

CRYING CHEETAH

수능특강 선별자료 2025 VER.

미적분



MEMO

A large empty rectangular box with a thin red border, intended for writing a memo.

1. 수열의 극한

Level 2 2번

1 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $5n^2 + 2n < 4na_n + b_n < 5n^2 + 4n + 10$ 이다.

(나) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+4)a_n}{2n^2+n} = \frac{1}{2}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{n^2}$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5

Level 2 3번

2 $0 < k < 1$ 인 상수 k 와 2 이상의 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 원점 O 와 두 점 $A_n\left(2 - \frac{k}{n}, 0\right)$, $B_n\left(2, \frac{1}{n}\right)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OA_nB_n 의 외접원의 반지름의 길이를 R_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = \frac{5}{4}$ 일 때, k 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{17}{24}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{19}{24}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

Level 3 2번

3 모든 항이 실수인 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\left(\frac{1+i}{2}\right)^n = a_n + b_n \times i$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}^2 + b_{n+1}^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^n}{a_n^2 + b_n^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^n}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

Level 3 3번

4 그림과 같이 1보다 큰 상수 α 와 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^\alpha$ ($x > 0$) 위의 점 $P(n, n^\alpha)$ 과 점 $R(0, (-\alpha + 1)n^\alpha)$ 이 있다. 음의 실수 t 에 대하여 점 $Q(t, 0)$ 이 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 을 만족시킬 때, 직선 PQ 와 x 축이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \theta = \frac{\pi}{4}$ 일 때, 상수 α 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

MEMO

A large empty rectangular box with a thin brown border, intended for writing a memo.

2. 급수

Level 1 3번

1 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + n^2 - 3n}{2a_n + 3n^2 - n}$ 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{4}{15}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{2}{5}$

⑤ $\frac{7}{15}$

Level 2 3번

2 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 양수 k 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - ka_n}{a_n} = 1$ 이다.

(나) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 a_n + 7a_n^2}{a_n^2 + n^4} = 1$

k 의 값을 구하시오.

Level 2 4번

3 $a_1 = 1, a_2 = 2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n a_{n+1} a_{n+2} = \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은?

① $\frac{7}{2}$

② $\frac{11}{3}$

③ $\frac{23}{6}$

④ 4

⑤ $\frac{25}{6}$

Level 3 3번

4 3의 배수인 자연수 p 에 대하여 첫째항이 p 이고 공비가 $\frac{3}{4}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 첫째항이 6이고 공비가 $\frac{2p-10}{p-2}$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 이 $\sum_{n=1}^{\infty} (b_n - a_n) = q$ 를 만족시킨다. $p + q$ 의 값은? (단, q 는 상수이다.)

① -8

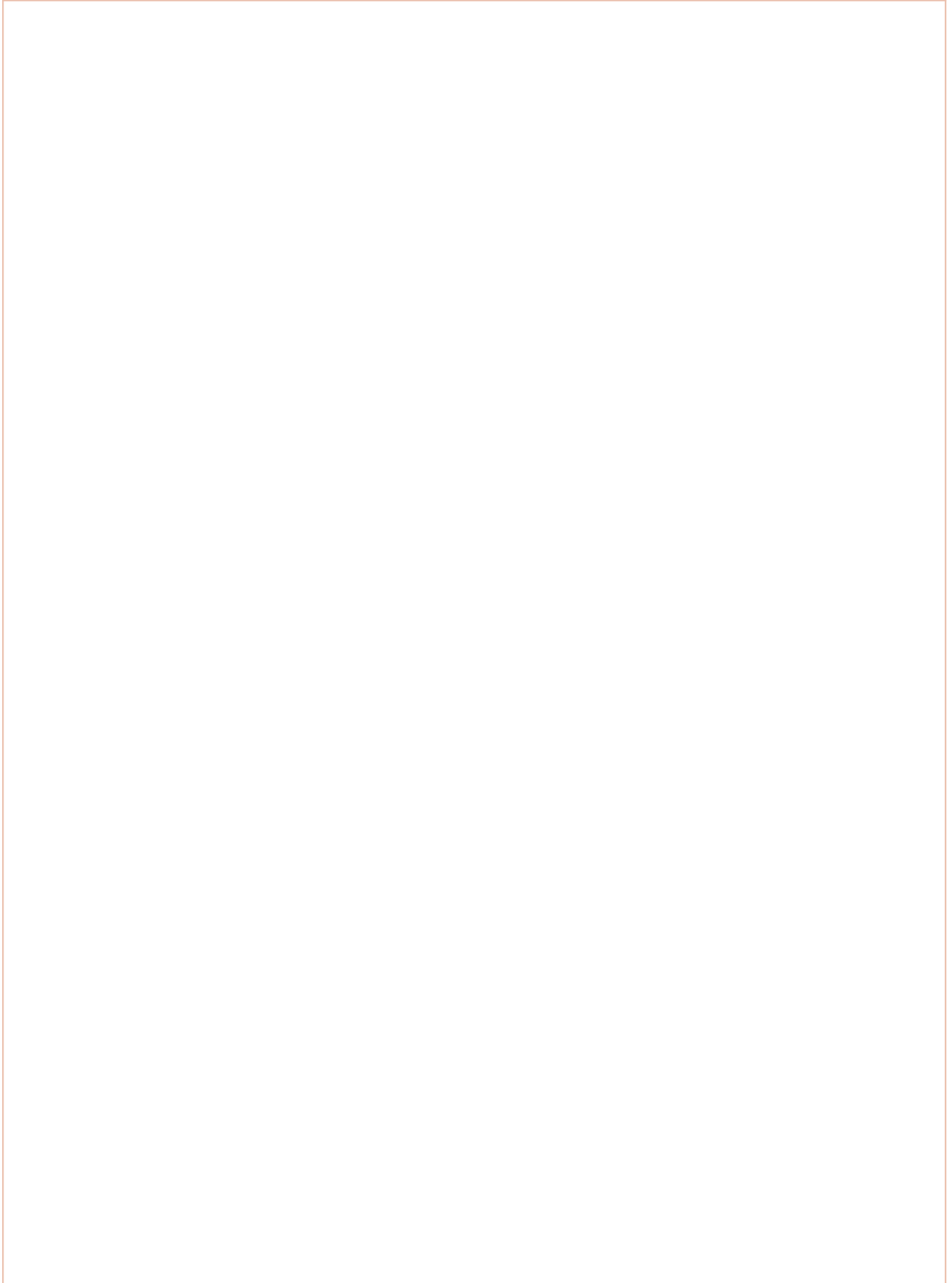
② -7

③ -6

④ -5

⑤ -4

MEMO





3. 여러 가지 함수의 미분

Level 2 3번

1 $0 < \alpha < \beta < \gamma < 2\pi$ 인 세 실수 α, β, γ 가
 $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0, \cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 0$
 을 만족시킬 때, $\tan(\beta - \alpha) + \tan(\gamma - \beta)$ 의 값은?

- ① $-2\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{3}$ ③ 0 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

Level 2 8번

2 함수 $f(x) = \sin x \cos x$ 와 자연수 n 에 대하여 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 x 에 대한 방정식 $f'(x) = \frac{1}{n}$ 이 서로
 다른 모든 실근의 합을 $g(n)$ 이라 하자. $\sum_{k=1}^{10} g(k)$ 의 값은?

- ① 36π ② 37π ③ 38π ④ 39π ⑤ 40π

Level 3 2번

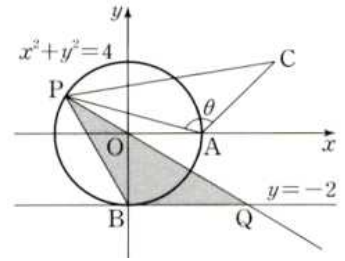
3 양수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 에 대하여 $(n+2)$ 개의 수 $1, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, e^2$ 은 이 순서대로 등차수열을 이루고,
 양수 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ 에 대하여 $(n+2)$ 개의 수 $1, b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, e^2$ 은 이 순서대로 등비수열을 이룬다.
 $f(n) = 1 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + e^2, g(n) = 1 + b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n + e^2$

이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g(n)}{f(n)}$ 의 값은?

- ① $\frac{e^2 - 2}{1 + e^2}$ ② $\frac{e^2 - 1}{1 + e^2}$ ③ $\frac{e^2}{1 + e^2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{e^2 + 2}{1 + e^2}$

Level 3 4번

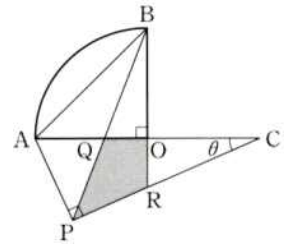
- 4 그림과 같이 좌표평면에서 세 점 $A(2, 0)$, $B(0, -2)$, $C(4, 2)$ 와 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 제2사분면에 있는 점 P 에 대하여 직선 PO 와 직선 $y = -2$ 가 만나는 점을 Q 라 하고, $\angle PAC = \theta$ 라 하자. 삼각형 PBQ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{3\pi}{4}^-} \{(3\pi - 4\theta)S(\theta)\}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

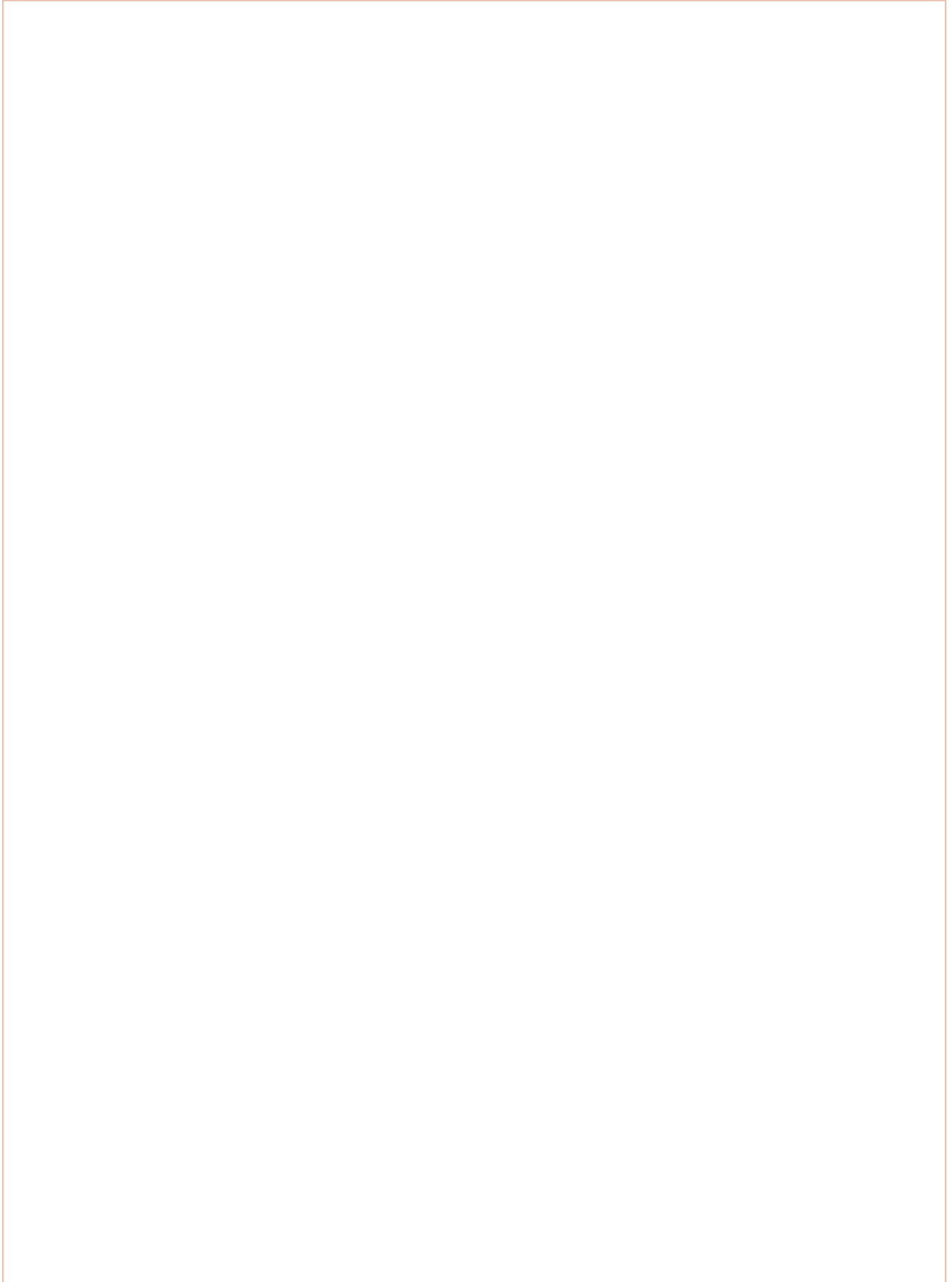
Level 3 5번

- 5 그림과 같이 $\overline{OA} = \overline{OB} = 1$ 이고 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 AOB 가 있다. 선분 OA 를 1 : 2로 외분하는 점 C 에 대하여 $\angle CPA = \frac{\pi}{2}$, $\angle PCA = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)인 점 P 를 선분 OA 와 선분 BP 가 만나도록 정한다. 두 선분 OA , BP 가 만나는 점을 Q , 두 직선 OB , CP 가 만나는 점을 R 이라 할 때, 사각형 $OQPR$ 의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta}$ 의 값은?



- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

MEMO





4. 여러 가지 미분법

Level 2 1번

- 1 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $f(1) \times f'(1) \neq 0$ 인 함수 $f(x)$ 에 대하여 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \frac{f(x)e^x}{x^k + 1}$$

이라 하자. $\frac{g(1)}{f(1)} = \frac{g'(1)}{f'(1)}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

Level 2 6번

- 2 매개변수 t ($0 < t < 4$)로 나타낸 곡선 $x = 3 + \ln \frac{2}{4-t}$, $y = 1 + t^2$ 에 접하고 기울기가 m 인 직선의 개수가 1일 때, 이 직선이 곡선과 접하는 점의 좌표를 (a, b) 라 하자. $m + a + b$ 의 값을 구하시오.

Level 2 7번

- 3 곡선 $e^{2x} - ke^{x+y} + y^2 = -4$ 가 x 축과 서로 다른 두 점 P, Q에서 만나고, 곡선 위의 두 점 P, Q에서의 접선의 기울기의 차가 $\frac{6}{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, $k > 4$)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

Level 3 1번

4 두 함수 $f(x) = e^{|\cos \pi x|}$, $g(x) = ax^3 + ax - 2a + 1$ 에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$ 가 열린구간 $(0, 2)$ 에서 미분 가능하도록 하는 양수 a 의 최댓값은?

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

Level 3 2번

5 $0 < t < \frac{5}{2}$ 인 실수 t 에 대하여 열린구간 $(0, \pi)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2tx - t \cos x - 5 \sin x$ 가 있다. x 축에 평행한 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프에 접할 때 접점의 x 좌표를 $g(t)$ 라 하면 함수 $g(t)$ 는 열린구간 $(0, \frac{5}{2})$ 에서 미분가능하다. $g(\alpha) = \frac{\pi}{6}$ 인 실수 α 에 대하여 $\alpha \times g'(\alpha)$ 의 값은?

- ① $-\frac{7\sqrt{3}}{8}$ ② $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ③ $-\frac{5\sqrt{3}}{8}$ ④ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $-\frac{3\sqrt{3}}{8}$

Level 3 3번

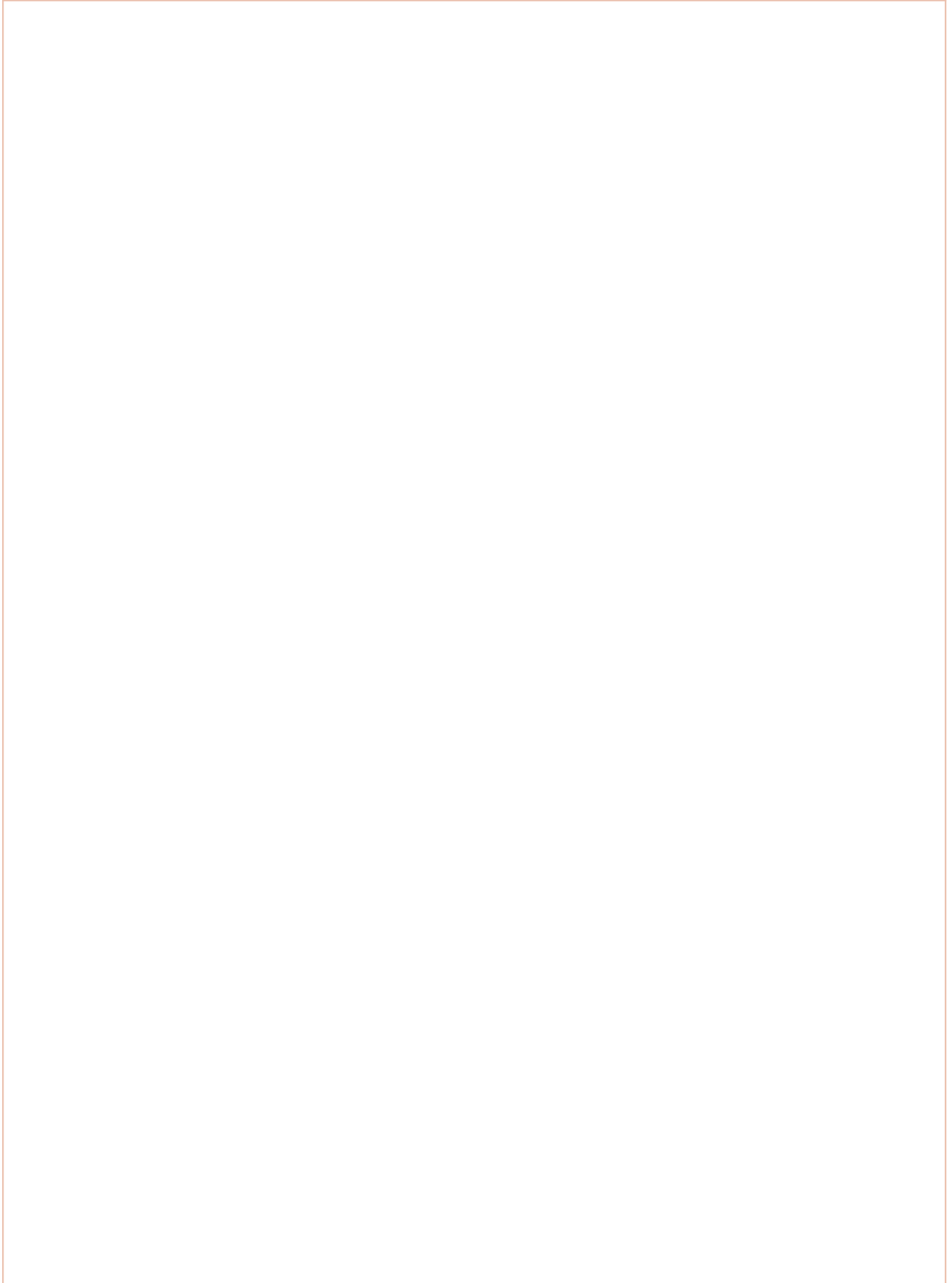
6 함수 $f(x) = e^{ax} - e^{-ax}$ ($a < 0$)의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 등식

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{f(x) + g(x)}{(x-b)g\left(x - \frac{3}{2}\right)} = -\frac{4a^3 + a}{2f''\left(\frac{3}{2}\right)}$$

를 만족시키는 실수 b 가 존재할 때, 상수 a 의 값은?

- ① $-\frac{5}{3} \ln 2$ ② $-\frac{4}{3} \ln 2$ ③ $-\ln 2$ ④ $-\frac{2}{3} \ln 2$ ⑤ $-\frac{1}{3} \ln 2$

MEMO





5. 도함수의 활용

Level 2 4번

1 함수 $f(x) = (x^2 + a)e^x$ 에 대하여 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a 는 실수이다.)

[보기]

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖기 위한 a 의 값의 범위는 $a < 1$ 이다.
 ㄴ. 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점이 존재하면 함수 $f(x)$ 는 극값을 갖는다.
 ㄷ. $a > 0$ 일 때, 함수 $\frac{1}{f(x)}$ 이 극댓값 M , 극솟값 m 을 가지면 $M \times m > \frac{e^2}{4}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Level 2 6번

2 열린구간 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \cos^2 x + 7 \cos x$ 가 있다. 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선 중 y 절편이 최대인 직선이 곡선과 접하는 점을 P라 할 때, 점 P의 y 좌표는?

- ① $\frac{21}{16}$ ② $\frac{23}{16}$ ③ $\frac{25}{16}$ ④ $\frac{27}{16}$ ⑤ $\frac{29}{16}$

Level 2 7번

3 $\frac{2}{e} \leq x \leq 2e^2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax \leq \ln \frac{x}{2} \leq bx$ 가 성립할 때, $b - a$ 의 최솟값은? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① $\frac{e+1}{4e}$ ② $\frac{e+1}{2e}$ ③ $\frac{e^2+1}{4e}$ ④ $\frac{e^2+1}{2e}$ ⑤ $\frac{e^2+1}{e}$

Level 3 1번

4 함수 $f(x) = 2\sqrt{x} - \ln x$ 가 있다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 두 점 $A(a, f(a))$, $B(b, f(b))$ 에 대하여 점 A에서의 접선을 l , 점 B에서의 접선을 m 이라 하자. [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a < b$)

[보기]

- ㄱ. 두 직선 l, m 이 서로 평행하면 $ab > 4$ 이다.
- ㄴ. $a > 1$ 이면 $0 < (\text{직선 AB의 기울기}) \leq \frac{1}{4}$ 이다.
- ㄷ. 두 직선 l, m 이 서로 수직이면 $|f'(a) - f'(b)|$ 의 최솟값은 2이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Level 3 2번

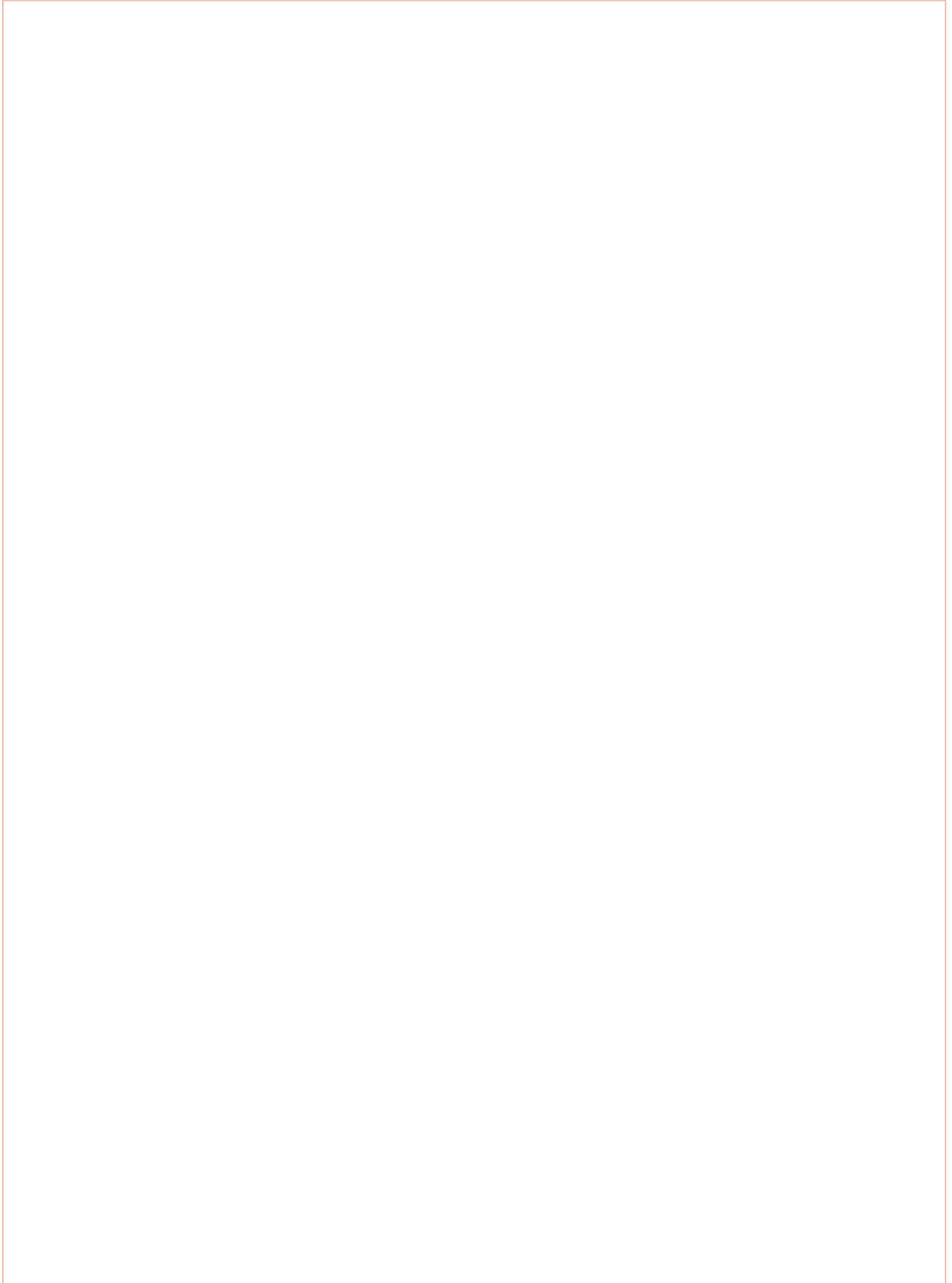
5 자연수 n 과 실수 k 에 대하여 곡선 $y = \ln(n+x) - \ln(n-x)$ 가 직선 $y = kx$ 와 만나는 서로 다른 점의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} a_n = 16$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 범위가 $p < k \leq q$ 일 때, $70pq$ 의 값을 구하시오.

Level 3 3번

6 $f(0) = 0$ 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x) = f'(x)e^{-f(x)}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$)

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극값을 갖는다.
- (나) 실수 t 에 대하여 방정식 $|g(x)| = t$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수를 $h(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow g(k)^+} h(t) \neq \lim_{t \rightarrow g(k)^-} h(t)$ 인 모든 양수 k 의 값의 합은 3이다.

MEMO





6. 여러 가지 적분법

Level 2 2번

1 1보다 큰 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int_0^1 \frac{1}{4 + (x-1)e^t} dt$$

일 때, $f'(2)$ 의 값은?

- ① $\frac{1-e}{5(e+4)}$ ② $\frac{1-e}{4(e+4)}$ ③ $\frac{1-e}{3(e+4)}$ ④ $\frac{1-e}{2(e+4)}$ ⑤ $\frac{1-e}{e+4}$

Level 2 3번

2 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = \int_x^{2x} \frac{\ln t}{t^2} dt$ 가 $x = a$ 에서 최댓값 b 를 가질 때, 두 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

Level 2 4번

3 $0 \leq x \leq 1$ 일 때, x 에 대한 방정식

$$2\pi \int_0^{2\pi} |t-x| \cos 2\pi t dt = x \sin 4\pi x$$

의 서로 다른 실근의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

Level 3 1번

4 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 다항함수 $g(x) = x^2 + \int_0^1 (x+t)g(t)dt$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \int_0^{g(x)} e^{f(t)} dt$$

라 하자. 함수 $h(x)$ 가 $x = k$ 에서 극솟값을 가질 때, $g(2k)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.)

- ① $-\frac{8}{3}$ ② $-\frac{17}{6}$ ③ -3 ④ $-\frac{19}{6}$ ⑤ $-\frac{10}{3}$

Level 3 2번

5 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$ ($a < b$)에서만 만나고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(a) = g(a+2) = 0$ (나) $f\left(\frac{a+b}{2}\right) > g\left(\frac{a+b}{2}\right)$

$g(-1) = 1$ 이고 $f''(1) = 0$ 일 때, $\int_5^6 \frac{\left(\frac{5}{x}-2\right)g(x)}{f(x)} dx$ 의 값은?

- ① $\ln \frac{3}{2}$ ② $\ln \frac{5}{2}$ ③ $\ln \frac{7}{2}$ ④ $\ln \frac{9}{2}$ ⑤ $\ln \frac{11}{2}$

Level 3 3번

6 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{xf'(x)}{1+\pi^{f'(x)}} dx$ 의 값은?

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이다.

(나) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 12$

(다) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 12$

- ① $2\pi - 12$ ② $3\pi - 12$ ③ $4\pi - 12$ ④ $5\pi - 12$ ⑤ $6\pi - 12$

MEMO



7. 정적분의 활용

Level 2 1번

1 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 곡선 $y = 4 \sin x \cos x - 6 \sin x + 2 \cos x - 3$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $6\sqrt{3} - 2\pi$ ② $7\sqrt{3} - 2\pi$ ③ $8\sqrt{3} - 2\pi$ ④ $9\sqrt{3} - 2\pi$ ⑤ $10\sqrt{3} - 2\pi$

Level 3 1번

2 자연수 n 에 대하여 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = nx(1-x^2)^n$$

이라 하자. 함수 $f(x)$ 가 $x = a_n$ 에서 최댓값을 갖는다고 할 때, 닫힌구간 $[0, a_n]$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $x = a_n$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ ② $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{e}\right)$ ③ $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{e\sqrt{e}}\right)$ ④ $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{e^2}\right)$ ⑤ $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{e^2\sqrt{e}}\right)$

Level 3 3번

3 양의 상수 a 에 대하여 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 에서 정의된 두 함수 $f(x) = a \sec x$, $g(x) = 2 \sin x \cos x$ 의 그래프가 단 한 점에서만 만나고 그 점에서의 접선이 서로 일치한다. 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{2\sqrt{3}}{9} \ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{1}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{9} \ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{1}{3}$ ③ $\frac{2\sqrt{3}}{9} \ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{1}{4}$
 ④ $\frac{2\sqrt{3}}{9} \ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{3}}{9} \ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{1}{6}$

정답

1. 수열의 극한

1. ① 2. ③ 3. ② 4. ①

2. 급수

1. ③ 2. 3 3. ⑤ 4. ③

3. 여러 가지 함수의 미분

1. ① 2. ② 3. ② 4. ④ 5. ⑤

4. 여러 가지 미분법

1. 2 2. 16 3. ① 4. ② 5. ③ 6. ④

5. 도함수의 활용

1. ③ 2. ⑤ 3. ④ 4. ② 5. 5 6. 4

6. 여러 가지 적분법

1. ① 2. ① 3. ③ 4. ② 5. ② 6. ⑤

7. 정적분의 활용

1. ① 2. ① 3. ②