목록

깨단수학 실력진단 테스트

약점보완 테스트 3회

학 교 : ____________ 학 년 : ________ 이 름 : ____________

1. 두 수 a, b가 집합 $\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$의 원소일 때, 두 집합 $A=\{x|(a^2-2a)x=a\}$, $B=\{x|(b^2-b-2)x=b+1\}$에 대하여 집합 A가 집합 B의 진부분집합이 되도록 하는 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는?

① 7개 ② 9개 ③ 11개
④ 13개 ⑤ 15개

$a(a-2)x=a$ $(b-2)(b+1)x=b+1$

i) $a=-2,-1,1$:
$\therefore b=-1$ 3개

~~ii) a=0 :~~

iii) $a=2$:
~~b=2~~ 안 아니면 됨! 4개

2. 함수 $y=\sqrt[3]{\dfrac{x^5}{10}}\div x^{\log x}$이 최댓값을 가질 때의 x의 값은?

① $\sqrt[3]{10^2}$ ② $\sqrt[3]{10^4}$ ③ $\sqrt[6]{10^5}$
④ $\sqrt{10^7}$ ⑤ $\sqrt[7]{10^6}$

$\log y=\frac{1}{3}\log\frac{x^5}{10}-(\log x)^2$

$=\frac{5}{3}\log x-\frac{1}{3}-(\log x)^2$

$=-(\log x)^2+\frac{5}{3}\underbrace{\log x}_{t}-\frac{1}{3}$

$t=-\dfrac{\frac{5}{3}}{2\times(-1)}$ $\therefore \log x=\frac{5}{6}$

$=\frac{5}{6}$ $x=10^{\frac{5}{6}}$

3. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [2009년 교육청]

<보 기>

ㄱ. 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$일 때, $f(x)$가 미분가능하면 $f'(-x)=f'(x)$이다.

ㄴ. 임의의 실수 x에 대하여 $|f(x)|\le Mx^2$이면 $f'(0)=0$이다. (단, M은 양의 상수이다.) $f(0)=0$

ㄷ. $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(c+h)+f(c-h)-2f(c)}{h}=0$이면 $f(x)$는 $x=c$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ) $-f'(-x)=-f'(x)$
$\therefore f'(-x)=f'(x)$

ㄴ) $|f(x)|\le Mx^2$

$|f(x)-f(0)|\le Mx^2$

$\left|\dfrac{f(x)-f(0)}{x}\right|\le M|x|$

$-M|x|\le\dfrac{f(x)-f(0)}{x}\le M|x|$

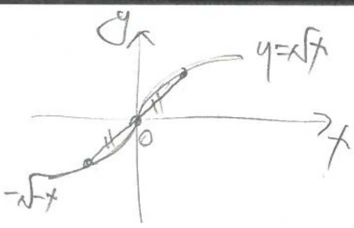
by 샌드위치 $\therefore \lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=0$.

ㄷ. $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(c+h)+f(c-h)-2f(c)}{h}=0$ 이면 $f(x)$는 $x=c$ 미분가능

$\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(c+h)-f(c)+f(c-h)-f(c)}{h}=0$

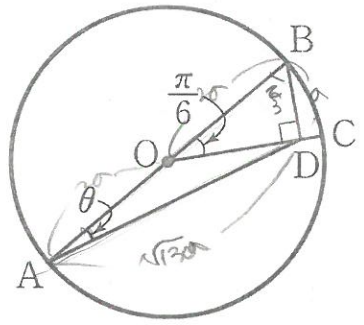
$\lim\limits_{h\to0}\left\{\dfrac{f(c+h)-f(c)}{h}-\dfrac{f(c-h)-f(c)}{(-h)}\right\}=0$

(반례)



$(c=0)$ $\lim\limits_{h\to0+}\dfrac{\sqrt{h}-\sqrt{h}-0}{h}=0$

4. 아래 그림에서 선분 AB는 원 O의 지름이다. 선분 OB와 선분 OC가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$이고, 점 D는 점 B에서 선분 OC에 내린 수선의 발이다. $\angle OAD=\theta$라 할 때, $\tan\theta$의 값을 구하시오.



$\therefore \overline{AD}^2 = (4a)^2 + a^2 - 2\cdot 4a\cdot a\cos\frac{\pi}{3}$

$= 17a^2 - 8a^2\times\frac{1}{2}$

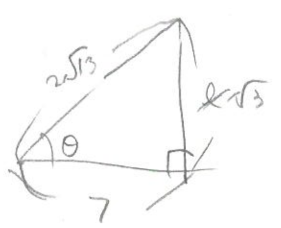
$= 13a^2$

$\therefore \overline{AD} = \sqrt{13}a$

(△ABD에서 cos 법칙)

$\therefore \cos\theta = \frac{4^2+\sqrt{13}^2-1^2}{2\cdot 4\cdot\sqrt{13}}$

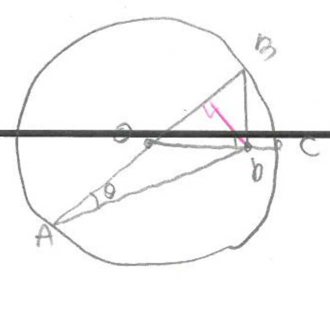
$= \frac{16+13-1}{8\sqrt{13}} = \frac{28}{8\sqrt{13}} = \frac{7}{2\sqrt{13}}$



$l^2 = (2\sqrt{13})^2 - 7^2 = 52-49 = 3$

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{7}$

(다)



5. 모든 실수 x에 대하여 $f(x)>0$인 함수 $f(x)$에 대하여

$$f(2x)\{1+2f'(2x)\}=\{f(2x)\}'\{1+f(2x)\}$$

가 성립한다. $f(0)=1$일 때, $f(1)$의 값은? ①

① $\sqrt{e}$ ② e ③ $2e$
④ e^2 ⑤ e^3

$1+2f'(2x) = \{f(2x)\}'\{\frac{1}{f(2x)}+1\}$

$\therefore 1 = \frac{\{f(2x)\}'}{f(2x)}$ 양변 부정적분!

$\ln f(2x) = x+C$

$\therefore f(2x) = e^{x+C}$

$(x=0)$: $1=e^C$ $\therefore C=0$

$f(2x)=e^x$

$(x=\frac{1}{2})$: $f(1)=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$