

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $(2^{\log_3 5})^{\log_2 3}$ 의 값은? [2점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

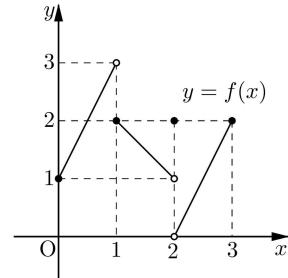
3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 $\frac{a_3}{a_2} + \frac{a_5}{a_4} = 6$ 을 만족시킬 때, $\frac{a_2}{a_1} + \frac{a_5}{a_3}$ 의 값은? [3점]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

2. $\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x^2 + ax} - x) = 4$ 일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

4. 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = k$ 일 때, $f(k) + \lim_{x \rightarrow k^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{10} (a_n + b_n) = 20, \quad \sum_{n=1}^{10} (2a_n - 3b_n) = 30$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

6. 직선 $y = \frac{2}{3}x + 1$ 과 수직인 직선이 x 축의 양의 방향과 이루는

각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right)$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \pi$)

[3점]

- ① $\frac{3\sqrt{17}}{17}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{15}}{5}$ ④ $\frac{3\sqrt{13}}{13}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{14}}{14}$

7. 좌표평면 위의 두 점 $(1, 1)$, $(2, k)$ 를 지나는 직선이

곡선 $y = x^3 - 4x^2 + 5x$ 와 서로 다른 두 점에서만 만날 때,
상수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. $0 < x < \pi$ 에서 방정식 $6\cos^2x + \cos x - 1 = 0$ 의 두 실근을 $x = \alpha, x = \beta$ ($\alpha < \beta$)라 하자. $\tan \alpha \times \tan \beta$ 의 값은? [3점]

① $-8\sqrt{3}$ ② $-4\sqrt{6}$ ③ $-4\sqrt{3}$ ④ $-2\sqrt{6}$ ⑤ $-2\sqrt{3}$

9. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x-1) \int_0^x f(t)dt \geq 0$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

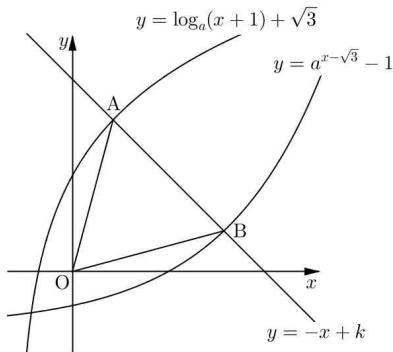
① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

10. 그림과 같이 두 곡선

$$y = \log_a(x+1) + \sqrt{3}, \quad y = a^{x-\sqrt{3}} - 1 \quad (a > 1)$$

과 직선 $y = -x + k$ ($k > 0$)가 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB가 정삼각형이고, 삼각형 OAB의 넓이가 $2\sqrt{3}$ 일 때, $(a+k)^2$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27



11. $a_1 = 1$ 인 수열 $\{a_n\}$ 모든 자연수 n 에 대하여

$$\tan\left(\frac{a_{n+1} + a_n}{4} \times \pi\right) = 1, \quad n \leq a_{n+1} + a_n < n + 4$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{25} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 151 ② 181 ③ 211 ④ 241 ⑤ 271

12. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여
닫힌구간 $[t-2, t]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값을 각각
 $g(t), h(t)$ 라 할 때,

$$g(t) \times h(t) = 0$$

i) 되도록 하는 모든 실수 t 의 값의 범위는 $3 \leq t \leq 7$ 이다.
 $f'(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

13. 이차함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$ 에서 극솟값을 가진다.
 (나) 곡선 $y=g(x)$ 는 $x=4$ 에서 직선 $y=3$ 에 접한다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보기>—
 ㄱ. $f(1) < 0$
 ㄴ. $\int_1^5 |f(x)| dx = -3 \int_1^2 f(x) dx$
 ㄷ. $g(3) = 1$ 일 때, 곡선 $y = |f(x)|$ 와 직선 $y = 9$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는 24이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 다음 조건을 만족시키는 모든 이차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여 $f(3)f'(3)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

(가) $n=1, 2, 3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow n} \left\{ \frac{2}{x-3} \times \frac{g(x)}{f(x)} \right\} = n$

(나) 곡선 $y=f(x)+g(x)$ 는 x 축과 두 점에서만 만난다.

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 수열 $\{a_{2n} - a_{2n-1}\}$ 은 공차가 2인 등차수열이다.
 (나) 수열 $\{a_{2n+1} - a_{2n}\}$ 은 공비가 -2인 등비수열이다.

$a_3 < a_2 = a_4$ 이고, $a_7 = 2a_5$ 일 때, a_{10} 의 최댓값은? [4점]

- ① 13 ② 16 ③ 19 ④ 22 ⑤ 25

단답형

16. 방정식 $\log_2(x+6) + \log_2(x-6) = 2 + \log_2(x-1)$ 의 실근을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 가 $f(1) = 1$, $f'(1) = 5$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)f(x) - 3x}{x-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 자연수 n 에 대하여 두 함수

$$y = x^n, \quad y = 32 - 2^{\frac{n}{2}}$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 n 의
값의 합을 구하시오. [3점]

19. 첫째항이 0이고, 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의
첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$2S_k = 11a_k, \quad a_{k+2} = (a_{k-2})^2$$

을 만족시키는 자연수 k 에 대하여 S_{3k} 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 이차함수

$$g(x) = x^2 - 10x + 24$$

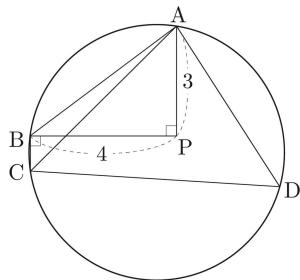
가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 차는 4이다.
 (나) 방정식 $f(g(x)) = 0$ 의 서로 다른 모든 실근의 합은
 15이다.
 (다) 방정식 $f'(g(x)) = 0$ 의 모든 실근은 자연수이다.

$f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 넓이가 $\frac{25}{2}\pi$ 인 원 O 위의 점 A, B, C, D와 원 O 의 내부의 한 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{AP}=3$, $\overline{BP}=4$
 (나) $\angle APB = \angle PBC = 90^\circ$
 (다) 삼각형 ACD의 넓이는 14㎠ 이다.



사각형 ABCD의 둘레의 길이를 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ \int_x^{x+2} g(t) dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 (나) 함수 $|h(x)|$ 는 $x = -2$ 에서만 미분가능하지 않다.

$h(0) = 0$ 일 때, $f(3) + g(3)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 문자 a, a, b, b, c, c 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

① 85 ② 90 ③ 95 ④ 100 ⑤ 105

24. $\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^5$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [3점]

① 85 ② 90 ③ 95 ④ 100 ⑤ 105

25. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{P(B^C)}{P(A^C)} = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, A^C 는 A 의 여집합이다.) [3점]

- ① $\frac{13}{16}$ ② $\frac{27}{32}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ $\frac{29}{32}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

26. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로

a , b 라 하자. 좌표평면에서 곡선 $y = x^2 + ax + b$ 가 x 축과 만나거나 직선 $y = 3x$ 와 한 점에서만 만날 확률은? [3점]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는? [3점]

(가) $x + y + z + w = 14$

(나) $x + y < 4(z + w)$

- ① 598 ② 610 ③ 622 ④ 634 ⑤ 646

28. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. 세 수 a, b, c 중 두 수만 서로 같을 때, 세 수 a, b, c 의 곱 $a \times b \times c$ 가 6의 배수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{13}{30}$ ③ $\frac{7}{15}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{8}{15}$

단답형

29. 숫자 1이 적힌 카드가 3장, 숫자 2와 3이 적힌 카드가 각각 2장씩 총 7장의 카드가 들어 있는 주머니에서 임의로 5장의 카드를 뽑아 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- (가) 숫자 1이 적힌 카드는 2장 이상 선택한다.
(나) 숫자 1이 적힌 카드끼리는 서로 이웃하지 않는다.

30. 그림과 같이 흰 공 1개와 별 무늬가 그려진 흰 공 2개, 검은 공 2개와 별 무늬가 그려진 검은 공이 1개 있다. 이 6개의 공을 서로 다른 네 상자에 남김없이 나누어 넣을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는 p 이다.

- (가) 별 무늬의 공이 2개 이상 들어가는 상자가 있다.
(나) 같은 색의 공이 2개 이상 들어가는 상자가 있다.

$\frac{p}{4}$ 의 값을 구하시오.

(단, 공이 하나도 들어가지 않은 상자가 있을 수 있고, 색과 무늬가 같은 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]



제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 곡선 $x^2 - xy + e^y = 2$ 위의 점 $(-1, 0)$ 에서의 접선의
방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

25. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + bx & (x < 2) \\ e^{x-2} - a & (x \geq 2) \end{cases}$$

이다. 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = (f \circ f)(x)$$

일 때, $g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

26. ◎ 차방정식 $4x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 실근을 $\sin\alpha, \sin\beta$ 라

할 때, $\cos(\alpha+\beta)$ 의 값은? (단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi < \beta < 2\pi$)

[3점]

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|----------------|
| ① $\frac{\sqrt{6}-2}{8}$ | ② $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ | ③ $\sqrt{5}-2$ |
| ④ $\frac{\sqrt{6}+2}{8}$ | ⑤ $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ | |

27. 함수 $f(x) = \frac{1}{9}x(6-x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^{2^n-1} + f(x)}{\{f(x)\}^{2^n} + 1}$$

라 하자. $0 < g(k) < 1$ 을 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 합은?

[3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

28. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = 1$, $\overline{A_1D_1} = \sqrt{3}$ 인 직사각형

$A_1B_1C_1D_1$ 에서 $\angle B_1A_1C_1$ 을 이등분하는 직선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 F_1 이라 하고, $\overline{A_1E_1} = \overline{A_1F_1}$ 이 되도록 선분 A_1D_1 위의 점 E_1 을 잡는다. 세 점 A_1, E_1, F_1 을 지나는 원이 선분 A_1C_1 과 만나는 점을 G_1 이라 하고, 선분 A_1C_1, A_1E_1, C_1F_1 및 호 E_1F_1 로 둘러싸인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

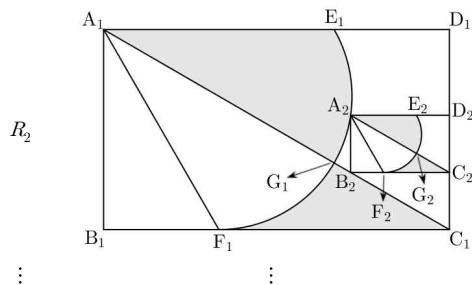
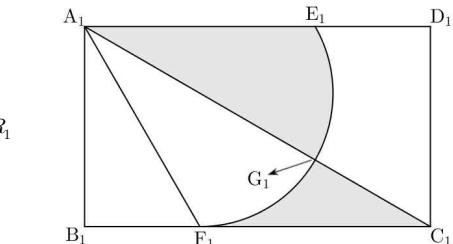
그림 R_1 에서 호 E_1F_1 위의 점 A_2 , 선분 A_1C_1 위의 점 B_2 및 선분 C_1D_1 위의 두 점 C_2, D_2 를 꼭짓점으로 하고,

$\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2} = 1 : \sqrt{3}$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다.

그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부에 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림

R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때,

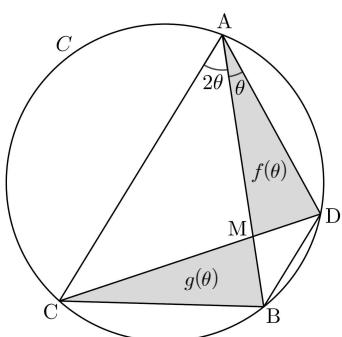
$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- | | | |
|----------------------------|---------------------------|----------------------------|
| ① $\frac{47\sqrt{3}}{135}$ | ② $\frac{16\sqrt{3}}{45}$ | ③ $\frac{49\sqrt{3}}{135}$ |
| ④ $\frac{10\sqrt{3}}{27}$ | ⑤ $\frac{17\sqrt{3}}{45}$ | |

단답형

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원 C 위에 $\overline{AB} = \sqrt{3}$ 인 두 점 A, B가 있다. 원 C 위에 두 점 C, D를 $\angle CAB = 2\theta$, $\angle DAB = \theta$, $\angle ACB < \angle ADB$ 가 되도록 잡는다.
 선분 AB와 CD가 만나는 점을 M이라 할 때, 삼각형 AMD의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 BMC의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.
- $$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) - g(\theta)}{\overline{CM}} = k$$
- 일 때,
- $80k$
- 의 값을 구하시오.
-
- (단,
- $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$
-) [4점]



30. $0 < k < 4$ 인 실수 k 와 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $y = f(e^{f(x)})$ 가 $x = 0$, $x = k$, $x = 4$ 에서 최댓값 또는 최솟값을 가질 때, $f'(1)$ 의 최솟값은 m 이다. e^{8m} 의 값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (-2, 1)$ 에 대하여 벡터 $2\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 좌표평면에서 두 직선 $x+1 = \frac{y}{2}$, $-x = \frac{y-1}{3}$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

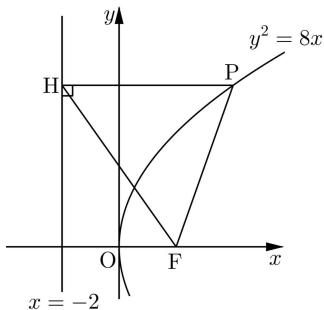
- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{4\sqrt{2}}{7}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{8}$

25. 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 P에서
직선 $x = -2$ 에 내린 수선의 끝을 H라 하자.

$\cos(\angle PFO) = -\frac{1}{3}$ 일 때, 삼각형 PHF의 넓이는?

(단, O는 원점이다.) [3점]

- ① $6\sqrt{2}$ ② $8\sqrt{2}$ ③ $10\sqrt{2}$ ④ $12\sqrt{2}$ ⑤ $14\sqrt{2}$



26. 좌표평면에서 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가

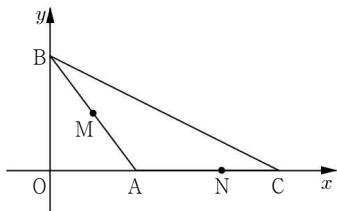
$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{5}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|^2$$

을 만족시킨다. 두 벡터 $\vec{a}, 2\vec{a} - 3\vec{b}$ 가 서로 수직일 때,
 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{33}$ ② 6 ③ $\sqrt{39}$ ④ $\sqrt{42}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

27. 좌표평면 위의 세 점 $A(3, 0)$, $B(0, 4)$, $C(8, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 에 대하여 선분 AB 의 중점을 M , 선분 AC 를 $3:2$ 로 내분하는 점을 N 이라 하자. $|\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}| = k$ 인 직선 BC 위의 점 P 가 오직 하나뿐일 때, 상수 k 의 값은?
[3점]

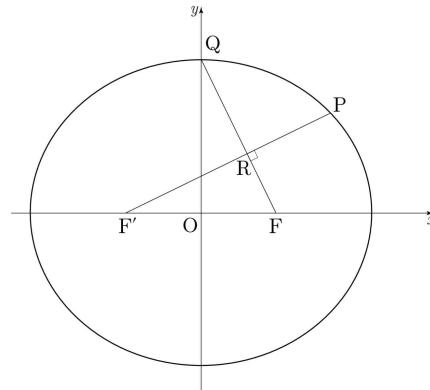
- ① $\frac{9\sqrt{5}}{10}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\frac{11\sqrt{5}}{10}$ ④ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{13\sqrt{5}}{10}$



28. 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{20} = 1$ 위의 두 점 P, Q 와 타원의 두 초점 F, F' 에 대하여 두 선분 PF' , QF 의 교점을 R 라 하자. 세 점 P, Q, R 가 다음 조건을 만족시킬 때, 선분 PF 의 길이는? (단, 두 점 P, F 의 x 좌표는 모두 양수이다.) [4점]

(가) 점 Q 의 x 좌표는 0° 이다.

(나) $\angle PRQ = \frac{\pi}{2}$

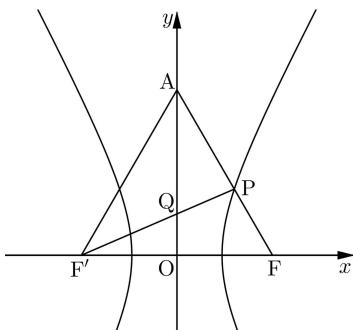


- ① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

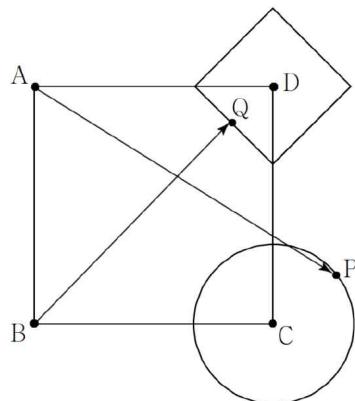
단답형

29. 그림과 같이 좌표평면 위에 두 초점이 각각 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이고 주축의 길이가 6인 쌍곡선이 있다. 두 점 F , F' 및 y 축 위의 한 점 A 를 세 꼭짓점으로 하는 정삼각형 AFF' 에 대하여 선분 AF 가 이 쌍곡선과 만나는 점을 P 라 하고, 선분 $F'P$ 가 y 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 좌표평면의 원점 O 에 대하여 $\overline{AQ} = 3\overline{OQ}$ 일 때, 삼각형 AFF' 의 한 변의 길이는 $a + b\sqrt{19}$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이고, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.)

[4점]



30. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 점 C 를 중심으로 하고 반지름이 1인 원을 C 라 하고, 두 꼭짓점이 각각 선분 AD , CD 위에 있고, 두 대각선의 교점을 D 로 하는 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 정사각형을 R 라 하자. 원 C 위를 움직이는 점 P 와 정사각형 R 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BQ}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



20 20