가 서로 다른 두 점 $P(\alpha, \alpha^4 - \alpha^3), Q(\beta, \beta^4 - \beta^3)$ ($\alpha < \beta$)에서 동시에 접할 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{5}$
- ④ $-\frac{1}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{8}$



4. 미분법(1)

024 주어진 구간에서의 함수의 증가, 감소

상 증 아

78. 실수 전체의 집합에서 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 9|x - a| + 1$ 이 증가하기 위한 실수 a 의 값의 범위는?

[수능특강]

- ① $a \leq -1$ ② $-1 \leq a \leq 1$ ③ $1 \leq a \leq 2$
- ④ $2 \leq a \leq 3$ ⑤ $a \geq 3$

상 증 아

79. 함수 $f(x) = x^3 - ax^2 + (a+6)x + 5$ 가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 증가하기 위한 a 의 값의 범위는?

[수능특강]

- ① $-5 \leq a \leq 0$ ② $-4 \leq a \leq 3$ ③ $-3 \leq a \leq 6$
- ④ $-2 \leq a \leq 8$ ⑤ $-1 \leq a \leq 10$

025 함수가 극값을 갖을 조건

상 증 아

80. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 가 $x = 1$ 에서 극댓값을 가질 조건은?

[고득점 200제]

- ① $2a + b + 3 = 0, a < -3$ ② $a + b + 3 = 0, a < -3$
- ③ $2a + b + 3 = 0, a > 3$ ④ $a + b + 3 = 0, a > 3$
- ⑤ $2a + b + 3 = 0, a < 3$

상 증 아

81. 사차함수 $f(x) = x^4 - 4x^3 + 2ax^2 (a \neq 0)$ 에 대하여 $f(x)$ 가 극댓값을 갖기 위한 정수 a 의 최댓값은 $(가)$ 이고, 극값을 하나만 갖도록 하는 정수 a 의 최솟값은 $(나)$ 이다. (가), (나)에 알맞은 것은?

[고득점 200제]

- | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|
| | (가) | (나) | (가) | (나) |
| ① | 1 | 2 | ② | 1 |
| ③ | 2 | 3 | ④ | 2 |
| ⑤ | 3 | 4 | | 4 |

026

함수가 극값을 갖지 않을 조건

상 > 증 > 아

82. 함수 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + ax$ 가 극값을 갖지 않도록 하는 a 의 값의 범위를 구하여라

[수능특강]

상 > 증 > 아

83. 함수 $f(x) = x^3 - ax^2 + ax$ 가 극값을 갖지 않도록 상수 a 의 값을 정할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기를 m 이라 하자. 이때, m 의 최댓값은?

[고득점 200제]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 > 증 > 아

84. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}ax^3 + (b-1)x^2 + (2-a)x + 1$ 이 극값을 갖지 않도록 두 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a+2b$ 의 최댓값은? (단, $a \neq 0$)

[고득점 200제]

- ① $3 + \sqrt{3}$ ② $3 + \sqrt{5}$ ③ $2 + \sqrt{3}$
- ④ $2 + \sqrt{5}$ ⑤ $1 + \sqrt{3}$

027

극대, 극소

상 > 증 > 아

85. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 는 $x = -2$ 에서 극댓값 3을 갖고 $x = 0$ 에서 극솟값을 가질 때, $f(x)$ 의 극솟값은?

[수능특강]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

상 > 증 > 아

86. 함수 $f(x) = |x^4 - 16|$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[수능특강]

- ① $f'(-1) < 0$
- ② $f'(1) > 0$
- ③ $f(x)$ 의 미분계수가 존재하지 않는 x 의 값은 2개뿐이다.
- ④ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 의 값이 존재하지 않는 a 의 값은 2개뿐이다.
- ⑤ $f(x)$ 의 극점은 모두 2개다.

상 > 증 > 아

87. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 는 $x = k, x = -k$ 에서 절댓값이 같은 극값을 갖는다. 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 접선의 기울기의 최솟값이 -2일 때, 세 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

상 중 아

88. 함수 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + a - 1$ ($a > 0$)이 $x = \alpha$, $x = \beta$ 에서 각각 극댓값과 극솟값을 가질 때, 두 점 $(\alpha, f(\alpha))$, $(\beta, f(\beta))$ 를 지나는 직선이 점 $(2, -\frac{3}{2})$ 을 지난다. 이때, 상수 a 의 값은?

[고득점 200제]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

상 중 아

89. 삼차함수 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 다음 세 조건을 만족할 때, 세 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

[고득점 200제]

- (가) $f(x)$ 는 $x = \alpha$, $x = \beta$ 에서 극값을 갖는다.
- (나) 두 점 $A(\alpha, f(\alpha))$, $B(\beta, f(\beta))$ 에 대하여 선분 AB 의 중점은 $(0, 1)$ 이다.
- (다) 극댓값과 극솟값의 차는 $\frac{4}{9}$ 이다.

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

028

극대, 극소의 활용

상 중 아

90. 곡선 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx$ ($a > 0$)가 점 $(1, 3)$ 을 지나고 $f(x)$ 가 극댓값, 극솟값을 갖는 x 의 값의 차가 $\frac{\sqrt{10}}{3}$ 이다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

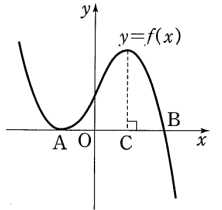
[고득점 200제]

- ① -2 ② -1 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

상 중 아

91. 삼차항의 계수가 -1인 삼차함수

$y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 점 A 에서 x 축에 접하고, 점 B 에서 x 축과 만나고 있다. 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 극댓값을 가질 때, 점 $(a, f(a))$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 C 라 하자. 이때, $\overline{AC} : \overline{BC}$ 의 값은?



[고득점 200제]

- ① 2:1 ② 3:1 ③ 3:2
- ④ 4:1 ⑤ 4:3

상 중 아

92. 함수 $f(x) = 2x^3 - ax$ ($a > 0$)는 a 의 값이 변할 때, $x = \alpha$ 에서 극댓값 $f(\alpha)$ 를 갖는다. 점 $P(\alpha, f(\alpha))$ 에서 직선 $y = -12x - 13$ 까지의 최단거리는?

[고득점 200제]

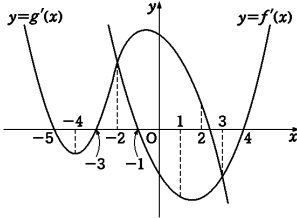
- ① $\frac{\sqrt{145}}{28}$ ② $\frac{\sqrt{145}}{29}$ ③ $\frac{\sqrt{145}}{30}$
- ④ $\frac{\sqrt{145}}{31}$ ⑤ $\frac{\sqrt{145}}{32}$

029

도함수를 이용한 함수의 해석

상 중 아

93. 삼차함수 $f(x)$ 와 사차함수 $g(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 와 $y=g'(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 함수 $F(x)=f(x)-g(x)$ 라 할 때, 다음 중 함수 $F(x)$ 가 감소하는 구간에 있는 x 의 값은?



[수능특강]

- ① -6 ② -4.5 ③ -3.5
- ④ -0.5 ⑤ 3.5

상 중 아

94. 사차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가

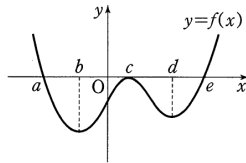
오른쪽 그림과 같을 때, 세 집합

$A = \{x \mid f(x)f'(x) = 0\}$,

$B = \left\{x \mid \frac{f(x)}{f'(x)} = 0\right\}$,

$C = \{x \mid \{f(x)\}^2 + \{f'(x)\}^2 = 0\}$

이라 하자. 이 때, 집합 $(A-B) \cap (A-C)$ 는?



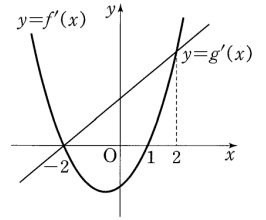
[고득점 200제]

- ① $\{a, c, d\}$ ② $\{b, c, d\}$ ③ $\{b, c, e\}$
- ④ $\{b, d\}$ ⑤ $\{c\}$

상 중 아

95. 오른쪽 그림은 삼차함수

$y=f(x)$ 와 이차함수 $y=g(x)$ 의 도함수의 그래프이다. 이때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[고득점 200제]

[보 기]

- ㄱ. 함수 $y=f(x)$ 는 $x=-2$ 에서 극댓값을 갖는다.
- ㄴ. 함수 $y=f(x)-g(x)$ 는 $x=2$ 에서 극댓값을 갖는다.
- ㄷ. 방정식 $f(x)-f(0)=g(x)-g(0)$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

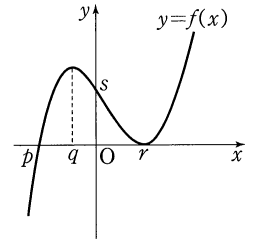
030

극대, 극소 부호결정

상 중 아

96. 삼차함수

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, $|q|<r$)



[고득점 200제]

[보 기]

- ㄱ. $ab < 0$
- ㄴ. $2p+r < 0$
- ㄷ. $3as^2+2bs+c > 0$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 미분법(1)

031 **최대, 최소 (지원)**

상 중 아

97. $xy^2 = 100$, $1 \leq x \leq 10$ 일 때, $(\log x)^2 + (\log y)^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이 때, $\frac{100m}{M}$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

상 중 아

98. 실수 x, y, z 가 $x+y+z=0$, $x^2+y^2+z^2=6$ 을 만족할 때, $x^3+y^3+z^3$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

[고득점 200제]

- ① $-\sqrt{3}+1$ ② $\sqrt{3}+1$ ③ 1
- ④ 0 ⑤ $\frac{1}{2}$

032 **최대, 최소의 활용(넓이)**

상 중 아

99. 포물선 $y = -x^2 + 6x$ 가 있다. 원점 O 를 지나고 기울기가 m ($0 < m < 6$)인 직선이 이 포물선과 만나는 점을 P , 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, 삼각형 POQ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.

[수능특강]

033 **함수의 최대, 최소**

상 중 아

100. 함수 $f(x) = -x^3 + 3x$ 의 구간 $[0, 2]$ 에서의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

034

최대, 최소의 활용(부피)

상 중 아

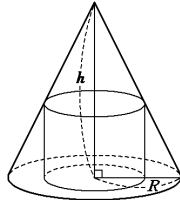
101. 좌표평면에서 x 축 위에 $A(a, 0)$, $B(-a, 0)$, y 축 위에 $C(0, t)$ 가 있고, 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이가 1일 때, 삼각형 ABC 의 넓이의 최댓값은?
(단, $0 < a < 1$, $t > 1$)

[수능특강]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ③ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$
- ④ $\sqrt{3}$
- ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$

상 중 아

102. 밑면의 반지름의 길이가 R 인 직원뿔이 있다. 이 직원뿔에 내접하는 원기둥 중에서 부피가 최대인 것의 밑면의 반지름의 길이를 r 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

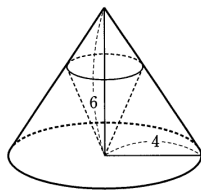


[수능특강]

- ① $r = \frac{2}{3}R$
- ② $r = \frac{3}{4}R$
- ③ $r = \frac{4}{5}R$
- ④ $r = \frac{5}{6}R$
- ⑤ $r = \frac{6}{7}R$

상 중 아

103. 오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4, 높이가 6인 직원뿔 A 에 거꾸로 내접하는 직원뿔 B 가 있다. 이때, 직원뿔 B 의 부피의 최댓값은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. 이때, 서로소인 두 자연수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하시오.



[고득점 200제]

035

통합 유형

상 중 아

104. 어느 의약품을 xmg 복용한 지 1시간 후 인체의 온도 $T(x)^\circ C$ 는

$$T(x) = 36.5 + (x^2 + x)\left(1 - \frac{x}{3}\right)$$

로 주어지며, 복용량 x 에 대한 체온 $T(x)$ 를 이 의약품을 xmg 복용하였을 때의 인체감지도라고 한다. 이 의약품을 $1mg$ 복용하였을 때의 인체감지도는?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{2}{3}$
- ③ 1
- ④ $\frac{4}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{3}$

상 중 아

105. 곡선 $y = x(x-1)(x+2)$ 위의 점 $P_1(x_1, y_1)$ 에서의 접선이 이 곡선과 만나는 P_1 이 아닌 점을 $P_2(x_2, y_2)$ 라 하자. 또, 점 $P_2(x_2, y_2)$ 에서의 접선이 이 곡선과 만나는 P_2 가 아닌 점을 $P_3(x_3, y_3)$ 이라 하자. 이와 같이 곡선 위의 점 $P_n(x_n, y_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)에서의 접선이 이 곡선과 만나는 P_n 이 아닌 점을 $P_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1})$ 이라 하자. $x_1 = 1$ 일 때, 옳은 것만을 보기에 서 있는대로 고른 것은?

[고득점 200제]

[보 기]

- ㄱ. $x_2 = -3$
- ㄴ. $x_{100} + 2x_{99} = 1$
- ㄷ. $x_{99} = \frac{2^{100} - 1}{3}$

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5 미분법(2)



01 미분계수와 항등식의 활용

상 중 아

1. 자연수 n 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 가 등식 $(x^n + 2)f'(x) = f(x)$ 를 만족시킬 때, $\frac{f(2)}{f(-1)}$ 의 값은?
- [고득점 200제]
- ① -1 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

상 중 아

2. 모든 실수 x 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, $f(2)$ 의 값은?
- $$(x+1)f'(x) - 2f(x) + 1 = 0, f(0) = 0$$
- [고득점 200제]
- ① -4 ② -2 ③ -1
 ④ 1 ⑤ 2

02 미분과 다항식의 나눗셈

상 중 아

3. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = 2, f'(1) = -2$ 가 성립할 때, 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나눈 나머지는?
- [고득점 200제]
- ① $-2x - 4$ ② $-2x + 4$ ③ $2x - 4$
 ④ $2x + 4$ ⑤ $2x$

상 중 아

4. 두 다항함수 f, g 에 대하여 $f \ast g$ 를
- $$f \ast g = fg' - f'g$$
- 라 정의하자. 두 함수 $f(x) = (x+1)^2, g(x) = ax^2 + bx + c$ 에 대하여 $f \ast g = 0$ 이 항상 성립하도록 세 상수 $a, b, c (a \neq 0)$ 의 값을 정할 때, $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab + bc + ca}$ 의 값은? (단, f', g' 은 각각 함수 f, g 의 도함수이다.)
- [고득점 200제]
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{6}$
 ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

07

미분율 이용한 계산

상 중 아

9. $f(x) = \sum_{k=1}^n x^k, g(x) = \sum_{k=1}^{n-1} x^k$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f'(1) - g'(1)}{2n}$?

[고득점 200제]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{3}{4}$

08

두 곡선의 공통 접선

상 중 아

10. 직선 $y = ax + b$ 가 두 곡선 $y = x^3$ 과 $y = x^3 - 4$ 에 동시에 접할 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

09

곡선 위의 점에서의 접선의 방정식

상 중 아

11. 곡선 $y = x^3 + ax^2 + (2a+1)x + a + 5$ 는 상수 a 의 값에 관계없이 항상 정점 P 를 지난다. 이 때, 점 P 에서의 접선에 수직이고 점 P 를 지나는 직선의 방정식은?

[고득점 200제]

- ① $y = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$ ② $y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$
- ③ $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$ ④ $y = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$
- ⑤ $y = -\frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$

상 중 아

12. 삼차함수 $f(x) = x(x-1)(ax+1)$ 의 그래프 위의 점 $P(1, 0)$ 을 접점으로 하는 접선을 l 이라 하자. 직선 l 에 수직이고 점 P 를 지나는 직선이 곡선 $y = f(x)$ 와 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 a 의 값의 범위는?

[인터넷수능]

- ① $-1 < a < -\frac{1}{3}$ 또는 $0 < a < 1$
- ② $-\frac{1}{3} < a < 0$ 또는 $0 < a < 1$
- ③ $-1 < a < 0$ 또는 $0 < a < \frac{1}{3}$
- ④ $-1 < a < 0$ 또는 $\frac{1}{3} < a < 1$
- ⑤ $-2 < a < -\frac{1}{3}$ 또는 $\frac{1}{3} < a < 2$

상 중 하

13. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 2ax$ 의 그래프 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 기울기를 m 이라 하자. $f(x)$ 가 극값을 갖지 않을 때, 정수 m 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 21 ② 24 ③ 27
- ④ 30 ⑤ 33

[인터넷수능]

상 중 하

15. 곡선 $y = x(x-1)(x+2)$ 위의 점 $P_1(x_1, y_1)$ 에서의 접선이 이 곡선과 만나는 P_1 이 아닌 점을 $P_2(x_2, y_2)$ 라 하자. 또, 점 $P_2(x_2, y_2)$ 에서의 접선이 이 곡선과 만나는 P_2 가 아닌 점을 $P_3(x_3, y_3)$ 이라 하자. 이와 같이 곡선 위의 점 $P_n(x_n, y_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)에서의 접선이 이 곡선과 만나는 P_n 이 아닌 점을 $P_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1})$ 이라 하자. $x_1 = 1$ 일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 200제]

[보 기]

ㄱ. $x_2 = -3$
 ㄴ. $x_{100} + 2x_{99} = 1$
 ㄷ. $x_{99} = \frac{2^{100} - 1}{3}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

010

곡선과 접선의 교점

상 중 하

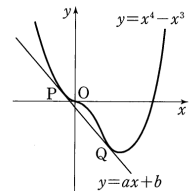
14. 곡선 $y = x^3 + 3x^2$ 위의 한 점 P 에서의 접선 l 이 이 곡선과 P 이외의 점에서는 만나지 않을 때, 접선 l 의 x 절편은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$
- ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

[고득점 200제]

상 중 하

16. 오른쪽 그림과 같이 곡선 $y = x^4 - x^3$ 과 직선 $y = ax + b$ 가 서로 다른 두 점 $P(\alpha, \alpha^4 - \alpha^3), Q(\beta, \beta^4 - \beta^3)$ ($\alpha < \beta$)에 서 동시에 접할 때, $\alpha\beta$ 의 값은?



[고득점 200제]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{5}$
- ④ $-\frac{1}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{8}$

011

함수의 증가 감소

상 중 아

17. 함수 $f(x) = x^3 - 3ax^2 - 9a^2x + 1$ 에 대하여 다음 중 감소상태인 x 의 값은? (단, $a \neq 0$)

- ① $2a$ ② $4a$ ③ $5a$
- ④ $7a$ ⑤ $8a$

[인터넷수능]

012

함수의 최대 최소를 이용한 계산

상 중 아

19. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 의 극댓값을 3, 극솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

[인터넷수능]

상 중 아

18. 임의의 실수 x 에 대하여 정의된 함수

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 \cos\theta + x + 4$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하기 위한 θ 의 값의 범위가 $\alpha \leq \theta \leq \beta$ 일 때, $\sin(\beta - \alpha)$ 의 값은? (단, $0 \leq \theta \leq \pi$)

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

[인터넷수능]

상 중 아

20. 함수 $f(x) = 2x^3 - ax$ ($a > 0$)는 a 의 값이 변할 때, $x = \alpha$ 에서 극댓값 $f(\alpha)$ 를 갖는다. 점 $P(\alpha, f(\alpha))$ 에서 직선 $y = -12x - 13$ 까지의 최단거리는?

- ① $\frac{\sqrt{145}}{28}$ ② $\frac{\sqrt{145}}{29}$ ③ $\frac{\sqrt{145}}{30}$
- ④ $\frac{\sqrt{145}}{31}$ ⑤ $\frac{\sqrt{145}}{32}$

[고득점 200제]

상 중 아

21. 모든 계수가 정수인 삼차함수 $y=f(x)$ 는 다음 조건을 만족한다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다.
- (나) $f(1) = 5$
- (다) $1 < f'(1) < 7$

함수 $y=f(x)$ 의 극댓값은 m 이다. m^2 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

22. 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족할 때, $\frac{f'(5)}{f'(3)}$ 의 값을 구하시오.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극값을 갖는다.
- (나) 함수 $|f(x)-f(1)|$ 은 오직 $x=a$ ($a>2$)에서만 미분가능하지 않다.

[인터넷수능]

013

극값을 가질 조건

상 중 아

23. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 가 $x=1$ 에서 극댓값을 가질 조건은?

[고득점 200제]

- ① $2a+b+3=0, a < -3$
- ② $a+b+3=0, a < -3$
- ③ $2a+b+3=0, a > 3$
- ④ $a+b+3=0, a > 3$
- ⑤ $2a+b+3=0, a < 3$

014

함수의 극대 극소와 접선의 기울기

상 중 아

24. 함수 $f(x) = x^3 - ax^2 + ax$ 가 극값을 갖지 않도록 상수 a 의 값을 정할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기를 m 이라 하자. 이때, m 의 최댓값은?

[고득점 200제]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

25. 삼차함수 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 다음 세 조건을 만족할 때, 세 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

(가) $f(x)$ 는 $x = \alpha, x = \beta$ 에서 극값을 갖는다.
 (나) 두 점 $A(\alpha, f(\alpha)), B(\beta, f(\beta))$ 에 대하여 선분 AB 의 중점은 $(0, 1)$ 이다.
 (다) 극댓값과 극솟값의 차는 $\frac{4}{9}$ 이다.

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

015

극값을 갖지 않을 조건

상 중 아

26. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}ax^3 + (b-1)x^2 + (2-a)x + 1$ 이 극값을 갖지 않도록 두 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a + 2b$ 의 최댓값은? (단, $a \neq 0$)

[고득점 200제]

- ① $3 + \sqrt{3}$ ② $3 + \sqrt{5}$ ③ $2 + \sqrt{3}$
- ④ $2 + \sqrt{5}$ ⑤ $1 + \sqrt{3}$

상 중 아

27. 사차함수 $f(x) = x^4 - 4x^3 + 2ax^2 (a \neq 0)$ 에 대하여 $f(x)$ 가 극댓값을 갖기 위한 정수 a 의 최댓값은 $(가)$ 이고, 극값을 하나만 갖도록 하는 정수 a 의 최솟값은 $(나)$ 이다. (가), (나)에 알맞은 것은?

[고득점 200제]

- | | (가) | (나) | (가) | (나) |
|---|-----|-----|-----|-----|
| ① | 1 | 2 | ② 1 | 3 |
| ② | 2 | 3 | ④ 2 | 4 |
| ③ | 3 | 4 | | |

상 중 아

28. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 $x = \alpha, x = \beta (\alpha < \beta)$ 에서 각각 극댓값과 극솟값을 갖는다. 이때, 방정식 $f(x) = 0$ 의 모든 근의 합을 α, β 로 나타내면?

[인터벡수능]

- ① $\frac{\alpha + \beta}{2}$ ② $\alpha + \beta$ ③ $\frac{3}{2}(\alpha + \beta)$
- ④ $2\alpha + \beta$ ⑤ $\alpha + 2\beta$

016

극값을 가질 조건-나머지 정리

상 중 아

29. 다음은 삼차함수 $f(x)$ 가 $x = \alpha$ 에서 0이 아닌 극값을 가질 때, 삼차식 $g(x) = f(x) - f(\alpha)$ 는 $(x - \alpha)^2$ 으로 나누어 떨어짐을 보인 것이다.

$g(x)$ 를 $(x - \alpha)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $A(x - \alpha) + B$ 라 하면,

$$g(x) = (x - \alpha)^2 Q(x) + A(x - \alpha) + B$$

이고, $g(\alpha) = \boxed{\text{(가)}}$ 이므로 $B = 0$

$$g'(x) = 2(x - \alpha)Q(x) + (x - \alpha)^2 Q'(x) + A \text{ 이고,}$$

$$g'(\alpha) = \boxed{\text{(나)}} \text{ 이므로 } A = 0$$

따라서, $g(x)$ 는 $(x - \alpha)^2$ 으로 나누어떨어진다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례대로 적은 것은?

[인터벡수능]

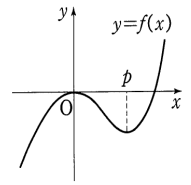
- ① 0, 0 ② $f(\alpha), 0$ ③ 0, $f(\alpha)$
- ④ $\alpha, 0$ ⑤ 0, α

017

함수의 그래프와 극대 극소

상 중 아

30. 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[인터벡수능]

[보기]

- ㉠. $a > 0$ ㉡. $b < 0$ ㉢. $c > 0$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

상 중 아

31. 사차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가

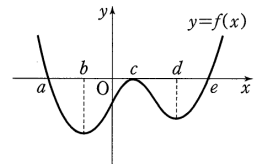
오른쪽 그림과 같을 때, 세 집합

$$A = \{x \mid f(x)f'(x) = 0\},$$

$$B = \left\{x \mid \frac{f(x)}{f'(x)} = 0\right\},$$

$$C = \{x \mid \{f(x)\}^2 + \{f'(x)\}^2 = 0\}$$

이라 하자. 이 때, 집합 $(A - B) \cap (A - C)$ 는?

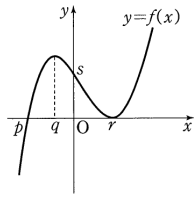


[고득점 200제]

- ① $\{a, c, d\}$ ② $\{b, c, d\}$ ③ $\{b, c, e\}$
- ④ $\{b, d\}$ ⑤ $\{c\}$

상 증 아

32. 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, $|q| < r$)



[고득점 200제]

[보기]

- ㄱ. $ab < 0$
- ㄴ. $2p + r < 0$
- ㄷ. $3as^2 + 2bs + c > 0$

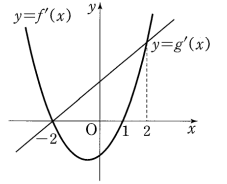
- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

018

$f'(x)$ 의 그래프를 이용한 $f(x)$ 의 해석

상 증 아

33. 오른쪽 그림은 삼차함수 $y = f(x)$ 와 이차함수 $y = g(x)$ 의 도함수의 그래프이다. 이때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[고득점 200제]

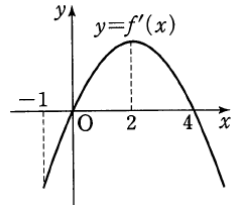
[보기]

- ㄱ. 함수 $y = f(x)$ 는 $x = -2$ 에서 극댓값을 갖는다.
- ㄴ. 함수 $y = f(x) - g(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극댓값을 갖는다.
- ㄷ. 방정식 $f(x) - f(0) = g(x) - g(0)$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

34. 삼차함수 $y = f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



[보기]

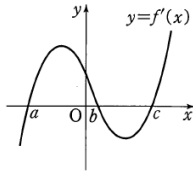
- ㄱ. $f(0) = 0$ 이면 $f(4) = 0$
- ㄴ. 함수 $y = f(x)$ 의 $x = -1$ 에서의 접선의 기울기가 -5 이면 $x = 2$ 에서의 접선의 기울기는 4 이다.
- ㄷ. $x > 0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 최댓값은 같다.

[인터넷수능]

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

35. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같고, $f(a)=0, f(b)=3, f(c)=-2$ 일 때, 방정식 $f(x)+1=0$ 의 실근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

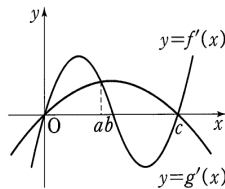


[인터넷수능]

- ① 서로 다른 두 양근을 갖는다.
- ② 서로 다른 두 음근을 갖는다.
- ③ 양근 한 개와 음근 한 개를 갖는다.
- ④ 서로 다른 두 양근과 음근 한 개를 갖는다.
- ⑤ 서로 다른 두 음근과 양근 한 개를 갖는다.

상 중 하

36. 오른쪽 그림은 사차함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프와 삼차함수 $y=g(x)$ 의 도함수 $y=g'(x)$ 의 그래프이다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[인터넷수능]

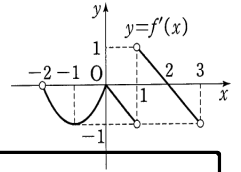
[보 기]

- ㄱ. $a < x < b$ 에서 $y=f(x)-g(x)$ 는 증가한다.
- ㄴ. $y=f(x)-g(x)$ 는 $x=a$ 에서 극댓값을 갖는다.
- ㄷ. $h(x)=f'(x)-g'(x)$ 라 할 때, 방정식 $h'(x)=0$ 은 서로 다른 부호의 두 실근을 갖는다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

37. $-2 < x < 3$ 에서 연속인 함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[보 기]

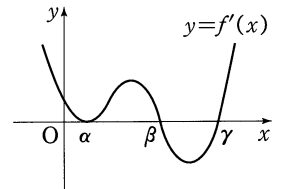
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = 1$
- ㄴ. 구간 $[0, 2]$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 존재하지 않는다.
- ㄷ. 구간 $(-2, 3)$ 에서 $f(x)$ 는 2개의 극값을 갖는다.

[인터넷수능]

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

38. 오른쪽 그림은 5차 함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프이다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 두 개의 극값을 갖는다.
- ㄴ. $f(\gamma) = 0$ 이면 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ㄷ. 방정식 $f(x)-k=0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 모든 k 의 값의 곱이 양수이면 방정식 $f(x)=0$ 은 한 개의 실근을 갖는다.

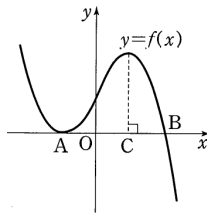
- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

020

절선와 크값의 용용

상 중 아

39. 삼차항의 계수가 -1 인 삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 점 A 에서 x 축에 접하고, 점 B 에서 x 축과 만나고 있다. 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극댓값을 가질 때, 점 $(a, f(a))$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 C 라 하자. 이때, $\overline{AC} : \overline{BC}$ 의 값은?
중

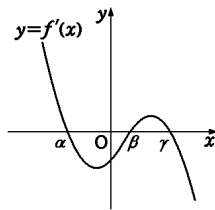


[고득점 200제]

- ① 2 : 1 ② 3 : 1 ③ 3 : 2
- ④ 4 : 1 ⑤ 4 : 3

상 중 아

40. 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $y=f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다.
 $f'(\alpha)=0, f'(\beta)=0, f'(\gamma)=0,$
 $f(\alpha)=4, f(\beta)=-4,$
 $f(\gamma)=-1, f(0)=-3$
일 때, 방정식 $|f(x)|-3=0$ 의 실근의 개수는? 중



[수능특강]

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

021

다항함수의 크값을 이용한 문제

상 중 아

41. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x+k$ 의 그래프가 직선 $y=3$ 과 접할 때, 양수 k 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 10 ② 15 ③ 20
- ④ 25 ⑤ 30

상 중 아

42. 원점을 지나는 사차함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극값을 갖고 그 그래프가 y 축에 대하여 대칭일 때, 이 그래프가 x 축과의 교점의 x 좌표 중에서 양수인 것은?

[인터넷수능]

- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$
- ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

022

극값이 주어졌을 때 미정계수 결정

상 중 아

43. 함수 $f(x) = ax^3 + bx^2 + (a^2 - 40)x$ 가 $x = 2$ 에서 극소이고 $x = 3$ 에서 극대일 때, $|ab|$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 15 ② 18 ③ 24
- ④ 27 ⑤ 30

상 중 아

44. 함수 $f(x) = x^3 - 12x$ 가 $x = a$ 에서 극댓값 b 를 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하십시오.

[인터넷수능]

상 중 아

45. 함수 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + a - 1$ ($a > 0$) 이 $x = \alpha$, $x = \beta$ 에서 각각 극댓값과 극솟값을 가질 때, 두 점 $(\alpha, f(\alpha))$, $(\beta, f(\beta))$ 를 지나는 직선이 점 $(2, -\frac{3}{2})$ 을 지난다. 이때, 상수 a 의 값은?

[고득점 200제]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

상 중 아

46. 함수 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 4$ 는 두 점 A, B 에서 각각 극댓값과 극솟값을 갖는다. 삼각형 AOB 의 넓이가 2일 때, 양수 a 의 값은? (단, O 는 원점)

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

상 중 아

47. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 는 $x = k$, $x = -k$ 에서 절댓값이 같은 극값을 갖는다. 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 접선의 기울기의 최솟값이 -2 일 때, 세 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

상 중 아

48. 사차함수 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}ax^3 + \frac{1}{2}bx^2 + 2x$ 에 대하여

$f'(-2) = 0, f'(c) = 0$ 이고, $f(x)$ 는 $x = -2$ 에서 극값을 갖지만 $x = c$ 에서 극값을 갖지 않는다. 이때, $a + b + c$ 의 값은? (단, $c > 0$)

[인터넷수능]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

상 증 아

49. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 $x=1, x=3$ 에서 각각 극댓값과 극솟값을 갖는다. 방정식 $f(x)=0$ 의 세 실근을 α, β, γ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값은?

- ① 18 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 42

[인터넷수능]

상 증 아

50. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

- (가) $f(a)=f(b)=0$
 (나) $f'(a)=f'(b)=0$

이때, 함수 $f(x)$ 가 극댓값을 갖는 점의 x 좌표는? (단, $a < b$)

- ① $2a$ ② $2b$ ③ $\frac{a+b}{2}$
 ④ $\frac{a+2b}{3}$ ⑤ $\frac{2a+b}{3}$

[인터넷수능]

024

함수의 극값을 이용한 도형의 넓이

상 증 아

51. 함수 $f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \left(x + \frac{3}{2}\right)^2$ 은 $x=a$ 에서 극댓값 $f(a)$ 를 갖고, $x=b$ 와 $x=c$ 에서 극솟값 $f(b), f(c)$ 를 각각 갖는다. 세 점 $A(a, f(a)), B(b, f(b)), C(c, f(c))$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 넓이가 S 일 때, $32S$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 증 아

52. 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 와 이차함수

$g(x) = ax^2 + bx + c$ 에 대하여 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단 $a > 0$)

[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $y=f(x)$ 의 그래프가 원점에 대하여 대칭이면 $g'(1) < g'(2)$ 이다.
 ㄴ. $f(x)$ 가 극값을 갖지 않으면 $y=g(x)$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않는다.
 ㄷ. $f(x)$ 가 $x=-5$ 와 $x=1$ 에서 극값을 가지면 $g(x)$ 는 $x=-3$ 에서 극값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

025

함수의 극대 극소값의 차

상 > 중 > 아

53. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식 $f(x)=0$ 은 세 실근 α, β, γ 를 갖고 이들은 이 순서대로 공차가 3인 등차수열을 이룬다. 이때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 차는?

[인터넷수능]

- ① $10\sqrt{2}$ ② $10\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{2}$
- ④ $12\sqrt{3}$ ⑤ $14\sqrt{2}$

상 > 중 > 아

54. 곡선 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx (a > 0)$ 가 점 $(1, 3)$ 을 지나고 $f(x)$ 가 극댓값, 극솟값을 갖는 x 의 값의 차가 $\frac{\sqrt{10}}{3}$ 이다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

[고득점 200제]

- ① -2 ② -1 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

상 > 중 > 아

55. 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 는 $x = \alpha, x = \beta (\alpha < \beta)$ 에서 극값을 갖는다고 한다. $\alpha < 2$ 이고, $f(\alpha) = f(2)$ 일 때, $3\beta - \alpha$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

[인터넷수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

026

함수의 극값을 이용한 최대 최소

상 > 중 > 아

56. 함수 $f(x) = \log_9(5-x) + \log_3(x+4)$ 의 최댓값은?

[인터넷수능]

- ① $1 + \log_3 2$ ② $1 + \log_3 4$ ③ $\frac{3}{2} + \log_3 2$
- ④ $\frac{3}{2} + \log_3 4$ ⑤ $2 + \log_3 2$

상 > 중 > 아

57. $xy^2 = 100, 1 \leq x \leq 10$ 일 때, $(\log x)^2 + (\log y)^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이 때, $\frac{100m}{M}$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

상 > 중 > 아

58. 미분가능한 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프는 $x = a, x = b, x = c$ 에서 만나고 $x = d$ 에서 함수 $f(x) - g(x)$ 의 값이 최대가 된다. 다음 중 항상 옳은 것은? (단 $b < d < c$)

[인터넷수능]

- ① $f(a) = f(b) = f(c)$ ② $g'(a) = g'(b) = g'(c)$
- ③ $f'(a) = g'(b)$ ④ $f'(c) = g'(c)$
- ⑤ $f'(d) = g'(d)$

상 중 하

59. 실수 x, y, z 가 $x+y+z=0, x^2+y^2+z^2=6$ 을 만족할 때, $x^3+y^3+z^3$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

[고득점 200제]

- ① $-\sqrt{3}+1$ ② $\sqrt{3}+1$ ③ 1
- ④ 0 ⑤ $\frac{1}{2}$

027

함수의 극값을 이용한 최대 최소의 활용-길이

상 중 하

60. 스포츠 음료수를 만드는 A 회사에서는 넓이가 $54\pi\text{cm}^2$ 인 철판을 가지고 원기둥 모양의 캔을 만들었다. 음료수를 가장 많이 담을 수 있는 캔의 높이는?

[수능특강]

- ① 4cm ② 6cm ③ 8cm
- ④ 10cm ⑤ 12cm

028

함수의 극값을 이용한 최대 최소의 활용-넓이

상 중 하

61. 시약 A를 실험주에게 투여하여 실험쥐의 혈압의 변화를 연구하고 있다. 시약의 투여량이 $p\text{ mL}$ 일때, 실험쥐의 혈압을 $F\text{ mmHg}$ 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$F = p^2(4 - \frac{2p}{3}) + c \quad (c \text{는 상수})$$

이 시약의 투여량에 대한 혈압의 변화율이 가장 큰 순간 더 이상의 투여를 중단하려고 한다면, 이때의 투여량은?

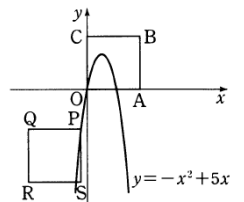
[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{2}\text{ mL}$ ② 1 mL ③ $\frac{3}{2}\text{ mL}$
- ④ 2 mL ⑤ $\frac{5}{2}\text{ mL}$

상 중 하

62. 그림과 같이 좌표평면 위에 네 점

$O(0, 0), A(8, 0), B(8, 8), C(0, 8)$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형 $OABC$ 와 한 변의 길이가 8이고, 네 변이 좌표축과 평행한 정사각형 $PQRS$ 가 있다. 점 P 가 점 $(-1, -6)$ 에서 출발하여 포물선 $y = -x^2 + 5x$ 를 따라 움직이도록 정사각형 $PQRS$ 를 평행이동시킨다. 평행이동시킨 정사각형과 정사각

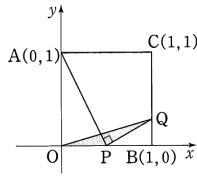


형 $OABC$ 가 겹치는 부분의 넓이의 최댓값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[인터넷수능]

상 증 하

63. 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 세 점 $A(0, 1)$, $B(1, 0)$, $C(1, 1)$ 과 선분 OB 위를 움직이는 점 P 가 있다. 점 P 를 지나고 선분 AP 와 수직인 직선이 선분 BC 와 만나는 점을 Q 라 할 때, 삼각형 OPQ 의 넓이의 최댓값은?

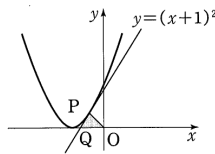


[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{2}{27}$ ③ $\frac{1}{9}$
- ④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{5}{27}$

상 증 하

64. 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $f(x) = (x+1)^2$ 의 그래프 위를 움직이는 점 $P(t, f(t))$ ($-1 < t < 1$) 에서의 접선과 x 축이 만나는 점을 Q 라 하자. 삼각형 POQ 의 넓이가 최대일 때의 실수 t 의 값은?

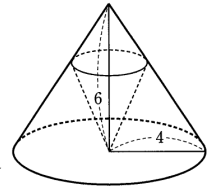


[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{2}{27}$ ③ $\frac{1}{9}$
- ④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{5}{27}$

상 증 하

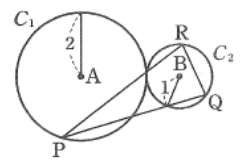
65. 오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4, 높이가 6인 직원뿔 A 에 거꾸로 내접하는 직원뿔 B 가 있다. 이때, 직원뿔 B 의 부피의 최댓값은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. 이때, 서로소인 두 자연수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하시오.



[고득점 200제]

상 증 하

66. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고, 중심이 A 인 원 C_1 과 반지름의 길이가 1이고 중심이 B 인 원 C_2 가 외접하고 있다. 원 C_1 의 둘레 위의 점 P 와 원 C_2 의 둘레 위의 두 점 Q, R 가 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 인 이등변 삼각형 PQR 를 만들며 움직인다. 이등변삼각형 PQR 의 넓이가 최대일 때, 변 QR 에서 점 B 까지의 거리는? 상



[인터넷수능]

- ① $\frac{-3 + \sqrt{19}}{4}$ ② $\frac{-3 + \sqrt{21}}{4}$ ③ $\frac{-5 + \sqrt{33}}{4}$
- ④ $\frac{-5 + \sqrt{35}}{4}$ ⑤ $\frac{-7 + \sqrt{53}}{4}$

029

함수의 크기를 이용한 최대 최소의 활용-부피

상 중 아

67. $f(x) = x^2$ 이 있다. $0 < t < \frac{1}{2}$ 을 만족하는 t 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 네 점 $A\left(-\frac{1}{2}, \left(-\frac{1}{2}\right)^2\right)$, $B(-t, f(-t))$, $C(t, f(t))$, $D\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ 을 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD 의 넓이의 최댓값은?

[수능특강]

- ① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{5}{27}$ ③ $\frac{7}{27}$
- ④ $\frac{8}{27}$ ⑤ $\frac{10}{27}$

030

방정식의 실근의 개수

상 중 아

68. 사차방정식 $x^4 - 4x^3 + 1 = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는?

[수능특강]

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

상 중 아

69. $f_0(x) = 1$ 이고 $f_n(x) = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) \cdot n} x^2 + f_{n-1}(x)$ 로 주어진 x 의 함수 $f_n(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, n 은 자연수이다.)

[보기]

- ㄱ. $f_n'(x) = f_{n-1}(x)$
- ㄴ. 방정식 $f_3(x) = 0$ 은 양의 실근 한 개를 갖는다.
- ㄷ. 방정식 $f_4(x) = 0$ 은 실근을 갖지 않는다.

[고득점 200제]

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

031

방정식이 실근을 가질 조건

상 중 아

70. 방정식 $(\log_3 x)^3 - 2\log_3 x^3 - 3^{\log_3 a} = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 가지도록 하는 자연수 a 의 개수는?

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

[수능특강]

상 중 아

71. 두 곡선 $y = x^3 - 4x^2 + 6x$ 와 $y = 2x^2 - 3x + a$ 의 교점이 2 개 이상이 되는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha \leq a \leq \beta$ 일 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

72. 두 함수 $y = \frac{16}{x}$, $y = -x^2 + a$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 양수 a 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

[인터넷수능]

상 중 아

73. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 두 집합 A, B 를 $A = \{x | f(x) = 0\}$, $B = \{x | f'(x) = 0\}$ 이라고 할 때, 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다) 중

[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. $n(A) = 1$ 이면 $n(B) = 1$ 이다 .
 ㄴ. $n(A) = 2$ 이면 $n(A \cap B) = 1$ 이다 .
 ㄷ. $n(A \cup B) = 3$ 이면 $n(A \cap B) = 1$ 이다 .

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

032

방정식에서의 실근의 부호에 대한 조건

상 > 중 > 아

74. 삼차방정식 $x^3 - 3x + 2 - k = 0$ 이 양의 근 한 개와 두 허근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는? 중

[수능특강]

- ① $k < 0$ ② $k < 2$ ③ $k > 0$
- ④ $0 < k < 4$ ⑤ $k > 4$

033

다항방정식의 근의 판별

상 > 중 > 아

75. x 에 대한 삼차방정식 $2x^3 - 3x^2 - 12x - p = 0$ 이 서로 다른 세 실근 α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$) 를 가질 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

- ㄱ. $-20 < p < 7$ ㄴ. $-1 < \beta < 2$
- ㄷ. $\gamma < 4$

[고득점 200제]

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 > 중 > 아

76. 방정식 $x^3 - 2x^2 - 4x + a = 0$ 이 한 개의 양의 실근과 두 개의 허근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $a < -\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m+n$ 의 값은? (단, m 과 n 은 서로소인 자연수이다.)

[인티넷수능]

- ① 61 ② 63 ③ 65
- ④ 67 ⑤ 69

상 > 중 > 아

77. 방정식 $x^3 - 4x + a = 0$ ($a > 0$) 이 서로 다른 세 실근 α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$) 를 가질 때, 다음 중 $|\alpha|, |\beta|, |\gamma|$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

[수능특강]

- ① $|\alpha| < |\beta| < |\gamma|$ ② $|\alpha| < |\gamma| < |\beta|$
- ③ $|\beta| < |\alpha| < |\gamma|$ ④ $|\beta| < |\gamma| < |\alpha|$
- ⑤ $|\gamma| < |\beta| < |\alpha|$

034

방정식에서의 접선의 기수에 따른 조건

상 > 증 > 아

78. 점 A(4, a)에서 곡선 $y = x^3$ 에 세 개의 접선을 그을 수 있도록 하는 상수 a의 값의 범위는?

[수능특강]

- ① $a < 0$ ② $a > 64$ ③ $0 < a < 32$
- ④ $32 < a < 64$ ⑤ $0 < a < 64$

035

α의 범위가 주어졌을 때의 미정계수의 범위

상 > 증 > 아

79. 삼차방정식 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 가장 큰 해를 α라 할 때, α의 값의 범위는 $n < α < n + 1$ (n은 정수)이라 한다. 이때, n의 값은?

[수능특강]하

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

상 > 증 > 아

80. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$f'(x) = 0$ 이 서로 다른 세 실근 α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$)를 갖고, $f(\alpha)f(\beta)f(\gamma) < 0$ 이다.

다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x = \beta$ 에서 극댓값을 갖는다.
 ㄴ. 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄷ. $f(\alpha) > 0$ 이면 방정식 $f(x) = 0$ 은 β 보다 작은 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

81. 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(0) = g(0)$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > g'(x)$ 가 항상 성립할 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은? **중**

[보기]

- ㄱ. $f(1) > g(1)$
- ㄴ. $x > 0$ 이면 $\frac{f(x) - g(x)}{x} > 0$ 이다.
- ㄷ. 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 실근은 적어도 2개 존재한다

[인터넷수능]

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

036

모든 실수상에서 부등식이 성립할 조건

상 증 아

82. $x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x(x-3a)^2 - 4 \geq 0$ 이 성립하도록 하는 실수 a 의 최댓값은?

[수능특강]

- ① $-\frac{7}{3}$
- ② $-\frac{5}{3}$
- ③ $-\frac{4}{3}$
- ④ $-\frac{2}{3}$
- ⑤ $-\frac{1}{3}$

상 증 아

83. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$\frac{1}{4}x^4 - 8k^3x + 192 \geq 0$$

이 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

[수능특강]

- ① $-1 \leq k \leq 1$
- ② $-\sqrt{2} \leq k \leq \sqrt{2}$
- ③ $-2 \leq k \leq 2$
- ④ $-\sqrt{5} \leq k \leq \sqrt{5}$
- ⑤ $-3 \leq k \leq 3$

상 중 아

84. 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 부등식 $3a^4 - 4a^3 > -b^2 + 6b + k$ 가 성립하도록 하는 정수 k 의 최댓값은?

- ① -13 ② -11 ③ -9
- ④ -7 ⑤ -5

[인터넷수능]

상 중 아

85. 삼차방정식 $x^3 - 9x - a = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 가질 때, 이 방정식이 적어도 하나의 정수해를 가지게 되는 모든 a 의 절댓값의 합을 구하여라.

[수능특강]

037

특정한 조건에서 부등식이 성립할 조건

상 중 아

86. 두 함수 $f(x) = 4x^3 - x^2 - x$, $g(x) = 2x^2 + 5x + a$ 에 대하여 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 부등식 $f(x) \geq g(x)$ 가 성립하도록 하는 실수 a 의 최댓값은?

- ① -36 ② -32 ③ -28
- ④ -24 ⑤ -20

[수능특강]

상 중 아

87. $x \geq -4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 항상 부등식 $x^3 + k \geq x^2 - 3x$ 가 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 구하여라.

[수능특강]

상 증 아

88. 두 함수 $f(x) = 5x^3 - 10x^2 + k$, $g(x) = 5x^2 + 2$ 가 있다.
 $\{x \mid 0 < x < 3\}$ 에서 부등식 $f(x) \geq g(x)$ 가 성립하도록 하는 상수 k 의 최솟값을 구하시오.

[인터벡수능]

상 증 아

89. 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 가 다음 세 조건을 만족할 때, $a - b - c + d$ 의 값을 구하여라.

- (가) $f(x) = x^3 f\left(\frac{1}{x}\right)$ (단, $x \neq 0$)
- (나) 방정식 $f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 를 갖는다.
- (다) $\alpha \leq x \leq \beta$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값은 32이다.

[수능특강]

038

속도 가속도와 운동방향

상 증 아

90. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 t 에서의 좌표가 각각

$$t^4 - 12t^3 + 48t^2, mt$$

이다. P와 Q의 속도가 같게 되는 때가 3회 있기 위한 상수 m 의 값의 범위는?

[수능특강]

- ① $0 < m < 16$
- ② $0 < m < 24$
- ③ $16 < m < 32$
- ④ $32 < m < 64$
- ⑤ $64 < m < 80$

상 증 아

91. 수직선 위를 움직이는 두 점 A, B의 시간 t 에서의 좌표가 각각

$$t^2 + 8t - 1, 2t^2 - 4t + 1$$

일 때, 점 B의 속도가 점 A의 속도보다 크거나 같게 되는 시각은 몇 초 후부터인가?

[수능특강]

- ① 2초 후
- ② 4초 후
- ③ 6초 후
- ④ 8초 후
- ⑤ 10초 후

상 중 아

92. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x(t)는 $x(t) = -t^3 + 2kt^2 - k^2t + a$ 이다. 점 P가 $t = \frac{1}{3}$ 일 때, 첫 번째로 운동 방향을 바꾸고, 두 번째로 운동 방향을 바꿀 때의 위치가 5일 때, 상수 a의 값은? (단, $k > 0$)

- ① -2 ② 0 ③ 3
- ④ 5 ⑤ 7

[인터넷수능]

039

조건이 주어졌을 때 속도를 구하는 유형

상 중 아

93. 곡선 $y = x^2$ 의 $x > 0$ 인 부분을 움직이는 점 P에서의 접선과 x 축과의 교점을 Q라 하자. 시각 t에서의 동점 P의 x 좌표가 $10t^2 + 8t$ 일 때, t = 10인 순간의 점 Q가 x 축 위를 움직이는 속도를 구하여라.

[수능특강]

040

조건이 주어졌을 때 가속도를 구하는 유형

상 중 아

94. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 좌표가

$$x = 2t^3 - 6t^2 + 15 \quad (t \geq 0)$$

일 때, 속도가 18인 순간의 가속도를 구하여라.

[수능특강]

041

조건이 주어졌을 때 움직인 거리를 구하는 유형

상 중 아

95. 어떤 기차가 제동을 건 후 t 초 동안 간 거리를 s 라 하면 $s = 48t - 2t^2$ (m)인 관계가 있다고 한다. 이때, 제동을 건 후 정지할 때까지 움직인 거리는?

- ① 252m ② 264m ③ 276m
- ④ 288m ⑤ 300m

[수능특강]

상 중 아

96. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 t 일 때의 위치는 각각 $P(t) = \frac{1}{3}t^3 + 4t - \frac{2}{3}$, $Q(t) = 2t^2 - 10$ 이다.
두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

97. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 t 에서의 좌표가 각각 $t^2(t^2 - 8t + 18)$, mt 이다. 출발한 후 점 P, Q의 속도가 같게 되는 때가 3회 있기 위한 정수 m 의 개수는?
중

- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 15

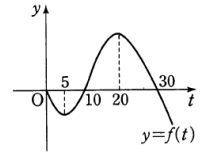
[인터넷수능]

042

속도 가속도 그래프의 해석

상 중 아

98. 오른쪽 그림과 같이 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 위치 $y = f(t)$ 의 그래프는 삼차함수이다.
 $t = 5$ 일 때 극소이고, $t = 20$ 일 때 극대일 때, 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단 $0 \leq t \leq 30$)



[보 기]

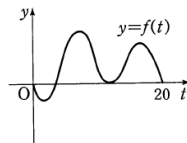
- ㄱ. $t = 5$ 일 때, 점 P는 처음 멈춘다.
- ㄴ. 점 P는 출발 후 방향을 한 번 바꾼다.
- ㄷ. $t > 20$ 일 때의 속도는 양수이다.

[인터넷수능]

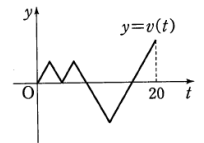
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

99. 수직선 위를 움직이는 두 물체 A, B에 대하여 시간 t 에서 A의 위치를 $f(t)$, B의 속도를 $v(t)$ 라 할 때, 두 함수 $y = f(t)$, $y = v(t)$ 의 그래프가 각각 [그림1], [그림2]와 같다. 두 물체 A와 B의 운동방향이 각각 x 번, y 번 바뀔 때, $x+y$ 의 값은?
(단, $0 \leq t \leq 20$)



[그림 1]



[그림 2]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

[인터넷수능]

043

시각에 대한 변화율

상 중 아

100. 밑면의 반지름의 길이가 20cm , 높이가 5cm 인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 반지름의 길이가 매초 2mm 씩 감소하고 높이가 매초 5mm 씩 증가할 때, 10초 후의 부피의 변화율은?

[인티넷수능]

- ① $30\pi\text{cm}^3/\text{초}$ ② $60\pi\text{cm}^3/\text{초}$ ③ $90\pi\text{cm}^3/\text{초}$
- ④ $120\pi\text{cm}^3/\text{초}$ ⑤ $150\pi\text{cm}^3/\text{초}$

상 중 아

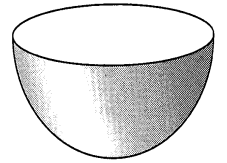
101. 가로와 세로의 길이가 각각 9cm , 4cm 인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 가로와 세로의 길이가 각각 매초 0.2cm , 0.3cm 씩 늘어난다고 할 때, 이 직사각형의 정사각형이 되는 순간의 넓이의 변화율은 몇 $\text{cm}^2/\text{초}$ 인가?

[인티넷수능]

- ① 9.5 ② 10 ③ 10.5 ④ 11 ⑤ 11.5

상 중 아

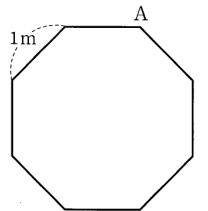
102. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 20cm 인 반구 모양의 빈 용기에 수면의 상승속도를 $1\text{cm}/\text{초}$ 로 유지하면서 물을 넣으려고 한다. 물을 넣기 시작한 지 10초가 되는 순간 수면의 넓이의 변화율은 $a\pi\text{cm}^2/\text{초}$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.



[인티넷수능]

상 중 아

103. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 1m 인 정팔각형이 있다. 두 동점 P , Q 가 동시에 점 A 를 출발하여 정팔각형의 변을 따라 시계방향으로 움직였다. 출발 후 시각 t 분일 때의 P , Q 의 속도가 각각 $9(t^2 + t + 4)\text{m}/\text{분}$, $3(2t^2 + 11t)\text{m}/\text{분}$ 이다. 출발 후 10분 동안 P , Q 가 만나는 횟수는? (단, 출발순간은 제외한다.)



[고득점 200제]

- ① 28 ② 27 ③ 26
- ④ 25 ⑤ 24

여러가지 미분법 (1)

01 도함수의 정의 ■ 이용한 극한값 계산

함수 $y = f(x)$ 와 상수 a, k 에 대하여

$$\textcircled{1} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+kh) - f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+kh) - f(a)}{kh} \cdot k = kf'(a)$$

상 > 증 > 하

1. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\frac{1}{8}+h} - \sqrt[3]{\frac{1}{8}}}{h}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

[인터넷 수능]

02 몫의 미분법

함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 미분가능하고 $g(x) \neq 0$ 일 때,

$$y = \frac{f(x)}{g(x)} \quad (g(x) \neq 0) \Rightarrow y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$$

특히, $y = \frac{1}{g(x)} \quad (g(x) \neq 0) \Rightarrow y' = \frac{-g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

주관식

상 > 증 > 하

2. 함수 $f(x) = \frac{3x-4}{1+x^2}$ 에 대하여 $f'(-1)$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 > 증 > 하

3. 함수 $f(x) = \frac{ax}{2x-1}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = 6$,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

4. 미분가능한 함수 $g(x)$ 에 대하여 $f(x) = \frac{x}{g(x)-1}$ 이고,
 $f'(1) = -\frac{1}{2}$, $g'(1) = 0$ 일 때, $g(1)$ 의 값은? (단, $g(x) \neq 1$)

[인터넷 수능]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

상 증 하

5. 함수 $f(x) = \frac{2x-3}{x^2-1}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2+3x) - f(2-6x)}{x}$ 의
 값은?

[인터넷 수능]

- ① -4 ② -2 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 4

상 증 하

6. 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $F(x)$ 를 $F(x) = \frac{x}{f(x)-3}$ 로
 정의하자. $F'(0) = 1$ 일 때, $f(0)$ 의 값은? (단, $f(x) \neq 3$)

[인터넷 수능]

- ① 5 ② 4 ③ 3
- ④ 2 ⑤ 1

상 증 하

7. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & (x < 1) \\ ax+b & (x \geq 1) \end{cases}$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하도록

두 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 8

상 중 하

13. 함수 $f(x) = (x + \sqrt{1+x^2})^{10}$ 에 대하여 $\frac{f'(1)}{f(1)}$ 의 값은?
 [인터넷 수능]
 ① $\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

상 중 하

14. $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h}$ 의 값은?
 [인터넷 수능]
 ① -1 ② -2 ③ -3
 ④ 1 ⑤ 2

상 중 하

15. 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f'(3) = 4$, $g(1) = 3$ 이고, $y = f(g(x))$ 의 $x = 1$ 에서의 미분계수가 -8일 때, $g'(1)$ 의 값은?
 [인터넷 수능]
 ① -3 ② -2 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 3

주관식

상 중 하

16. 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $f(1) = -1, g(1) = 1, f'(1) = 4, g'(1) = 3$ 을 만족한다. 이 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(g(x)) + 1}{x - 1}$ 의 값을 구하시오.
 [인터넷 수능]

상 중 하

17. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ 에 대하여 $g(x) = f(3x - 1)$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은?
 [인터넷 수능]
 ① 6 ② 8 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 14

상 중 하

18. 함수 $f(x) = 2\sin x + \cos x$ 와 모든 실수 x 에서 미분가능한 두 함수 $g(x), h(x)$ 의 합성함수 $p(x) = (h \circ g \circ f)(x)$ 에 대하여 $x = 0$ 에서의 $p(x)$ 의 미분계수 $p'(0)$ 이 $p'(0) = 12$ 라고 할 때, $h'(g(1))g'(1)$ 의 값을 구하시오.
 [인터넷 수능]

상 증 하

19. $f(x) = \sqrt[3]{\frac{(x+1)^2}{x^2+1}}$ 에 대하여 $f'(x) > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

[인터넷 수능]

상 증 하

20. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

- (가) $f(0) = 0, f'(0) > 0$
 (나) $x \geq 0$ 일 때, $f(x) = 12x - f(f(x))$

이때 $f(k) = 6$ 인 실수 k 의 값은?

- ① 3 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 3

[인터넷 수능]

04

음함수의 미분법

음함수 $f(x, y) = 0$ 의 각항을 x 에 관하여 미분함으로써 음함수의 도함수를 구할 수 있다. 이 때, 다음 성질이 이용된다.

$$\frac{d}{dx} y^n = \frac{d}{dy} y^n \cdot \frac{dy}{dx} = n \cdot y^{n-1} \cdot \frac{dy}{dx}$$

[참고]

- (i) 같은 변수일 때 $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$
 (ii) y 가 x 의 함수일 때 $\frac{d}{dx} y^n = ny^{n-1} \frac{dy}{dx}$
 (iii) y 가 t 의 함수일 때 $\frac{d}{dt} y^n = ny^{n-1} \frac{dy}{dt}$

상 증 하

21. $x^3 + y^3 + 3xy + 8 = 0$ 으로 주어지는 곡선 위의 점 $(0, -2)$ 에서 $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

22. 곡선 $x^2 - xy + y^2 = 3$ 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

[인터넷 수능]

상 중 하

23. 음함수 $(3x+2y)^2 + y^2 = 4$ 에서 $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0}$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $-\frac{6}{5}$
- ② $-\frac{5}{4}$
- ③ $-\frac{4}{3}$
- ④ $-\frac{3}{2}$
- ⑤ -1

상 중 하

24. 곡선 $x^2 + y^2 + axy + b = 0$ 위의 점 $(2,3)$ 에서의 $\frac{dy}{dx}$ 의 값이

1이 되도록 두 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① -6
- ② -5
- ③ -4
- ④ -3
- ⑤ -2

상 중 하

25. 곡선 $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 5$ 위의 점 $(2,-1)$ 에서의 접선의 기울기는?

[인터넷 수능]

- ① $-\frac{3}{2}$
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{5}{3}$
- ④ 2
- ⑤ 3

상 중 하

26. $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 를 구하면?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{2x+y}{x-2y}$
- ② $\frac{2x+y}{2x-y}$
- ③ $\frac{2x+y}{y-2x}$
- ④ $\frac{2x-y}{y-2x}$
- ⑤ $\frac{2x-y}{x-2y}$

05

역함수의 미분법

함수 $f(x)$ 가 미분가능할 때, 그 역함수가 $y=f^{-1}(x)$ 이면 $x=f(y)$ 이므로 $f'(y) \neq 0$ 일 때,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = \frac{1}{f'(y)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

[참고]

① $f(f^{-1}(x))=x$

② $f'(f^{-1}(x))f^{-1'}(x)=1$

따라서 $f^{-1'}(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$

주관식

상 중 아

27. $x=(y^3+1)^5$ 에 대하여 $x=32$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 아

28. 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)-3}{x-1} = 4$ 를 만족시킬 때, 미분계수 $f'(3)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

상 중 아

29. 함수 $y=x^2+x-2(x>0)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(0)$ 의 값은?

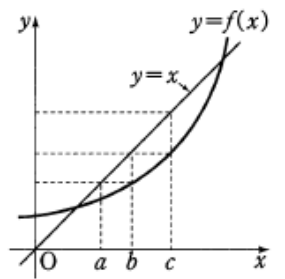
[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

상 중 아

30. 오른쪽 그래프와 같이 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 그 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 다음 중 $g'(b)$ 와 같은 것은?

[인터넷 수능]



- ① $\frac{1}{f'(a)}$
- ② $\frac{1}{f'(b)}$
- ③ $\frac{1}{f'(c)}$
- ④ $f'(a)$
- ⑤ $f'(c)$

상 > 증 > 하

31. $f(x) = x^3 - x^2 + x$ 로 정의하는 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^n g(1+kh) - ng(1)}{h} = 33$ 일 때, 자연수 n 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 > 증 > 하

32. 미분가능한 함수 $y = f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$, $y = f\left(\frac{1}{2}x - 3\right)$ 의 역함수를 $h(x)$ 라 할 때, $\frac{d}{dx}h(x)$ 는?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{d}{dx}g(x)$ ② $\frac{1}{2} \frac{d}{dx}g(x)$ ③ $2 \frac{d}{dx}g(x)$
- ④ $2 \frac{d}{dx}g(x) + 3$ ⑤ $\frac{1}{2} \frac{d}{dx}g(x) - 3$

상 > 증 > 하

33. $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 $f\left(2g(x) - \frac{x+1}{x-1}\right) = x$ 를 만족할 때, $f'(2)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① -4 ② -2 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 4

06

매개변수로 이루어진 함수의 미분법

함수 $f(x)$ 가 미분가능할 때, 그 역함수가 $y=f^{-1}(x)$ 이면 $x=f(y)$ 이므로 $f'(y) \neq 0$ 일 때,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = \frac{1}{f'(y)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

주관식

상 증 하

34. x, y 의 함수를 매개변수 t 를 이용하여 $\begin{cases} x = -3t + 1 \\ y = 2 + 3t^2 \end{cases}$ 과 같

이 나타낼 때, $\frac{dy}{dx}$ 를 t 로 나타내시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

35. 매개변수로 나타내어지는 곡선 $x = t \sin t, y = e^t \cos t$ 에 대하여 $t = \frac{\pi}{2}$ 에서의 접선의 기울기는? (단, e 는 자연로그의 밑이다.)

- ① $-e^{\frac{\pi}{2}}$
- ② $-\frac{\pi}{2}$
- ③ $\frac{\pi}{2}$
- ④ $e^{-\frac{\pi}{2}}$
- ⑤ $e^{\frac{\pi}{2}}$

[인터넷 수능]

상 증 하

36. $x = t^3, y = t - t^2$ 으로 주어진 함수 $y = f(x)$ 에서 $t = 1$ 일 때의 곡선 위의 점에서 그은 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 한다. 이 때, $g(10)$ 의 값은?

- ① -3
- ② -1
- ③ 1
- ④ 3
- ⑤ 5

[인터넷 수능]

상 증 하

37. $x = t^3, y = 2t^2 + 1$ 로 주어진 함수 $y = f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(8+h) - f(8-h)}{h}$$

의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$
- ② 1
- ③ $\frac{4}{3}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{8}{3}$

[인터넷 수능]

상 > 증 > 하

38. θ 를 매개변수로 하는 함수 $x = \theta - \sin\theta$, $y = 1 - \cos\theta$ 에서 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은?(단, $0 < x < 2\pi$)

- ① $-\sqrt{3}$ ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

[인터넷 수능]

상 > 증 > 하

39. $x = 2t$, $y = t^2 - t + 2$ 의일 때, $\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right)$ 는?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2
- ④ $\frac{1}{2}(x+1)$ ⑤ $\frac{1}{2}x+1$

[인터넷 수능]

상 > 증 > 하

40. 매개변수로 표현되는 곡선 $x = t + \frac{1}{t}$, $y = t - \frac{1}{t}$ 에서 $t = 3$ 에 대응되는 점에서의 접선의 기울기는?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{4}$
- ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{7}{6}$

[인터넷 수능]

상 > 증 > 하

41. 매개변수로 나타내어진 곡선 $\begin{cases} x = \cos^3\theta \\ y = \sin^3\theta \end{cases}$ ($\theta \neq 0$)에 대하여 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 인 곡선 위의 점에서의 접선의 기울기는?

- ① $-\sqrt{2}$ ② -1 ③ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

[인터넷 수능]

상 > 증 > 하

42. x, y 가 실수 t 에 대하여

$$x = t + t^2 + t^3 + \dots + t^n, \quad y = t + \frac{3}{2}t^2 + \frac{5}{3}t^3 + \dots + \frac{2n-1}{n}t^n$$

이고, $S(n) = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{dy}{dx}$ 로 정의할 때, $S(10) = \frac{q}{p}$ 이다.

이 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단 p, q 는 서로소인 자연수)

[인터넷 수능]

여러가지 미분법 (2)

07

초월함수의 미분법

1. 삼각함수의 도함수

- ① $y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x$
- ② $y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x$
- ③ $y = \tan x \Rightarrow y' = \sec^2 x$
- ④ $y = \sec x \Rightarrow y' = \sec x \tan x$
- ⑤ $y = \operatorname{cosec} x \Rightarrow y' = -\operatorname{cosec} x \cot x$
- ⑥ $y = \cot x \Rightarrow y' = -\operatorname{cosec}^2 x$

2. 지수함수의 미분법

- 1. $y = e^x \Rightarrow y' = e^x$
- 2. $y = a^x \Rightarrow y' = a^x \ln a \quad (a \neq 1, a > 0)$
- 3. $y = e^{f(x)} \Rightarrow y' = e^{f(x)} f'(x)$
- 4. $y = a^{f(x)} \Rightarrow y' = a^{f(x)} f'(x) \ln a \quad (a \neq 1, a > 0)$

3. 로그함수의 미분법

* $a > 0, a \neq 1, x > 0$ 일 때,

- 1. $y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x}$
- 2. $y = \log_a x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \ln a}$
- 3. $y = \ln |f(x)| \Rightarrow y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$
- 4. $y = \log_a |f(x)| \Rightarrow y' = \frac{f'(x)}{f(x)} \cdot \frac{1}{\ln a}$

4. 로그 미분법

1. 문제 유형

- 1) 밑, 지수가 변수일 때 \Rightarrow 로그미분법을 이용한다.
- 2) 복잡한 분수꼴일 때 \Rightarrow 로그미분법을 이용한다.

2. 문제 푸는 방법

첫째, 준식의 양변에 자연로그를 취한다.

둘째, 양변을 x 에 관하여 미분한다.

이 때, $y = \ln|x| \Rightarrow y' = \frac{1}{x}$ 의 성질이 이용된다.

$$y = f(x) \longrightarrow \ln|y| = \ln|f(x)| \longrightarrow \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

상 증 아

43. 다음 함수의 도함수를 구하시오.

[인터넷 수능]

- (1) $y = \cos^2 x$
- (2) $y = \ln(2x+3)$
- (3) $y = e^x \sin x$
- (4) $y = 3^{2x+3}$

상 증 아

44. 함수 $f(x) = a + x \ln bx$ 에 대하여

$f(1) = 3, f'(1) = 2$ 일 때, b^{na} 의 값은?(단, a, b 는 상수)

[인터넷 수능]

- ① 1
- ② 2
- ③ e
- ④ $2e$
- ⑤ $3e$

상 증 아

45. 함수 $f(x) = \ln(\log_3 x)$ 의 도함수를 $f'(x)$ 라 할 때, $f'(e)$ 의

값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 하

46. 함수 $f(x) = xe^{ax+b}$ 에 대하여 $f'(0) = 7, f''(0) = 28$ 이 성립할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+e^b$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 하

47. 함수 $f(x) = \begin{cases} e^x - ax + b & (x < 0) \\ \sin x & (0 \leq x < 1) \\ cx \ln x & (x \geq 1) \end{cases}$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 미분가능할 때, 세 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① -2π ② $-\pi$ ③ 1
- ④ π ⑤ 2π

상 중 하

48. $f(x) = \begin{cases} ax+b & (-1 < x < 0) \\ \sin x & (0 \leq x < 1) \end{cases}$ 로 정의되는 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능할 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① -3 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 3

상 중 하

49. 실수 전체의 집합에서 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$ 로 정의할 때, $f'(0) = \square$ (가) 이고, $f'(x)$ 는 $x=0$ 에서 \square (나) 이다. (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

[인터넷 수능]

- ① 0, 연속 ② 1, 연속 ③ 0, 불연속
- ④ 1, 불연속 ⑤ 2, 불연속

상 중 하

50. $f(x) = \tan x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right)$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라 할 때, 곡선 $y = f^{-1}(x)$ 위의 x 좌표가 1인 점에서의 접선의 기울기는?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ 1 ⑤ 2

상 중 하

51. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(\ln(1+2t)) - f(0)}{t} = 3$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ 3

상 중 하

52. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $x=e$ 에서 극값 1을 갖는다고 한다.
 $x > 0$ 에서 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = f(x) \ln x$ 로 정의할 때,
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(e+2h) - 1}{h}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{e}$ ③ $\frac{e}{2}$
 ④ $2e$ ⑤ e^2

[고득점 문제]

상 중 하

53. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \ln(\tan x)$ 의 도함수를
 $f'(x)$ 라 할 때, $f'\left(\frac{\pi}{12}\right)$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 하

54. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^x - 4}{x - 2}$ 의 정수부분은? (단, $\ln 2 = 0.6931 \dots$)

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

[인터넷 수능]

상 중 하

55. $f(x) = \frac{\sin x}{1 + e^x}$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

[인터넷 수능]

상 중 하

56. 함수 $f(x) = \begin{cases} \ln ax & (0 < x < 1) \\ be^{x-1} & (x \geq 1) \end{cases}$ 이 모든 양수 x 에 대하여

미분가능하도록 하는 두 상수 a, b 의 합 ab 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 4
- ④ $\frac{1}{e}$ ⑤ e

상 중 하

57. 정의역이 $\{x | 0 < x < \pi\}$ 인 함수 $f(x) = \ln(2\sin x)$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{\pi}{6} + 2h\right)}{h}$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 4 ② $2\sqrt{3}$ ③ 3
- ④ 2 ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

상 중 하

58. 두 함수 $f(x) = \ln x, g(x) = x^2$ 에 대하여 $h(x) = (g \circ f)(x)$

라 할 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{h'(x)}{x-1}$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

상 중 하

59. 구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{\tan x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$

로 정의할 때, $f'(0) = \square$ (가) 이고, $f'(x)$ 는 $x=0$ 에서 \square (나) 이다. (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

[인터넷 수능]

- ① 0, 연속 ② 1, 연속 ③ 0, 불연속
- ④ 1, 불연속 ⑤ 2, 불연속

상 > 중 > 하

60. 함수 $f(x) = \sin x(1 + \cos x)$ 에서 $f'(x) = 0$ 을 만족하는 모든 x 의 값들의 합은? (단, $0 \leq x \leq 2\pi$)

[인터넷 수능]

- ① π ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ 3π
- ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ 4π

상 > 중 > 하

61. 함수 $f(x) = x(2\ln x + 1)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x^3 - 1}$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

상 > 중 > 하

62. 두 함수 $f(x) = \ln x$, $g(x) = x^2$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g)(x)$ 의 $x = 1$ 에서의 미분계수는?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{2e}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ e
- ④ $2e$ ⑤ e^2

상 > 중 > 하

63. 곡선 $e^{2x}(1 + \ln y) = 2$ 위의 점 $(0, e)$ 에서의 접선의 기울기는?

[인터넷 수능]

- ① $-4e$ ② $-2e$ ③ e
- ④ $2e$ ⑤ $4e$

상 > 증 > 하

64. $f(x) = \lim_{t \rightarrow x} \frac{t \sin x - x \sin t}{t - x}$ 일 때, $f'(\frac{\pi}{2})$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $-\pi$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

상 > 증 > 하

65. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(1)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1
- ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

상 > 증 > 하

66. $f'(0) = 2$ 인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\ln(1+5x)) - f(e^{3x}-1)}{x}$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 > 증 > 하

67. 두 함수 $f(x) = \ln \frac{1}{x^2}$, $g(x) = (\ln \frac{1}{x})^2$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f \circ g)(e+eh) - (f \circ g)(e-eh)}{h}$ 의 값을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하시오. (단, $x > 0$ 이다.)

[고득점 N제]

08

이계도함수의 미분법

함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 미분가능할 때 $f'(x)$ 의 도함수를 $f(x)$ 의 이계도함수라 하고 $y'', f''(x), \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^2}{dx^2}f(x)$ 등으로 표시한다.

상 > 증 > 하

68. $f(x) = \frac{2}{x-2}$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)+2}{x-1}$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 1
- ④ 3 ⑤ 5

[인터넷 수능]

상 > 증 > 하

69. 함수 $f(x) = e^{-x} \cos x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(10h)+1}{h}$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 > 증 > 하

70. 함수 $f(x) = e^{ax} \sin bx$ 에 대하여 $f'(0) = 4, f''(0) = 8$ 이 성립하도록 두 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 > 증 > 하

71. 함수 $f(x) = e^{2x} \sin x$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f''(x) = af'(x) + bf(x)$

를 만족시키는 두 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 아

72. 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 가 다음 세 조건을 만족한다.

- (가) $f(0) = 1, f'(0) = \frac{1}{2}$
- (나) $x > 0$ 일 때, $f'(x) > 0, f''(x) < 0$
- (다) $x > 0$ 일 때, $1 < f(x) < 1 + \frac{1}{2}x$

$x > 0$ 에서 $g(x) = f(x) - x$ 로 정의할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 문제]

[보기]

- ㄱ. $0 < a < b$ 이면 $f'(b) < f'(a)$ 이다.
- ㄴ. $0 < a < b$ 이면 $g'(a) < \frac{g(b) - g(a)}{b - a}$
- ㄷ. $g(x) = 0$ 을 만족하는 실수 x 가 구간 $(1, 2)$ 에서 적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

도함수의 활용(1)

09 접선의 방정식과 미분

1. 접점 $(a, f(a))$ 이 주어지는 경우

[1단계] 접점 : $(a, f(a))$

접선의 기울기 : $m = f'(a)$

법선의 기울기 : $m' = -\frac{1}{f'(a)}$

[2단계]

접선의 방정식 : $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

법선의 방정식 : $y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a)$

<<참고>> 접선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 θ 일 때, 접선의 기울기는 $f'(a) = \tan\theta$ 이다.

2. 기울기가 주어지는 경우

[1단계] 도함수=기울기 ($f'(x) = m$)

[2단계] 접점유도

[3단계] 접선작성

3. 곡선 밖의 점을 지나는 접선

[1단계] 접점을 $(t, f(t))$ 라 한다.

기울기 = $f'(t)$

접선 $y - f(t) = f'(t)(x - t)$

[2단계] 곡선 밖의 점(주어진 점)을 접선에 대입

⇨ 고차방정식의 실근을 구한다.

실근의 개수 = 접점의 개수 = 접선의 개수

[3단계] 접점유도, 접선작성

4. 두 곡선의 공통접선

(1) 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 가 $x = a$ 에서 공통접선을 가질 때

$$f(a) = g(a), f'(a) = g'(a)$$

(2) 곡선 $y = f(x)$ 는 $x = a$ 에서 $y = g(x)$ 는 $x = b$ 에서 공통접선을 가질 때

$$f'(a) = g'(b), g(b) - f(a) = f'(a)(b - a) = g'(b)(b - a)$$

상 중 아

73. 곡선 $f(x) = \sin 2x$ 위의 한 점 $(\pi, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 > 중 > 하

74. 점 $(0, 0)$ 에서 곡선 $f(x) = e^x$ 에 그은 접선의 방정식을 구하십시오.

[인터넷 수능]

상 > 중 > 하

75. 직선 $f(x) = ax$ 와 곡선 $g(x) = \ln x$ 가 $x = b$ 에서 공통 접선을 가질 때, b 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② $\frac{e}{2}$ ③ e
- ④ $e + 1$ ⑤ $2e$

상 > 중 > 하

76. 원점에서 곡선 $f(x) = \frac{e^x}{x}$ 에 그은 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라고 할 때, $g\left(\frac{8}{e^2}\right)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ 2 ⑤ 4

상 > 중 > 하

77. 곡선 $y = xe^x - 1$ 에 접하고 기울기가 1인 접선의 방정식을 $y = f(x)$ 라고 할 때, $f(1)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $-e$ ② 0 ③ 1
- ④ e ⑤ $e + 1$

상 > 중 > 하

78. 두 곡선 $y = a - 2\sin^2 x$, $y = 2\cos x$ 가 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 의 범위에 있는 한 점에서 서로 접하도록 하는 상수 a 의 값을 구하십시오.

[인터넷 수능]

상 > 중 > 하

79. 두 곡선 $y = e^{x-b}$, $y = \ln x + 1$ 이 $x = a$ 에서 공통접선을 가질 때, 두 상수 a , b 의 합 $a + b$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 하

80. 두 곡선 $f(x) = \sin x$, $y = g(x)$ 가 점 $(a, f(a))$ 에서 공통접선 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{8}\pi + \frac{\sqrt{2}}{2}$ 를 가질 때, $16\{g(a)\}^2$ 의 값을 구하십시오.

[인터넷 수능]

상 중 하

81. 매개변수로 나타내어지는 함수 $\begin{cases} x = \theta - \sin\theta \\ y = 1 - \cos\theta \end{cases}$ 가 나타내는 곡선 위의 한 점 $(\frac{3}{2}\pi + 1, 1)$ 에서의 접선 및 x 축 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? (단, $0 \leq \theta \leq 2\pi$)

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{8}(3\pi + 4)^2$ ② $\frac{1}{4}(3\pi + 4)^2$
- ③ $\frac{1}{8}(3\pi - 4)^2$ ④ $\frac{1}{4}(3\pi - 4)^2$
- ⑤ $\frac{1}{8}(\pi + 4)^2$

상 중 하

82. 곡선 $x^3 + y^3 - 5xy + 1 = 0$ 위의 한 점 $(2, 1)$ 에서의 접선 및 x 축 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S 라고 할 때, $100S$ 의 값을 구하십시오.

[인터넷 수능]

상 중 하

83. 곡선 $y^2 = x^3 + 1$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선이 다시 이 곡선과 만나는 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값은?

[고득점 문제]

- ① -1 ② 0 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

상 > 증 > 하

84. x 축 위의 한 점 에서 $(a, 0)$ 에서 곡선 $f(x) = e^{-x^2}$ 에 서로 다른 두 개의 접선을 그을 수 있을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

[인터넷 수능]

- ① $-\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$
- ② $a < -\sqrt{2}$ 또는 $a > \sqrt{2}$
- ③ $a > \sqrt{2}$
- ④ $-2 < a < 2$
- ⑤ $a < -2$ 또는 $a > 2$

상 > 증 > 하

85. 직선 $y = mx$ 를 원점을 중심으로 $-\frac{\pi}{4}$ 만큼 회전시켜 새로운 직선을 얻는다. 이 직선이 $y = xe^x + e$ 에 접할 때, 상수 m 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $-\frac{e}{e+1}$
- ② $-\frac{2e+1}{2e}$
- ③ $-\frac{2e}{2e+1}$
- ④ $-\frac{2e-1}{2e+1}$
- ⑤ $-\frac{2e+1}{2e-1}$

상 > 증 > 하

86. 곡선 $y = \cos 2x$ 위의 점 $P(t, \cos 2t)$ 에서의 접선과 수직이고 점 P 를 지나는 직선을 l 이라 하자. 직선 l 이 y 축과 만나는 점의 y 좌표를 $f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{2}{5}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{3}{4}$
- ⑤ 1

상 > 증 > 하

87. 곡선 $f(x) = \sqrt{x^3 + ax + b} (x \geq -2)$ 위의 $x = 1$ 인 점에서의 접선의 방정식이 $x - y + 5 = 0$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

[인터넷 수능]

상 증 하

88. 원점에서 곡선 $f(x) = e^{x-k}$ 에 그은 접선이 점 (2, 8)을 지날 때, 상수 k 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\ln \frac{e}{16}$ ② $\ln \frac{e}{8}$ ③ $\ln \frac{e}{4}$
- ④ $\ln \frac{e}{2}$ ⑤ 1

상 증 하

89. 점 P(4, 0)에서 곡선 $y = xe^x$ 에 그은 두 접선의 기울기를 각각 m_1, m_2 라 할 때, $m_1 m_2$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① e ② e^2 ③ e^3
- ④ e^4 ⑤ e^5

상 증 하

90. 곡선 $y = 2\ln x$ 위의 두 점 P, Q의 x 좌표를 각각 a, b ($a < b$)라고 하자. a 와 b 가 다음 두 조건을 만족할 때, ab 의 값은?

(가) a 와 b 는 정수이다.
 (나) 두 점 P, Q에서 그은 두 개의 접선이 이루는 예각의 크기가 45° 이다.

[인터넷 수능]

- ① 4 ② 6 ③ 12
- ④ 18 ⑤ 24

상 증 하

91. 곡선 $y = e^x$ 위의 한 점 (t, e^t) 에서의 접선과 접선에 수직인 직선의 x 절편을 각각 a, b 라고 하자. 이 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷 수능]

[보 기]

ㄱ. 점 (t, e^t) 에서의 접선의 기울기를 m 이라고 하면
 $\lim_{t \rightarrow -\infty} m = 0$ 이다.
 ㄴ. $\lim_{t \rightarrow -\infty} (b-a) = \infty$ 이다.
 ㄷ. 임의의 실수 t 에 대하여 $t-a=1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

92. 제 1사분면 위의 곡선 $xy=a$ 위의 점 P 에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 Q, R 라고 할 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷 수능]

[보 기]

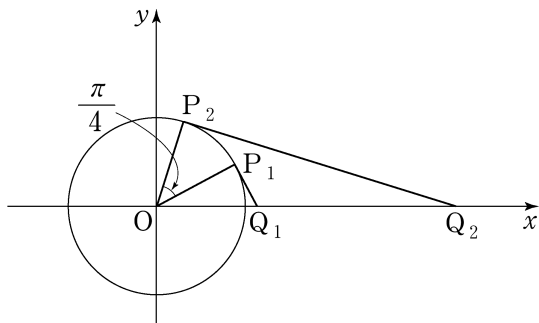
- ㄱ. 점 P 는 \overline{QR} 의 중점이다.
- ㄴ. $\overline{QR} \geq 2\sqrt{2a}$
- ㄷ. $\triangle OQR$ 의 넓이는 a 의 값에 의해서만 변한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

93. 그림과 같이 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P_1 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q_1 이라 할 때, 삼각형 P_1OQ_1 의 넓이는 $\frac{1}{4}$ 이다. 점 P_1 을 원점 O 를 중심으로 $\frac{\pi}{4}$ 만큼 회전시킨 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q_2 라 하자. 삼각형 P_2OQ_2 의 넓이는? (단, 점 P_1 은 제1사분면 위의 점이다.)

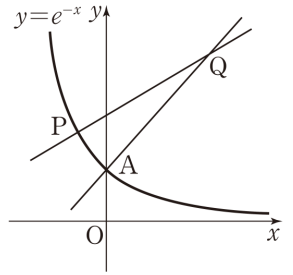
[인터넷 수능]



- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

상 중 하

94. 오른쪽 그림과 같이 곡선 $y=e^{-x}$ 위에 점 $A(0, 1)$ 에서의 접선에 수직인 직선과 이 곡선 위의 A 이외의 점 $P(t, e^{-t})$ 에서의 접선에 수직인 직선의 교점을 Q 라 하자. 점 Q 의 x 좌표를 $f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$ 의 값은?



[고득점 N제]

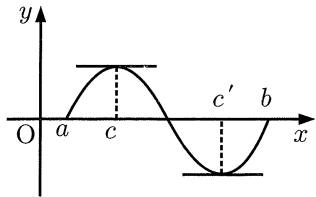
- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

010

■의 정리

1. 롤(Rolle)의 정리

함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 개구간 (a, b) 에서 미분 가능할 때, $f(a) = f(b)$ 이면 $f'(c) = 0$ ($a < c < b$)인 점 c 가 적어도 하나 존재한다.

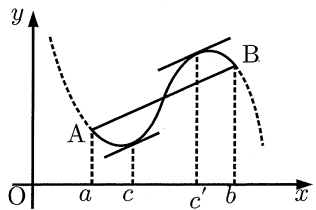


2. 평균값의 정리

함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 개구간 (a, b) 에서 미분 가능할 때,

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c) \quad (a < c < b)$$

인 점 c 가 적어도 하나 존재한다.



상 증 하

95. 함수 $f(x) = \sin x$ 에 대하여 구간 $[0, \pi]$ 에서 롤의 정리를 성립시키는 상수 c 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

96. 함수 $f(x) = x^2$ 에 대하여 구간 $[1, 3]$ 에서 평균값의 정리를 성립시키는 상수 c 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[인터넷 수능]

상 증 하

97. 폐구간 $[e, e^2]$ 에서 연속이고 개구간 (e, e^2) 에서 미분가능한 함수 $f(x) = \ln x$ 에 대하여 양 끝점 $(e, 1), (e^2, 2)$ 를 지나는 직선이 있다. 이 직선과 평행한 직선 중 $f(x)$ 에 접하는 직선과 곡선 $f(x) = \ln x$ 와의 접점의 좌표를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

98. 폐구간 $[0, 10]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \sin \pi x$ 에 대하여 $f(10) = 10f'(c) + f(0)$ 을 만족하는 c 의 개수를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

99. $f(x) = ax^3 + b$ 일 때, 폐구간 $[x, x+h]$ 에서 등식 $f(x+h) = f(x) + hf'(x+\theta h)$ 를 만족하는 θ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \theta$ 의 값을 구하여라. (단, $x > 0$ 이고 a, b 는 상수)

[인터넷 수능]

상 중 하

104. 다음은 함수 $f(x) = e^x$ 과 임의의 실수 t 에 대하여 폐구간 $[0, t]$ 에서 부등식 $a < \frac{1}{t} \ln \frac{e^t - 1}{t} < b$ 를 만족시키는 a, b 의 값을 구하는 과정이다.

함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[0, t]$ 에서 연속이고 개구간 $(0, t)$ 에서 미분가능하므로 평균값의 정리에 의해서 (가) 를 만족하는 c 가 구간 $(0, t)$ 에 존재한다.
 c 를 구하면 $c =$ (나)
 그러므로 평균값의 정리에서 얻은 부등식의 양변에 $\frac{1}{t}$ 을 곱하면 $0 < \frac{1}{t} \ln \frac{e^t - 1}{t} <$ (다)
 따라서 주어진 식과 비교하면 $a = 0, b =$ (라)

(가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례대로 나열한 것은?

[인터넷 수능]

- | (가) | (나) | (다) |
|----------------------|-------------------------|-----|
| ① $e^t - 1 = e^{ct}$ | $\ln \frac{e^t - 1}{t}$ | 1 |
| ② $e^t - 1 = e^t$ | $\ln \frac{e^t}{t}$ | 1 |
| ③ $e^t - 1 = e^{ct}$ | $\ln \frac{e^t - 1}{t}$ | e |
| ④ $e^t = e^{ct}$ | $\ln \frac{e^t}{t}$ | 1 |
| ⑤ $e^t = e^{ct}$ | $\ln \frac{e^t - 1}{t}$ | e |

상 중 하

105. 다음은 평균값의 정리를 이용하여 $\frac{e^{-\sin x} - e^{-x}}{e^{x+\sin x}(x - \sin x)}$ 의 극한값을 구하는 과정이다.

함수 $f(x) =$ (가)로 놓았을 때, 폐구간을 (나)로 잡고 평균값의 정리를 적용시킬 수 있다.
 이에 따라 $\frac{f(x) - f(\sin x)}{x - \sin x} = f'(c)(\sin x < c < x)$ 인 c 가 존재한다.
 그런데 $\lim_{x \rightarrow +0} \sin x = \lim_{x \rightarrow +0} x = 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow +0} c = 0$
 따라서 $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{e^{-\sin x} - e^{-x}}{e^{x+\sin x}(x - \sin x)} =$ (다)

위의 풀이 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

[인터넷 수능]

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| ① $e^x, [\sin x, x], -1$ | ② $e^x, [x, \sin x], 1$ |
| ③ $e^{-x}, [\sin x, x], -1$ | ④ $e^{-x}, [x, \sin x], -1$ |
| ⑤ $e^{-x}, [\sin x, x], 1$ | |

상 중 하

106. 곡선 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x + 3$ 위의 두 점 $P(a, f(a)), Q(b, f(b))$ 를 잇는 직선의 기울기를 m 이라고 하자. 점 P 와 점 Q 의 x 좌표 a, b 가 범위 $-2 \leq a \leq b \leq 3$ 안의 임의의 실수 일 때, m 의 값의 범위는?

[인터넷 수능]

- | | | |
|--------------------|-----------------|-------------------|
| ① $-2 < m < 3$ | ② $-4 < m < 3$ | ③ $-4 \leq m < 3$ |
| ④ $-4 \leq m < 44$ | ⑤ $-4 < m < 44$ | |

도함수의 활용(2)

011

함수의 증감과 극대극소

1. 증가함수 · 감소함수

$f(x)$ 가 어떤 구간에서 증가함수
 \Rightarrow 그 구간에서 $f'(x) \geq 0$

$f(x)$ 가 어떤 한 점에서 증가상태
 \Rightarrow 그 점에서 $f'(x) \geq 0$

$f(x)$ 가 어떤 구간에서 감소함수
 \Rightarrow 그 구간에서 $f'(x) \leq 0$

$f(x)$ 가 어떤 한 점에서 감소상태
 \Rightarrow 그 점에서 $f'(x) \leq 0$

2. 함수의 극대, 극소의 정의

미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f'(a)=0$ 일 때, $x=a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가

- ① 양 (+)에서 음 (-)으로 바뀔 때, 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극대이다.
- ② 음 (-)에서 양 (+)으로 바뀔 때, 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극소이다.

상 증 하

107. 구간 $(0, 2\pi)$ 에서 함수 $f(x) = x - \sin x$ 가 증가하는 구간을 (a, b) 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

108. 함수 $f(x) = \sin(ax+1)$ 이 구간 $[0, 1]$ 에서 다음 성질을 만족할 때, 실수 a 의 값의 범위는?

[인터넷 수능]

$$x_1 < x_2 \text{이면 } f(x_1) < f(x_2)$$

- ① $0 < a < \frac{\pi}{2}$ ② $1 < a < \frac{\pi}{2}$ ③ $0 < a < \frac{\pi}{2} - 1$
- ④ $1 < a < \frac{\pi}{2} + 1$ ⑤ $\frac{\pi}{2} - 1 < a < \frac{\pi}{2} + 1$

상 증 하

109. 구간 $(0, \pi)$ 에서 정의된 보기의 함수 $f(x)$ 중에서 다음 두 조건을 동시에 만족하는 x 가 구간 내에 존재하는 함수를 모두 고른 것은?

(가) $f'(x) = 0$	(나) $f''(x) > 0$
-----------------	------------------

[보기]

ㄱ. $f(x) = -\sin x$ ㄴ. $f(x) = \cos x$ ㄷ. $f(x) = \cos x + x \sin x$
--

[인터넷 수능]

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

상 중 하

110. 모든 실수 전체의 집합이 정의역인 함수 $f(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$f(x) = (x^2 + 2ax + b)e^x$$

이 함수가 증가함수일 때, b 의 최솟값은? (단, a, b 는 실수)

[인터넷 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 하

111. 구간 $(0, 2\pi)$ 에서 함수 $f(x) = (\sin 4x)^2 + 1$ 의 극점의 개수는?

[인터넷 수능]

- ① 4 ② 7 ③ 9
- ④ 12 ⑤ 15

상 중 하

112. 구간 $(0, \pi)$ 에서 정의된 함수

$f(x) = \cos^3 x - a \sin^2 x + a \cos x + a$ 가 극댓값과 극솟값을 모두 갖기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

[인터넷 수능]

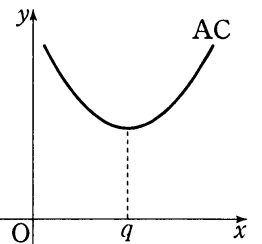
- ① $-1 < a < 0$ ② $-3 < a < 0$ ③ $-1 < a < 1$
- ④ $0 < a < 1$ ⑤ $0 < a < 3$

상 중 하

113. 어떤 제품의 생산량이 x 일 때 생산비를 $f(x)$ 라고 하자. 이때, $\frac{f(x)}{x}$ 를 평균생산비라

하고, AC로 나타낸다. 또, $f(x)$ 가 미분가능하면 $f'(x)$ 를 생산량이 x 일 때의 한계생산비라

하고 MC로 나타낸다. 평균생산비 $AC = \frac{f(x)}{x}$ 의 그래프가 그림과 같고 $x=q$ 에서 극솟값을 가질 때, $x=q$ 근방에서 한계생산비 $MC = f'(x)$ 의 그래프의 개형은?



[인터넷 수능]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

012

변곡점

(1) 곡선 $y=f(x)$ 위의 한 점 $(a, f(a))$ 의 좌우에서 곡선의 오목, 볼록 상태가 바뀔 때, 이 점을 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이라고 한다.

(2) 곡선 $y=f(x)$ 에서 $f''(a)=0$ 이고 $x=a$ 의 좌우에서 $f''(x)$ 의 부호가 변하면 점 $(a, f(a))$ 는 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이다.

[참고]

$f''(a)=0$ 이어도 $x=a$ 의 좌우에서 $f''(x)$ 의 부호가 바뀌지 않으면 점 $(a, f(a))$ 는 변곡점이 아니다.

상 중 아

114. 곡선 $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4$ 의 변곡점의 x 좌표를 각각 α, β 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 아

115. 다음 보기의 함수들 중에서 $0 < a < b < c < \pi$ 를 만족하는 세 실수 a, b, c 에 대하여 부등식 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} > \frac{f(c)-f(b)}{c-b}$ 가 성립하는 것을 모두 고른 것은?

[인터넷 수능]

[보기]

ㄱ. $f(x) = \sin x$ ㄴ. $f(x) = x + \cos x$ ㄷ. $f(x) = e^x$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

116. 함수 $f(x) = \frac{x-1}{x^2+3}$ 은 구간 (α, β) 에서 증가한다. α 의 최솟값과 β 의 최댓값의 합은?

- ① -4 ② -2 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

상 중 아

117. 양의 실수에서 정의된 함수 $f(x) = x^2 - \frac{8}{x}$ 에 대하여 $f'(x)$ 가 증가하는 구간이 (α, ∞) 일 때, α 의 최솟값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 아

118. 함수 $f(x) = xe^{-x}$ 의 극값에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷 수능]

[보기]

ㄱ. 극솟값은 $f(0) = 0$ 이다.
 ㄴ. 극댓값은 $f(1) = e^{-1}$ 이다.
 ㄷ. 점 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{e}})$ 이 변곡점이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

119. 함수 $f(x) = \frac{ax}{x^2+1}$ 에 대하여 $f'(0) = 2$ 일 때, 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷 수능]

[보기]

- ㄱ. $a = 2$ 이다.
- ㄴ. 극댓값은 2이다.
- ㄷ. 점근선의 방정식은 $y = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

013

이계도함수 ■ 이용한 극값의 판정

(1) 미분가능한 함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f'(a) = 0$ 이고 x 가 증가하면서 a 를 지날 때

- ① $f'(x)$ 가 양에서 음으로 변하면 $f(a)$ 는 극댓값이다.
- ② $f'(x)$ 가 음에서 양으로 변하면 $f(a)$ 는 극솟값이다.

(2) 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x)$ 와 $f''(x)$ 가 존재할 때

- ① $f'(a) = 0$ 이고 $f''(a) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극대이다.
- ② $f'(a) = 0$ 이고 $f''(a) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극소이다.

상 중 아

120. $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ 의 극값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 아

121. 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 함수 $f(x) = x + 2\sin x$ 의 극값에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷 수능]

[보기]

- ㄱ. $x = \frac{2}{3}\pi$ 에서 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.
- ㄴ. 구간 $[\frac{5}{3}\pi, 2\pi]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 증가함수이다.
- ㄷ. 극댓값과 극솟값의 합은 2π 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 하

122. 구간 $(0, 2\pi)$ 에서 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = 2\cos x - \cos 2x$ 로 정의한다. 이 함수의 극댓값을 α , 극솟값을 β 라고 할 때, $10(\alpha - \beta)$ 의 값은?

- ① 30 ② 45 ③ 60
- ④ 75 ⑤ 90

[인터넷 수능]

상 증 하

123. 함수 $f(x) = \ln x + \frac{a}{x} - x$ 의 극댓값과 극솟값이 모두 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

124. 곡선 $f(x) = \cos x^2$ 에 대한 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷 수능]

[보 기]

ㄱ. $x=0$ 에서 극값을 갖는다.

ㄴ. 구간 $\left(0, \frac{\sqrt{2\pi}}{2}\right)$ 에서 위로 볼록한 함수이다.

ㄷ. 구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 방정식 $f(\sqrt{\pi}) = f(0) + \frac{f'(x)}{x}$ 의 근은 $x = \frac{\sqrt{2\pi}}{2}$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 하

125. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $A(a, f(a))$ 를 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자. 직선 $y=g(x)$ 가 함수 $f(x)$ 의 그래프와 점 $B(b, f(b))$ 에서 접할 때, 함수 $h(x)$ 를 $h(x) = f(x) - g(x)$ 라 하자. 보기 에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $a \neq b$ 이다.)

[인터넷 수능]

[보 기]

ㄱ. $h'(b) = 0$

ㄴ. 방정식 $h'(x) = 0$ 은 3개 이상의 실근을 갖는다.

ㄷ. 점 $(a, h(a))$ 는 곡선 $y=h(x)$ 의 변곡점이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

014

곡선의 오목, 볼록

함수 $y=f(x)$ 가 구간 (a, b) 에서 두 번 미분가능할 때
 (1) $f''(x) > 0$ 이면 곡선 $y=f(x)$ 는 아래로 볼록이다.
 (2) $f''(x) < 0$ 이면 곡선 $y=f(x)$ 는 위로 볼록이다.

상 증 하

126. 곡선 $f(x) = \sin x$ 에서 곡선이 아래로 볼록한 구간을 구하시오. (단, $0 \leq x < 2\pi$)

[인터넷 수능]

상 증 하

127. 곡선 $y = \frac{\ln x}{x}$ 의 그래프에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?(단, $x > 0$)

[인터넷 수능]

[보기]

- ㄱ. $x=e$ 에서 극값을 갖는다.
- ㄴ. 곡선의 오목과 볼록이 바뀌는 점은 없다.
- ㄷ. 점근선은 x 축과 y 축이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 하

128. 곡선 $y = x^5 - 5x^3 + 3$ 의 변곡점의 개수가 n 개이고 극값의 x 좌표를 a_1, a_2, \dots, a_m 이라고 할 때, $na_1a_2 \dots a_m$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① -9 ② -3 ③ 0
- ④ 3 ⑤ 9

상 증 하

129. 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = x + \sin x$ 의 그래프에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷 수능]

[보기]

- ㄱ. 점 (π, π) 는 변곡점이다.
- ㄴ. $(\pi, 2\pi)$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 는 아래로 볼록하다.
- ㄷ. $f(\pi) = f(0) + \pi f'(\theta)$ 을 만족하는 θ 의 값은 $\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

015

곡선의 요철과 최대 최소

1. 이계도함수와 요철

- ① $f''(x) > 0$ 이면 곡선 $y=f(x)$ 는 이 구간에서 **아래로 볼록**
 - ② $f''(x) < 0$ 이면 곡선 $y=f(x)$ 는 이 구간에서 **위로 볼록**
- 변곡점** : 곡선의 요철이 바뀌는 곳, $f''(x)=0$ 이 되는 x 값

2. 기울기와 요철

위로 볼록	아래로 볼록
(1) $a < b < c$ $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} > \frac{f(c)-f(b)}{c-b}$	(1) $a < b < c$ $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} < \frac{f(c)-f(b)}{c-b}$
(2) $x_1 < x_2$ 이면 $f'(x_1) > f'(x_2)$	(2) $x_1 < x_2$ 이면 $f'(x_1) < f'(x_2)$

3. 정적분과 요철

위로 볼록	$\int_a^b f(x) dx > \frac{1}{2}(b-a)\{f(a)+f(b)\}$
아래로 볼록	$\int_a^b f(x) dx < \frac{1}{2}(b-a)\{f(a)+f(b)\}$

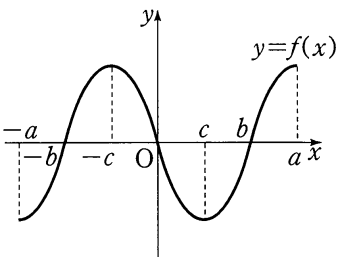
4. 함숫값과 요철

위로 볼록	아래로 볼록
$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) > \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$	$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$

상 증 하

130. 모든 실수 x 에 대하여 미분가능한

함수 $y=f(x)$ 의 그래프 중 구간 $(-a, a)$ 부분을 나타내면 오른쪽 그림과 같다. 그림에서 $x=\pm b$ 는 방정식 $f(x)=0$ 의 근이고 $\pm c$ 는 $f(x)$ 가 극값을 갖는 점의 x 좌표이다. 구간 $(-a, a)$ 에서 정의되는 함수 $g(x)=xf'(x)$ 에 대하여 집합 A 를 $A=\{x|g'(x)>0\}$ 으로 정의한다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



[보 기]

- ㄱ. $B=\{x|-b < x < -c\}$ 일 때, $B \subset A$
- ㄴ. $C=\{x|-c < x < 0\}$ 일 때, $C \subset A$
- ㄷ. $D=\{x|b < x < a\}$ 일 때, $D \subset A$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

016

곡선의 최대 최소

1. 함수의 최댓값, 최솟값

폐구간 $[a, b]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값, 최솟값을 구하려면, 구간 내의 극값과 $f(a), f(b)$ 를 비교하면 된다. 즉, 최댓값은 극값과 $f(a), f(b)$ 중에서 최대인 것, 최솟값은 극값과 $f(a), f(b)$ 중에서 최소인 것이다.

2. 최대·최소의 응용

- [1단계] 변수를 정하고 변역 계산
- [2단계] 구하고자 하는 양(넓이, 부피, 길이)을 x 의 함수로 유도. (1변수함수 유도)
- [3단계] 제한변역 안에서 최대·최소를 구한다. (경계값과 극값 비교)

상 증 하

131. 정의역이 $\left\{x \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right\}$ 인 함수

$f(x)=\sin^2 x$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

132. 두 함수 $f(x)=(1+\cos x)\sin x$ 와 $g(x)=2x-x\ln x$ 에 대하여 $\{x|0 \leq x \leq \pi\}$ 에서 구한 함수 $f(x)$ 의 최댓값을 M , $\{x|x$ 는 양의 실수 $\}$ 에서 구한 $g(x)$ 의 최댓값을 m 이라 할 때, $4M+m$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $6+e$ ② $3\sqrt{3}+e$ ③ $3+2e$
- ④ $2+3e$ ⑤ $5e$

상 중 하

133. 폐구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = e^{x^2 - 2x - a} + b$ 의 최댓값이 $e^{-3} - e^{-4}$ 이고 최솟값이 0일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- [인터넷 수능]
- ① $-e^{-3}$ ② $-e^{-4}$ ③ $-3e^{-3}$
 ④ $-3e^{-4}$ ⑤ $-4e^{-3}$

상 중 하

134. 무리함수 $f(x) = x + \sqrt{1 + 2x - x^2}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M - m$ 의 값은?

- [인터넷 수능]
- ① $3 + 2\sqrt{2}$ ② $2 + 2\sqrt{2}$ ③ $3 + \sqrt{2}$
 ④ $2 + \sqrt{2}$ ⑤ $3 - \sqrt{2}$

상 중 하

135. 함수 $f(x) = x \ln x - 2x$ ($1 \leq x \leq e^2$)의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M - m$ 의 값은?

- [인터넷 수능]
- ① $-2e$ ② $-e$ ③ 0
 ④ e ⑤ $2e$

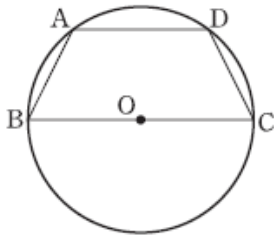
상 중 하

136. 두 함수 $f(x) = x^2 - 2x - 1$, $g(x) = e^x$ 이 있다. $-2 \leq x \leq 3$ 일 때, 함수 $F(x) = (f \circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 값은?

- [인터넷 수능]
- ① $e^{-4} - 2e^{-2} - 3$ ② $e^6 - 2e^3 - 3$
 ③ $e^6 - 2e^3 - e^{-2} + e^{-4}$ ④ $e^{-4} - 2e^{-2} + 1$
 ⑤ $e^6 - 2e^3 + 1$

상 증 하

137. 오른쪽 그림과 같이 길이가 2인 변 BC 를 지름으로 하고 중심이 O 인 원에 내접하는 사다리꼴 $ABCD$ 가 있다. $\angle COD = \theta$, 사다리꼴 $ABCD$ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $S(\theta)$ 의 최댓값은?



[인터넷 수능]

- ① $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{2 + \sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$
- ④ $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

017

방정식과 미분

방정식의 실근의 정의

- 1) 방정식의 실근의 개수와 함수의 그래프
 - ① 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근은 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축과의 공유점의 x 좌표를 나타낸다.
 - ② 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 실근은 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프의 공유점의 x 좌표를 나타낸다.
- 2) 방정식 $F(x) = 0$ 의 실근의 개수를 조사하는 방법
 - ① 함수 $y = F(x)$ 와 x 축과의 공유점의 개수를 조사하거나
 - ② 방정식 $F(x) = 0$ 을 $f(x) = g(x)$ 의 꼴로 변형하여 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프의 공유점의 개수를 조사하면 된다.

상 증 하

138. 방정식 $e^x = 0$ 의 실근이 존재하는지 알아보고 존재하면 그 근을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

139. 방정식 $x = \cos x$ 의 실근의 개수를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 > 중 > 하

140. 방정식 $e^x = 3x$ 의 실근의 개수를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 > 중 > 하

141. 방정식 $x = 3(\ln x + k)$ 가 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 최솟값은?

[인터넷 수능]

- ① $-\ln 3$ ② $1 - \ln 3$ ③ $2 - \ln 3$
- ④ $3 - \ln 3$ ⑤ $4 - \ln 3$

상 > 중 > 하

142. 방정식 $e^x = kx$ 가 실근을 갖기 위한 양수 k 의 최솟값은?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② 2 ③ e
- ④ 3 ⑤ $2e$

상 > 중 > 하

143. 방정식 $\frac{\ln x}{x} = kx$ 가 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

[인터넷 수능]

- ① $0 < k < \frac{1}{e^2}$ ② $0 < k < \frac{1}{2e}$ ③ $0 < k < \frac{1}{e}$
- ④ $k > \frac{1}{e^2}$ ⑤ $k > \frac{1}{2e}$

상 > 중 > 하

144. 방정식 $x - \sin x = 0$ 의 실근의 개수는?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 무수히 많다.

상 > 중 > 하

145. 방정식 $\log x = kx$ 가 서로 다른 두 실근을 갖게 되는 k 의 범위는?

[인터넷 수능]

- ① $0 < k < \frac{1}{e}$ ② $0 < k < \frac{1}{e \ln 10}$ ③ $0 < k < e$
- ④ $0 < k < e \ln 10$ ⑤ $0 < k < \frac{1}{e \log e}$

상 중 하

146. 0이 아닌 상수 a 에 대하여 다음과 같은 두 개의 방정식이 있다.

$$x^2 = a \cos x, \quad 2x = -a \sin x$$

두 방정식의 실근의 개수가 각각 m, n 일 때, $h(a) = m - n$ 이라고 하자. $h(a)$ 의 최댓값은?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 하

147. 다음은 방정식 $e^x = 3x$ 의 실근이 -2 와 2 사이에 존재함을 증명하는 과정이다.

[증명]

$f(x) = e^x - 3x$ 로 놓으면 $x =$ (가) 에서 극값을 갖는다. 또, 함수 $f(x)$ 의 그래프는 -2 와 2 사이에서 아래로 (나) 하다.

따라서 함수 $f(x) = e^x - 3x$ 가 연속함수이므로 (다)에 의하여 방정식 $e^x = 3x$ 는 -2 와 2 사이에서 (라) 개 이상의 실근을 갖는다.

(가), (나), (다), (라)에 들어갈 것을 차례로 나열한 것은?

[인터넷 수능]

- | | (가) | (나) | (다) | (라) |
|---|----------|-----|---------|-----|
| ① | $\ln 3$ | 불록 | 중간값의 정리 | 3 |
| ② | $-\ln 3$ | 불록 | 평균값의 정리 | 3 |
| ③ | $\ln 3$ | 불록 | 중간값의 정리 | 2 |
| ④ | $-\ln 3$ | 오목 | 중간값의 정리 | 2 |
| ⑤ | $\ln 3$ | 오목 | 평균값의 정리 | 2 |

상 중 하

148. 방정식 $\frac{1}{2}x^2 - \ln(1+x^2) = k$ 에 대하여 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷 수능]

[보기]

- ㄱ. $k < -\frac{1}{2}$ 이면 근이 없다.
- ㄴ. $k = 1 - \ln 2$ 이면 1개의 중근과 2개의 실근이 존재한다.
- ㄷ. $k = \frac{1}{2} - \ln 2$ 이면 2개의 중근이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

149. 실수 전체에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{1+e^x}{1+2e^x}$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 N제]

[보기]

- ㄱ. $y = f(x)$ 는 극댓값과 극솟값을 모두 갖는다.
- ㄴ. $f(x) = 2$ 를 만족하는 실수 x 는 존재하지 않는다.
- ㄷ. 방정식 $f(x) = \frac{3}{4}$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

018

부등식과 미분

부등식과 미분

구간 (a, ∞) 에서 $f(x) > 0$ 임을 증명하려면 다음 중 어느 한 가지를 보이면 된다.

- ① $x > a$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값이 양인 것을 보인다.
- ② $x > a$ 에서 $f(x)$ 가 증가함수이고, $f(a) \geq 0$ 임을 보인다. 이를테면 $f'(x) > 0, f(a) \geq 0$ 임을 보인다.

상 > 증 > 하

150. $x > 0$ 일 때, 부등식 $e^x > 0$ 임을 증명하시오.

[인터넷 수능]

상 > 증 > 하

151. $x > 0$ 에 대하여 e^x 과 $x-1$ 의 크기를 비교하시오.

[인터넷 수능]

상 > 증 > 하

152. $x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $x > \ln\{k(1+x)\}$ 가 성립할 때, 양수 k 의 최댓값은?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② 2 ③ e
- ④ $2e$ ⑤ e^2

상 > 증 > 하

153. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $\sin 2x + 2\sin x \leq a$ 를 만족시키는 실수 a 의 최솟값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\sqrt{3}$
- ④ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 3

상 > 증 > 하

154. 모든 양수 x 에 대하여 부등식 $\cos x > k - \frac{1}{2}x^2$ 이 성립할 때, 실수 k 의 값의 범위는?

[인터넷 수능]

- ① $k \leq 1$ ② $k \leq \sqrt{3}$ ③ $k \leq 2$
- ④ $0 \leq k \leq 1$ ⑤ $0 \leq k \leq \sqrt{3}$

상 증 하

155. 음의 실수 x 에 대하여 $xe^x > x$ 임을 증명하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

156. 정의역이 $\{x \mid x > 0\}$ 인 두 함수 $f(x) = \ln(1+x)^2$ 과 $g(x) = -x^2 + 2x$ 에 대하여 두 함수의 대소를 비교하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

157. 두 수 $99e^{101}$ 와 $101e^{99}$ 을 비교하기 위하여 함수

$f(x) = (100-x)e^{100+x}$ 을 이용하려고 한다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷 수능]

[보기]

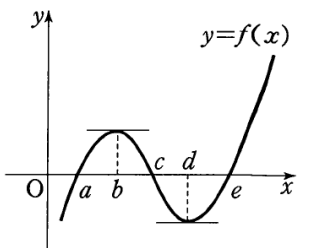
- ㄱ. $f(x)$ 는 극솟값이 존재한다.
- ㄴ. $x < 99$ 에서 함수 $f(x)$ 는 증가함수이다.
- ㄷ. $99e^{101}$ 은 $101e^{99}$ 보다 작은 수이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 하

158. 오른쪽 그림은 삼차함수 $y=f(x)$

의 그래프이다. 그래프에서 $f'(b) = f'(d) = 0$ 일 때, 다음 중 $\frac{d}{dx} \ln f(x) \geq 0$ 을 만족시키는 x 값의 개수는?



[인터넷 수능]

- $a-1, c, \frac{a+b}{2}, \frac{d+2e}{3}, e+1$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

상 중 하

159. 집합 $\{x \mid 0 < x < \pi\}$ 의 모든 원소에 대하여 부등식 $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$ 이 성립함을 다음과 같이 증명하였다.

[증명]

$f(x) = \cos x + \frac{x^2}{2} - 1$ 이라 하면 $f''(x) = \square$ (가)
 $f''(x) \square$ (나) 0 이고 $f'(0) = 0$ 에서 $f'(x) \square$ (다) 0
 따라서 $f(0) = 0$ 이므로 $f(x) \square$ (라) 0 에서 $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$

(가), (나), (다), (라)에 들어갈 것을 차례로 적으면?

(가) (나) (다) (라)

- ① $1 - \cos x > > >$
- ② $x - \sin x > < <$
- ③ $1 - \cos x > < >$
- ④ $1 - \sin x \geq > >$
- ⑤ $1 - \cos x \geq < <$

019

속도, 가속도와 미분

- ◆ 수직선위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 좌표가 $x = f(t)$ 일 때
 점 P 의 속도 v 와 가속도 a 는
 $v = \frac{dx}{dt} f'(t)$, $a = \frac{dv}{dt} f''(t)$ 이다.
- ◆ 평면 위의 운동 : $P(x, y)$ 이고, $x = f(t), y = g(t)$ 일 때
 - ① $\vec{v} = (v_x, v_y) = (\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt})$ $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
 - ② $\vec{a} = (a_x, a_y) = (\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2})$ $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

상 중 하

160. 수직선 위를 움직이는 동점 P 의 시각 t 에서의 위치가 $x = e^t$ 이다. 출발 후 10초가 지났을 때의 점 P 의 가속도를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 하

161. 평면 위를 움직이는 점 $P(x, y)$ 의 시각 t 에서의 위치가 $x = 2t, y = \cos(\pi t)$ 이다. $t = 4$ 일 때의 y 축 방향으로의 속도를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 하

162. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 좌표 x 가 $x = \ln(t^2 + 1)$ 이라고 한다. $t = 1$ 에서의 점 P의 속도와 가속도를 차례로 구하면?

[인터넷 수능]

- ① 1, 0 ② 0, 1 ③ 1, 1
- ④ $e, 1$ ⑤ 1, e

상 중 하

163. 좌표평면 위를 움직이는 점 $P(x, y)$ 의 시각 t 에서의 위치가 $\begin{cases} x = 2\sin t \\ y = 2\cos t \end{cases}$ 로 나타내어질 때, $t = 2$ 에서의 점 P의 속력과 가속도의 크기를 차례로 구하면?

[인터넷 수능]

- ① 1, 1 ② 2, 1 ③ 2, 2
- ④ 3, 1 ⑤ 3, 2

상 중 하

164. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 좌표가 $x = 10t, y = 6t - 3t^2$ 이라고 한다. $t = 1$ 에서의 점 P의 속력과 가속도의 크기를 차례로 구하면?

[인터넷 수능]

- ① 3, 4 ② 6, 4 ③ 6, 6
- ④ 8, 6 ⑤ 10, 6

상 중 하

165. 시각 t 에서의 동점 P의 좌표 (x, y) 가 $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t$ 로 주어질 때, $t = \frac{\pi}{3}$ 에서의 속력은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1
- ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

상 중 하

170. 점 (1, 4) 를 출발점으로 하여 쌍곡선 $xy=4$ 위를 이동하는 동점 P가 있다. 점 P의 x 축 위로의 정사영을 Q라고 하자. 점 P가 움직임에 따라 점 Q가 초속 1의 속도로 이동을 한다. 점 P가 점 (2, 2)를 지나는 순간 점 P의 가속도의 크기는?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 4
- ④ 8 ⑤ 16

020

여러 가지 변화율

◆ 시각 t 에서의 길이, 넓이, 부피가 각각 l, S, V 인 도형이 Δt 시간이 경과한후에 각각 $\Delta l, \Delta S, \Delta V$ 만큼 변했다고 할때 시각 t 에서의

길이, 넓이, 부피의 변화율은 각각 $\frac{dl}{dt}, \frac{dS}{dt}, \frac{dV}{dt}$ 이다.

상 중 하

171. 윗면의 반지름이 6cm, 깊이가 10cm 인 직원뿔 모양의 그릇에 $30\text{cm}^3/\text{초}$ 의 속도로 물이 흘러 들어가고 꼭짓점으로부터 $10\text{cm}^3/\text{초}$ 의 속도로 물이 흘러 나가고 있다. 물의 깊이가 5cm일 때, 수면의 상승 속도를 $a\text{cm}/\text{초}$ 라 하자. 이 때, $180\pi \times a$ 의 값을 구하시오.

상 중 하

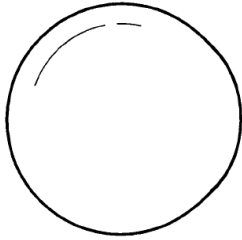
172. 공간에 원점에서 출발하여 z 축 위를 매초 2씩 양의 방향으로 움직이는 점 P와 두 점 $A(2, 0, 0), B(0, 2, 0)$ 이 있다. $t=2$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이의 증가 속도는?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}\sqrt{2}$

상 중 아

173. 오른쪽 그림과 같이 구 모양의 공이 있다. 이 공에 일정한 속도로 바람을 넣어 공을 확장시킨다. 이 공에 바람을 넣어 부피가 커지는 속도는 분당 5이다. 공의 모양의 계속하여 구의 모양을 유지한다고 가정하자. 공의 반지름의 길이가 15가 되는 순간 공의 반지름의 길이의 변화율은?

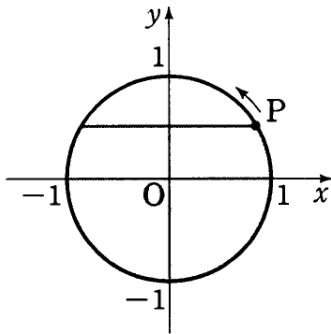


[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{180\pi}$ ② $\frac{\pi}{180}$ ③ $\frac{1}{150\pi}$
- ④ $\frac{\pi}{150}$ ⑤ $\frac{1}{120\pi}$

상 중 아

174. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 P가 점 (1, 0)에서 출발하여 원점을 중심으로 매초 $\frac{1}{40}$ (라디안)의 일정한 속력으로 원 위를 시계 반대 방향으로 움직이고 있다. 점 P에서 x축에 평행한 직선을 그을 때, 원과 직선으로 둘러싸인 색칠한 부분의 넓이(직선 아래부분)를 S라 하자. 점 P가 점 $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ 을 지나는 순간, 넓이 S의 시간(초)에 대한 변화율은 $\frac{b}{a}$ 이다. 이 때, a+b의 값을 구하시오. (단, a와 b는 서로소인 자연수이다.)

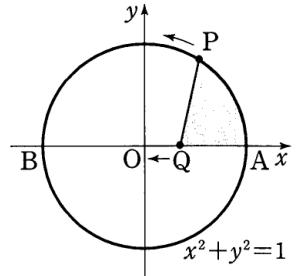


[인터넷 수능]

상 중 아

175. 그림과 같이 좌표평면에서 원

$x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 P는 점 A(1, 0)에서 출발하여 원 둘레를 따라 시계 반대 방향으로 매초 $\frac{\pi}{2}$ 의 일정한 속력으로 움직이고 있다. 점 Q는 점 A에서 출발하여 점 B(-1, 0)을 향하여 매초 1의 일정한 속력으로 x축 위를 움직이고 있다. 점 P와 점 Q가 동시에 점 A에서 출발하여 t초가 되는 순간, 선분 PQ, 선분 QA, 호 AP로 둘러싸인 색칠한 부분의 넓이(APQ)를 S라 하자. 출발한 지 1초가 되는 순간, 넓이 S의 시간(초)에 대한 변화율은?

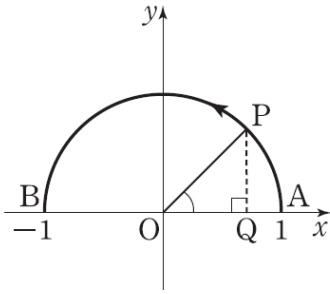


[인터넷 수능]

- ① $\frac{\pi}{4} - 1$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{3}$
- ④ $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\pi}{4} + 1$

상 중 하

176. 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 두 점 $A(1,0)$, $B(-1,0)$ 을 지름의 양끝으로 하는 반원이 있다. 점 A 에서 점 B 까지 반원 위를 움직이는 점 P 에 대하여 호 AP 의 길이는 매초 2만큼씩 증가한다. 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q 라 하고, 출발 후 t

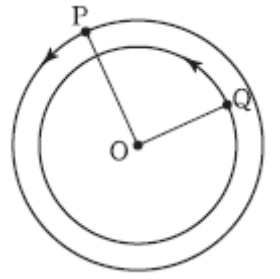


초인 시각에서의 \overline{OQ} 의 길이를 $f(t)$ 라 할 때, $t = \frac{\pi}{3}$ 인 순간 $f(t)$ 의 변화율은?

- ① $-\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ -1
- ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

상 중 하

177. 오른쪽 그림과 같이 두 점 P , Q 는 정점 O 를 중심으로 각각 반지름의 길이가 10 cm , 8 cm 인 동심원을 그리며 서로 다른 속도로 원 위를 움직이고 있다. 점 P 는 1분에 1바퀴, 점 Q 는 1분에 2바퀴를 도는 속도로 일정하게 회전하고 있을 때, 처음으로



$\angle POQ = \frac{\pi}{3}$ 가 되도록 P , Q 가 서로 가까워지는 순간 선분 PQ 의 길이의 변화율은? (단, 단위는 라디안/초 이다.)

021

통합 유형

상 > 증 > 아

178. 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 양수 x 에서 정의된 함수 $F(x)$ 가

$$F(x) = \frac{f(x)}{1+x^2} + \frac{f(x)}{(1+x^2)^2} + \dots + \frac{f(x)}{(1+x^2)^n} + \dots$$

이고, $f(2) = -3f'(2) = 5$ 일 때, $F'(2)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[인터넷 수능]

상 > 증 > 아

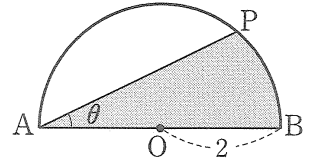
179. $f(x) = 1 + e^{-\ln x} + e^{-2\ln x} + \dots + e^{-n\ln x} + \dots$ 에 대하여 $f(2) \times f'(2)$ 의 값은? (단, $x > 1$)

- ① -2 ② -1 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 4

[인터넷 수능]

상 > 증 > 아

180. 오른쪽 그림에서 점 P는 반지름의 길이가 2인 반원 위를 움직인다. $\angle PAB = \theta$ 에 대하여 색칠한 부분의 넓이를 S 라 할 때, $\theta = \frac{\pi}{6}$ 에서 $\frac{dS}{d\theta}$ 의 값은?



- ① $2\sqrt{3}+4$ ② $4\sqrt{3}+2$ ③ $2+3\sqrt{2}$
- ④ 4 ⑤ 6

상 > 증 > 아

181. $A = 1 + 2 + 3 + \dots + 10$, $B = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$ 이라 할 때, 함수 $f(x) = (1+x)(1+2x)(1+3x)\dots(1+10x)$ 에 대하여 $f''(0)$ 의 값을 A 와 B 로 나타내면?

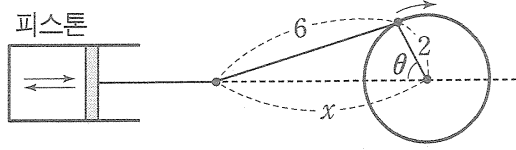
- ① $A+B$ ② $A-B$ ③ A^2+B
- ④ A^2-B ⑤ A^2+B^2

[인터넷 수능]

상 증 하

182. 오른쪽 그림은

반지름의 길이가 2인 바퀴가 피스톤에 연결되어 시계 방향으로 회전하는 엔진의 구조이다.



그림에서 θ 가 매초 5rad 의 일정한 속력으로 변하도록 바퀴가 회전할 때, 피스톤이 움직이는 속도 $\frac{dx}{dt}$ 를 x 와 θ 의 식으로 나타내면?

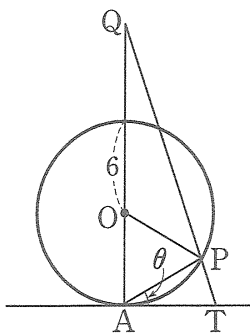
[인터넷 수능]

- ① $\frac{dx}{dt} = \frac{10x \sin \theta}{2 \cos \theta - x}$
- ② $\frac{dx}{dt} = \frac{10x \cos \theta}{2 \cos \theta - x}$
- ③ $\frac{dx}{dt} = \frac{10x \sin \theta}{2 \cos \theta + x}$
- ④ $\frac{dx}{dt} = \frac{10x \cos \theta}{2 \cos \theta + x}$
- ⑤ $\frac{dx}{dt} = \frac{4x \cos \theta + x}{2 \cos \theta - x}$

상 증 하

183. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가

6인 원 O 위의 한 정점 A 와 동점 P 에 대하여 $\overline{AP} = \overline{AT}$ 가 되도록 점 T 를 점 A 에서의 원 O 의 접선 위에 잡는다. 직선 TP 와 직선 AO 의 교점을 Q , $\angle PAT = \theta$, $f(\theta) = \overline{AQ}$



라 할 때, $f'(\frac{\pi}{6})$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[인터넷 수능]

- ① -6
- ② -3
- ③ 1
- ④ 3
- ⑤ 5

상 증 하

184. 곡선 $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ 위의 점 $x=t$ 인 점에서 접선을 그을

때, 이 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(t)$ 라고 하자. $S(t)$ 는 $t=a$ 일 때 최대이고 최댓값은 b 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

185. 함수 $f(x) = e^{\frac{x}{3}}$ 에 대하여 $f(x)$ 를 n 번 미분한 함수를

$f^{(n)}(x)$ 라 하고, 함수 $F(x)$ 를 $F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f^{(n)}(x)$ 로 정의 할 때,

$F(3)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{3}e$
- ② $\frac{1}{2}e$
- ③ e
- ④ $2e$
- ⑤ $3e$

상 중 하

186. 두 곡선 $f(x) = e^{-x} - 1$, $g(x) = x^2$ 위의 점 $A(t, f(t))$, $B(t, g(t))$ 에 대하여 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M - m$ 의 값은? (단, $-1 \leq t \leq 3$)

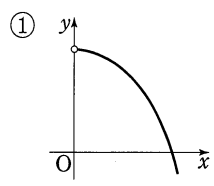
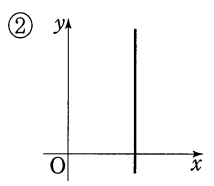
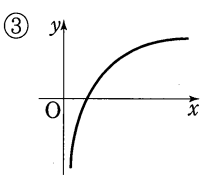
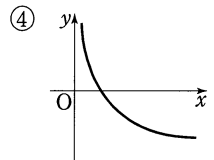
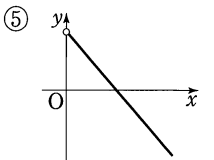
[인터넷 수능]

- ① $-3e$ ② $-e + 1$ ③ e
- ④ $e - 1$ ⑤ $3e$

상 중 하

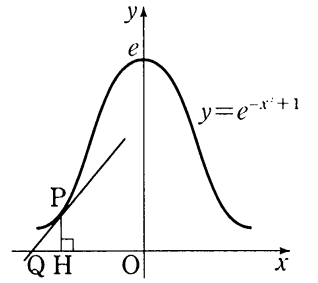
187. 정의역이 $\{x | x \text{는 양의 실수}\}$ 인 함수 $f(x)$ 가 정의역 내에서 미분가능하고 $y = f(x)$ 위의 한 점 $(a, f(a))$ 에서 접선의 방정식이 $y = -\frac{3}{a}x + f(a) + 3$ 이다. 다음 중 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형이 될 수 있는 것은?

[인터넷 수능]

- ① 
- ② 
- ③ 
- ④ 
- ⑤ 

상 중 하

188. 곡선 $y = e^{-x^2+1}$ 가 오른쪽 그림과 같다. 이 곡선 위의 한 점 $P(a, e^{1-a^2})$ 에서 그은 접선과 x 축이 만나는 점을 Q 라 하고, 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 삼각형 PQH 의 넓이가 최대일 때, a 의 값은? (단, $a \leq -1$)



- ① $-\sqrt{2}$ ② $-2 - \sqrt{2}$ ③ -2
- ④ $-\sqrt{2}$ ⑤ -1

상 중 하

189. 양의 실수에서 정의된 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 등식 $f(x) - g(x) = 40\sin x - x^2$ 이 성립하고 양의 실수 x 에 대하여 $f'(x)g'(x) \neq 0$ 이라고 한다. 분수방정식 $\frac{g'(x)}{f'(x)} + \frac{f'(x)}{g'(x)} = 2$ 의 실근의 개수를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 > 중 > 하

190. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\ln \left| \sin \frac{xk}{n} \right| \right) \frac{x}{n}$ 의 이계도함수는?

[인터넷 수능]

- ① $-\tan x$ ② $\tan x$ ③ $-\cot x$
④ $\cot x$ ⑤ $-\operatorname{cosec} x \cot x$