

# 수학 영역(나형)

제 2 교시

성명	
----	--

수험번호						3			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

1.  $4^{\frac{1}{2}} \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

2.  ${}_2H_3 + {}_2H_2$ 의 값은? [2점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \times 7^{n+1} + 3}{7^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 15      ② 20      ③ 25      ④ 30      ⑤ 35

4. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A \subset B$ 일 때 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은? (단,  $U = \phi$ ) [3점]

- ①  $A \cup B = B$   
②  $A \cap B = A$   
③  $(A \cap B)^c = B^c$   
④  $B^c \subset A^c$   
⑤  $A - B = \phi$

5.  $\log_5(6 - \sqrt{11}) + \log_5(6 + \sqrt{11})$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 함수  $f(x) = x^3 - x$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{2h}$ 의 값은?

[3점]

- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

7. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1a_9 = 4$ 일 때,  $a_2a_8 + a_4a_6$ 의 값은?

[3점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

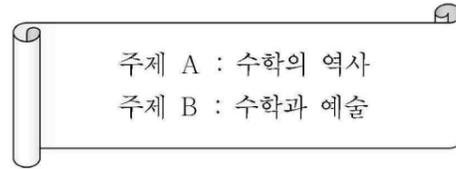
8.  $3 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 10$ 을 만족 시키는 자연수  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수는? [3점]

- ① 240    ② 270    ③ 300    ④ 330    ⑤ 360

9. 함수  $f(x) = \begin{cases} x+a & (x \leq 1) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{n+1} + 3x^n}{x^n + 1} & (x > 1) \end{cases}$  이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 2    ② 4    ③ 6    ④ 8    ⑤ 10

10. 어느 학교의 독후감 쓰기 대회에 1, 2학년 학생 50명이 참가하였다. 이 대회에 참가한 학생은 다음 두 주제 중 하나를 반드시 골라야 하고, 각 학생이 고른 주제별 인원수는 표와 같다.



(단위: 명)

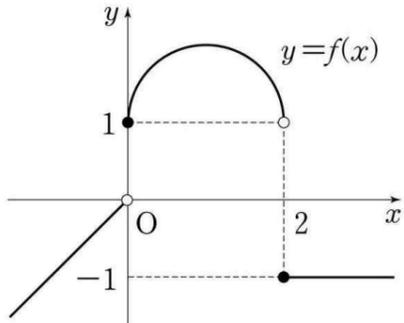
구분	1학년	2학년	합계
주제 A	8	12	20
주제 B	16	14	30
합계	24	26	50

이 대회에서 참가한 학생 50명 중에서 임의로 선택한 1명이 1학년 학생일 때, 이 학생이 주제 B를 고른 학생일 확률을  $p_1$ 이라 하고 이 대회에 참가한 학생 50명 중에서 임의로 선택한 1명이 주제 B를 고른 학생일 때, 이 학생이 1학년 학생일 확률을  $p_2$ 라

하자.  $\frac{p_2}{p_1}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{3}{5}$     ③  $\frac{4}{5}$     ④  $\frac{3}{2}$     ⑤  $\frac{7}{4}$

11. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보기>

ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$

ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$

ㄷ. 함수  $|f(x)|$ 는  $x=2$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이

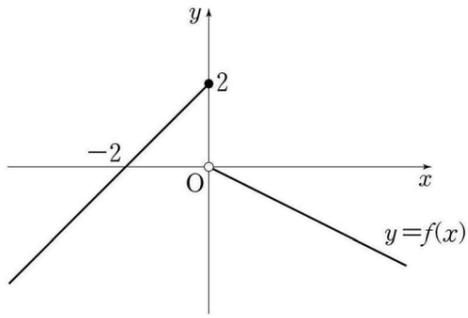
$S_n = n^2 - 10n$ 일 때,  $a_n < 0$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 개수는?

[3점]

- ① 5                      ② 6                      ③ 7                      ④ 8                      ⑤ 9

[13~14] 함수  $f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}x & (x > 0) \end{cases}$  의 그래프가 그림과 같다. 다음

물음에 답하시오.



13. 함수  $g(x) = f(x)\{f(x) + k\}$  가  $x = 0$ 에서 연속이 되도록 하는 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

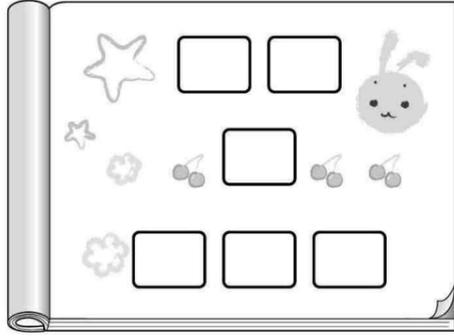
14. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ 이고  $a_{n+1} = f(f(a_n))$  ( $n \geq 1$ )을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{4}{3}$       ⑤  $\frac{5}{3}$

# 6

## 수학 영역(나형)

15. 다음 그림의 빈칸에 6장의 사진  $A, B, C, D, E, F$ 를 하나씩 배치하여 사진첩의 한 면을 완성할 때,  $A$ 와  $B$ 가 이웃 하는 경우의 수는?(단, 옆으로 이웃하는 경우만 이웃하는 것으로 한다.) [4점]



- ① 128    ② 132    ③ 136    ④ 140    ⑤ 144

16. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면 위의 점  $P_n(x_n, y_n)$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가)  $x_1 = y_1 = 1$

(나) 
$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + (n+1) \\ y_{n+1} = y_n + (-1)^n \times (n+1) \end{cases} \quad (n \geq 1)$$

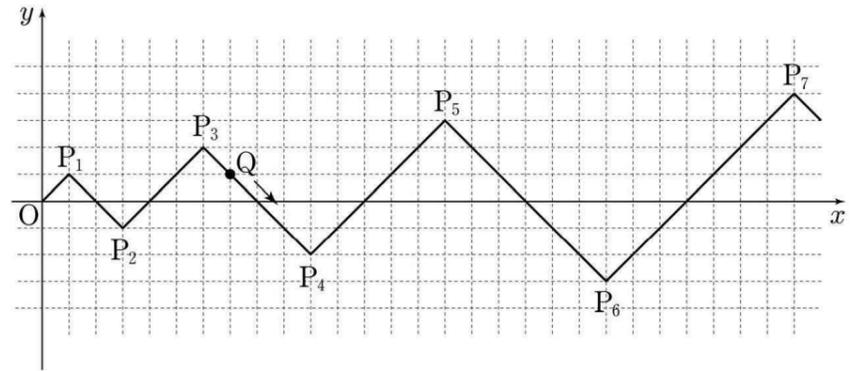
점  $Q$ 는 원점  $O$ 를 출발하여  $\overline{OP_1}$ 을 따라 점  $P_1$ 에 도착한다.

자연수  $n$ 에 대하여 점  $P_n$ 에 도착한 점  $Q$ 는 점  $P_{n+1}$ 을 향하여

$\overline{P_n P_{n+1}}$ 을 따라 이동한다. 점  $Q$ 는 한 번에  $\sqrt{2}$  만큼 이동한다.

예를 들어, 원점에서 출발하여 7번 이동한 점  $Q$ 의 좌표는  $(7, 1)$

이다. 원점에서 출발하여 55번 이동한 점  $Q$ 의  $y$ 좌표는? [4점]

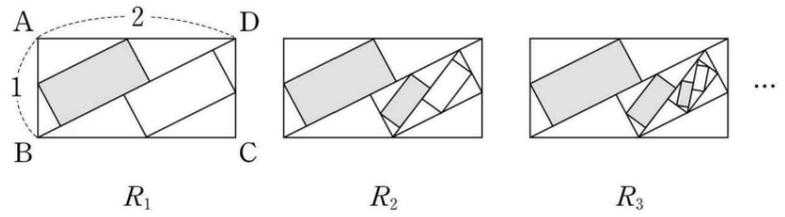


- ① -5    ② -6    ③ -7    ④ -8    ⑤ -9

17. 곡선  $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$  위의 서로 다른 두 점  $A, B$ 에서의 접선이 서로 평행하다. 점  $A$ 의  $x$ 좌표가 3일 때, 점  $B$ 에서의 접선의  $y$ 절편의 값은? [4점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

18. 직사각형  $ABCD$ 에서  $\overline{AB}=1, \overline{AD}=2$ 이다. 그림과 같이 직사각형  $ABCD$ 의 한 대각선에 의하여 만들어지는 두 직각삼각형의 내부에 두 변의 길이의 비가 1:2인 두 직사각형을 긴 변이 대각선 위에 놓이면서 두 직각삼각형에 각각 내접하도록 그리고, 새로 그려진 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 새로 그려진 두 직사각형 중 색칠되어 있지 않은 직사각형에 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속 하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{37}{61}$       ②  $\frac{38}{61}$       ③  $\frac{39}{61}$       ④  $\frac{40}{61}$       ⑤  $\frac{41}{61}$

19. 다음은 서로 다른  $n$  개에서  $r$  개를 선택하는 조합의 수  ${}_n C_r$  ( $r \leq n$ )에 대한 어떤 성질을 설명하는 과정이다.

서로 다른  $n$  개를 ①, ②, ③, ..., ④ 이라 하자.

(i)

①을 포함하여  $r$  개를 선택하는 조합의 수는 (가) 이다.

②를 포함하여  $r$  개를 선택하는 조합의 수는 (가) 이다.

③을 포함하여  $r$  개를 선택하는 조합의 수는 (가) 이다.

⋮

④을 포함하여  $r$  개를 선택하는 조합의 수는 (가) 이다.

이상을 모두 합하면  $n \times$  (가) 이다.....⊖

(ii) 그런데 위의 ⊖에 있는 조합의 수 중에는 ①, ②, ③, ..., ④의  $r$ 개로 구성된 하나의 조합이 (나) 번 반복되어 계산되었다.

(중략)

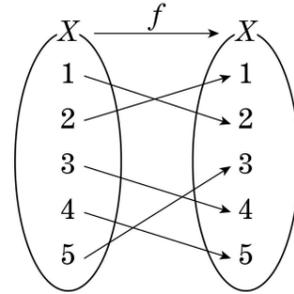
(i), (ii)로부터 서로 다른  $n$  개에서  $r$  개를 선택하는 조합의 수  ${}_n C_r$  는

${}_n C_r =$  (다)  $\times {}_{n-1} C_{r-1}$

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
① ${}_{n-1} C_{r-1}$	$r$	$r$	$\frac{r}{n}$
② ${}_n C_{r-1}$	$r$	$r$	$\frac{n}{r}$
③ ${}_{n-1} C_{r-1}$	$n$	$n$	$\frac{r}{n}$
④ ${}_{n-1} C_{r-1}$	$r$	$r$	$\frac{n}{r}$
⑤ ${}_n C_{r-1}$	$n$	$n$	$\frac{r}{n}$

20. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow X$ 가 그림과 같다.



함수  $g: X \rightarrow X$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $g(1) = 3, g(2) = 5$
- (나)  $g$ 의 역함수가 존재한다.

$(g \circ f)(4) + (f \circ g)(4)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

21. 함수  $f(x) = \begin{cases} a(3x - x^3) & (x < 0) \\ x^3 - ax & (x \geq 0) \end{cases}$ 의 극댓값이 5일 때,  $f(2)$

의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 5      ② 7      ③ 9      ④ 11      ⑤ 13

단답형

22. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3 = 8$ ,  $a_6 - a_4 = 12$ 일 때,  $a_6$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = 5x^2 + 3x - 1$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 부등식

$$3n^2 + 2n < a_n < 3n^2 + 3n \text{을 만족시킬 때, } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5a_n}{n^2 + 2n} \text{의 값을}$$

구하시오. [3점]

26. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(2, 1)$ 에서의

접선의 기울기가 2이다.  $g(x) = x^3 f(x)$ 일 때,  $g'(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2} = b$ 일 때,  $10a+4b$ 의

값을 구하시오. [3점]

27.  $n$ 이 3 이상의 자연수일 때,  $x$ 에 대한 다항식  $(1 + \frac{x}{n})^n$ 의 전개 식에서  $x^3$ 의 계수를  $a_n$ 이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 사차함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 가  $f'(x) = (x+1)(x^2+ax+b)$ 이다. 함수  $y=f(x)$ 가 구간  $(-\infty, 0)$ 에서 감소하고 구간  $(2, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수  $a, b$ 의 순서쌍  $(a, b)$ 에 대하여  $a^2+b^2$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하자.  $M+m = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

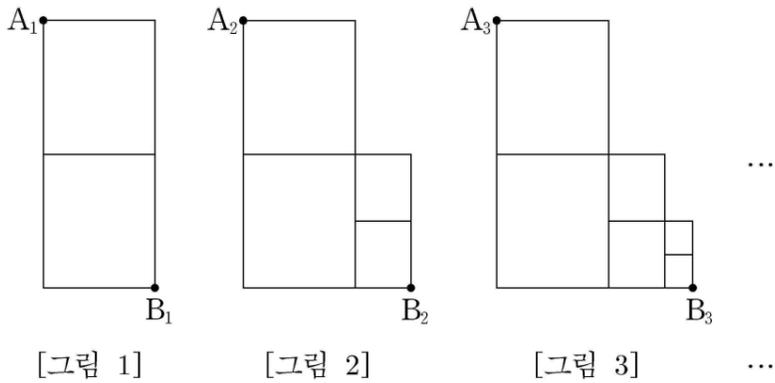
29. 그림과 같이 직사각형에서 세로를 각각 이등분하는 점 2개를 연결하는 선분을 그린 그림을 [그림1]이라 하자.

[그림1]을  $\frac{1}{2}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림1]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림2]라 하자.

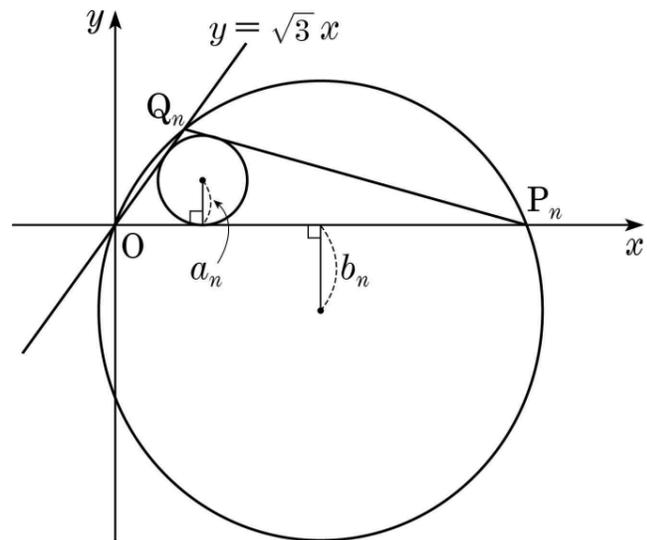
이와 같이 3이상의 자연수  $k$ 에 대하여 [그림1]을  $\frac{1}{2^{k-1}}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 $k-1$ ]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 $k$ ]라 하자.

자연수  $n$ 에 대하여 [그림 $n$ ]에서 왼쪽 맨 위 꼭짓점을  $A_n$ , 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을  $B_n$ 이라 할 때, 점  $A_n$ 에서 점  $B_n$ 까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를  $a_n$ 이라 하자.

$a_7$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 좌표평면 위에 직선  $y = \sqrt{3}x$ 가 있다. 자연수  $n$ 에 대하여  $x$ 축 위의 점 중에서  $x$ 좌표가  $n$ 인 점을  $P_n$ , 직선  $y = \sqrt{3}x$  위의 점 중에서  $x$ 좌표가  $\frac{1}{n}$ 인 점을  $Q_n$ 이라 하자. 삼각형  $OP_nQ_n$ 의 내접원의 중심에서  $x$ 축까지의 거리를  $a_n$ , 삼각형  $OP_nQ_n$ 의 외접원의 중심에서  $x$ 축까지의 거리를  $b_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = L$ 이다.  $100L$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]



※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.