초성민수학

다. 보. 기.

[다섯가지 능력으로 보는 기출분석집]

이과편 인강교재 (미적분Ⅱ)

무료배포용

(실재 교재는 주요 3점문항 + 단원별 Tip + 칼럼이 들어갑니다.

이 교재만으로도 강의 듣는 것은 문제없습니다.)

무료배포용

Contents

1. 다섯가지 능력이란 ?

2. 단원별 기출문제 각단원별 4점문항.

-------------1권------------------

1. 다섯가지 능력이란 ?

1-1. 평가원에서 시작한 행동영역의 4가지 능력.

대학수학능력시험에서 수리영역이라는 과목의 목적은 평가원에서 내용영역과 행동영역으로 나누어 평가한다. 그리고 행동영역은 다시 4가지로 나누어진다. 내용영역은 여러분이 배우는 단원들의 관한 내용이고, 이 책은 행동영역이라는 것에 주목하고 있다. 다음은 평가원에서 언급한 4가지 행동영역에 해당하는 능력이다.

❶. 계산능력 ❷. 이해능력 ❸. 추론능력 ❹. 문제해결능력

후에 수리영역은 수학이라는 이름으로 변했으며, 그 이후로도 계속하여 학생들의 위에서 언급한 4가지 능력을 검증하는 시험이라고 표현하였고, 많은 기출문제집과 강사분들이 나서서 이러한 능력의 중점을 두며 강의를 가르치게 되었다.

허나 대부분 강의와 책들이 비슷하게 이러한 능력이 중요하고 길러야 한다고 외치지만, 수학의 본질을 잊고 결국 주입식 교육이라는 비난과 함께 조금은 단순한 훈련적인 방법으로 학생들이 수학 학습을 이뤄지게 된다.

물론 언제나 이러한 훈련들을 비판할 수 없을 정도로 훌륭한 강사분들과 책들이 존재한다. 이는 그분들이 계획하고 진행하는 강의에서 자연스레 학생들의 4가지 능력을 골고루 트레이닝 할 수 있겠끔 짜여져 있다.
사실 높게 평가받은 책과 강사분들의 강의들을 살펴보면, 학생들의 이러한 4가지 능력들을 자연스레 훈련시키고 있다.

1-2. 저자 입맛대로 바꾼 수학적 5가지 능력.

그렇다면 이 책은 어떻게 제작되었는가. ?

필자는, 대학생시절부터 학생들을 과외해오면서, 단순히 문제를 풀어주기보다는 저 4가지 능력을 강조하며 수학 문제들이 왜 나왔는지, 문제마다 학생의 어떠한 수학적 사고력을 묻고 싶은 건지 이야기해왔다.

그리고 본격적인 강사라는 직업을 가진 후, 많은 선생님들의 강의를 듣고 많은 책을 살펴보며, 학생들의 수학실력이 어떤 과정을 통해서 상승되고, 선생님들은 어떠한 컨텐츠를 어떻게 제공하는지 유심히 살펴보았다.
또한 여러 평가원 수학능력에 관한 논문들을 읽어보았고, 정의하기 힘든 조금은 추상적인 수학적 사고력과 능력들에 관해서 추상적인 언어가 아닌 가시적으로 눈에 보이게끔 능력들을 이미지화하고 기획하기 시작했다.

그리고 평가원에서 언급한 4가지 능력과 다른 평가원 자료에서들도 활용되고있는 용어 ‘수학적 의사소통’ 이라는 능력을 추가하여 5가지 능력들을 정의하고 점검하였으며, 많은 연구끝에 5가지 능력들은 각각의 자리를 잡아가면서 마침내 정의를 할 수 있게 되었고, 이 능력들을 글과 그림으로 표현해보고자 한다.
아래는 이책의 답지(강의내용)을 담은 해설이다.

38. 2012학년도 9월 모의평가 가형 30번

자연수 n 에 대하여 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는
가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a_n 이라 하자.

> (가) 정사각형의 각 변은 좌표축에 평행하고, 두 대각선의 교점은 $(n,\ 2^n)$ 이다.
> (나) 정사각형과 그 내부에 있는 점 $(x,\ y)$ 중에서 x 가 자연수이고,
> $y=2^x$ 을 만족시키는 점은 3 개뿐이다.

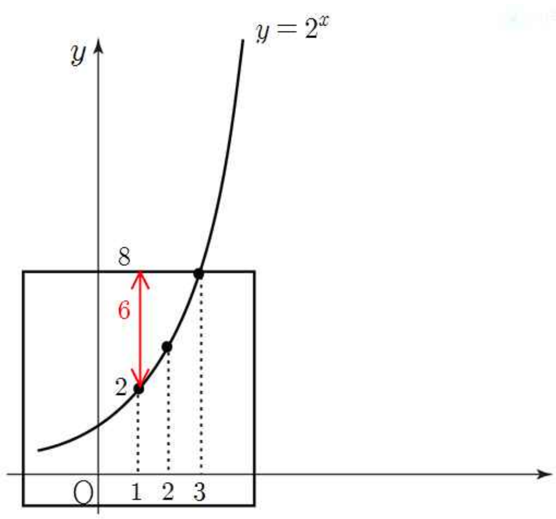
예를 들어 $a_1=12$ 이다. $\sum_{k=1}^{7} a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

두 조건을 이용해서 a_n을 구해야 한다. a_1을 예시로 줬기 때문에 n에 1을 대입해서 12 가 맞는지 우선적으로 확인해보자.

구하는 것이 $\sum_{k=1}^{7} a_k$ 이기 때문에 a_n의 일반항을 한 번에 구하기보다는 n에 $1, 2, 3$ 등을 차례로 대입해서 귀납적으로 추론해 나가는 방법을 우선적으로 생각해야 한다.

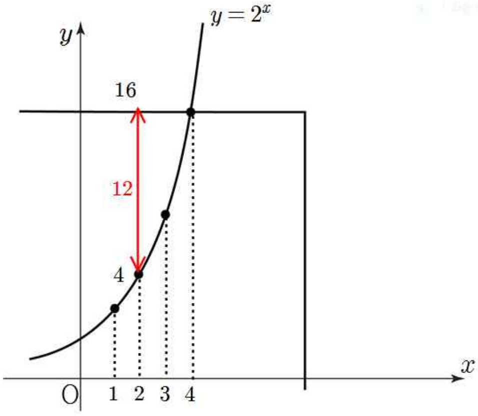
[의사소통능력]

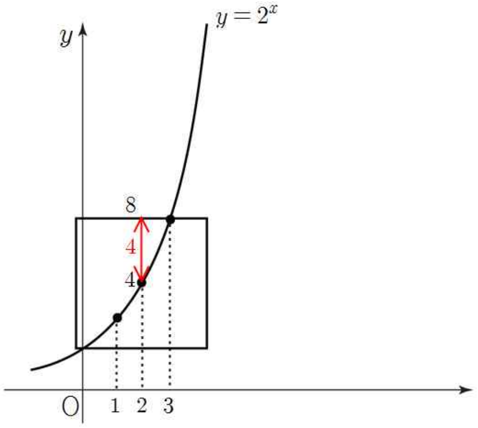
$n=1$을 대입해서 12가 맞는지 확인해 보자. (의사소통작업)



n에 1을 대입하면 **‘조건 (가)’**에 의해 정사각형의 정 중앙에 있는 점이 $(1,\ 2)$이다.

[문제해결력]
(그래프 이용)

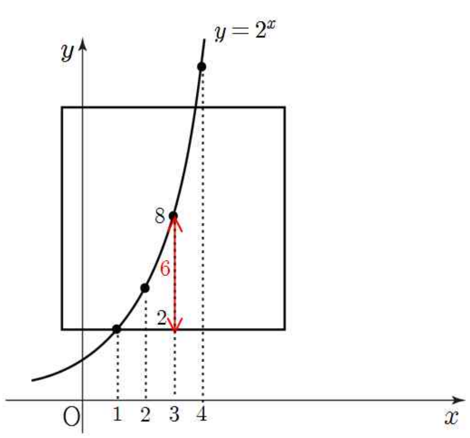
<table>
<tr><td colspan="2">그리고 추가로 점 $(2,\ 4)$와 $(3,\ 8)$을 포함해야 한다. 이렇게 형성될 수 있는 정사각형 중에서 가장 작은 정사각형은 윗변이 점 $(3,\ 8)$을 지날 때이다.
그러므로 한 변의 길이는 8-2=6 의 2배인 12가 맞다.</td><td></td></tr>
<tr><td>

〈그림1〉


〈그림2〉</td><td>n에 2부터 7까지 대입하는 것을 두려워 말고 2를 집어넣자. 정사각형의 중심은 $(2,\ 4)$가 된다. 왼쪽 그림을 통해 확인해 보자.

우선, 그림1을 보자. 그림1에 정사각형은 중심이 $(2,\ 4)$고 $(3,\ 8)$과 $(4,\ 16)$을 두 점으로 가지며 한 변의 길이가 $2\times(16-4)=24$인 사각형이다. 그러나 이 사각형은 $(1,\ 2)$을 포함 할 수 밖에 없으므로 문제의 조건에 맞지 않다.

그래서, 시선을 돌려, 그림2의 정사각형은 중심이 $(2,\ 4)$고 $(3,\ 8)$과 $(1,\ 2)$을 두 점으로 가지며, 한 변의 길이가 최소이므로 주어진 조건에 부합하는 사각형이다. 따라서 한 변의 길이는

$2\times(8-4)=8$이다. 그러므로 $a_2=8$ 이다.</td><td>[문제해결력]
(그래프 이용)</td></tr>
<tr><td>
</td><td>n에 3을 대입해보자. 정사각형의 중심은 $(3,\ 8)$이 된다. 만약 나머지 두 점 중 하나가 $(4,\ 16)$이 된다면 위의 그림1과 같고 정사각형의 한 변의 길이가 16이 되므로 $(1,\ 2)$가 자동으로 포함된다. 따라서 문제의 조건에 맞지 않는다. 따라서 중심이 $(3,\ 8)$이고 나머지 두 점이 $(1,\ 2)$와 $(2,\ 4)$인 왼쪽그림의 정사각형이문제의 조건에 부합한다.

그러므로 $a_3=2\times(8-2)=12$이다.</td><td>[문제해결력]
(그래프 이용)</td></tr>
</table>

n에 4를 대입해보자. 중심은 $(4,\ 16)$이다. 나머지 두 점을 결정해야 하는데, 만약 $(5,\ 32)$가 포함된다면 정사각형의 한 변의 길이가 무려 32가 된다. 따라서 $(1,\ 2)$부터 모든 점을 포함하게 되므로 문제의 조건에 맞지 않다. 따라서 정사각형 내부의 세 점은 $(2,\ 4)$, $(3,\ 8)$, $(4,\ 16)$이 된다. 그러므로 한 변의 길이는 $a_4 = 2\times(16-4) = 24$이다.	[문제해결력] [추론능력]
이제부터는 일반화를 해도 된다. 왜냐하면 n에 5를 대입하면 중심은 $(5,\ 32)$가 되는데, 만약 다음 점인 $(6,\ 64)$를 포함한다면 정사각형의 한 변의 길이가 64가 돼서 $(1,\ 2)$부터 모든 점을 포함할 수밖에 없기 때문이다. 따라서 $(n,\ 2^n)$이 중심인 정사각형 중에서 가장 작은 정사각형은 두 점 $(n-2,\ 2^{n-2})$, $(n-1,\ 2^{n-1})$을 포함한다. 그러므로 한 변의 길이 $a_n = 2\times(2^n - 2^{n-2})$ 이다. $\therefore$ 구하는 값 $\sum_{k=1}^{7} a_k$ 은 $12+8+12+24+48+96+192 = 392$이다. Comment : 평가원은 2^x을 좋아한다. 2배씩 커지다보니 $2+2^2+2^3+\cdots+2^n < 2^{n+1}$ 이 항상 성립하며, 이 문제 역시, 정사각형의 길이를 $n=3$ 부터 위로 잡는 순간 아래쪽에 있는 좌표들까지 모두 정사각형안에 들어가는 것이 확인될 것이다.	[추론능력] [계산능력]

(다섯가지 능력으로 본 문제풀이 예시)

기본능력	계산능력(A)
	수학적 의사소통(B)
	개념의 이해(C)
고급능력	문제해결력(D)
	문제추론능력(E)

(5가지 능력)

1-3. 다섯가지 능력 소개

A. 계산능력.

주로 초등학생 때 배우는 능력이다. 흔히 말하는 산수 능력이며,
초등학생 때부터 삶의 끝까지 계속 가지고 가야할 능력 중 하나이기도 하다.
아무리 수학고수라고해도 방심할 수 없는 능력이며, 수학고수나 강사들이 때로는 더 약할 수도 있는 능력이다. 기본 중에서도 기본능력이기에, 2점 혹은 쉬운 3점에서 묻는 능력이기도하지만 단원에 따라서 이 능력을 중요시하는 단원들이 간혹 있다. (적분의 연산 등)

미적분 Ⅱ . 지수함수로그함수, 삼각함수, 적분법
기하와 벡터. 평면벡터
확률과 통계. 통계

위 단원들이 계산능력이 강조되는 단원들이다.

B. 수학적 의사소통. ★

A, B, C, D의 시작을 알리는 능력이면서, 동시에 수학을 풀어가는 내내, 자신이 구해내는
새로운 식과 정보들을 외계언어가 아닌 수학적 진행(커뮤니케이션)을 이끌어가는 능력이다.
외국인과 대화하듯이 우리는 문제를 보자마자 이 외계어가 무슨 말을 하는지 핵심을 알아야하고
풀어가는 동안에도 계속하여 내가 써내려가는 언어(수학적 식)들을 해석하고 대화를 진행한다.
처음 펜을 들고 써나가기 직전에 방향성을 잡아가기 위한 중요한 능력이고,
문제가 막혔을 때 한번 더 '무슨 말을 하는거지?'
라면서 발휘해야 하는 능력이다.

C. 개념의 이해. ★

개념이 중요하다 ??? 너무나 당연한 말인데 어떻게 느껴야하고 어떤 식으로 학습해야 할까??

권투시합을 빗대어 상황 설명해보자. 최종 결승전.
여기까지 오기까지 한 선수는 어떻게 살아왔는가. ???

처음 권투를 시작할 때 보자. 들어본 적 있을 것이다. 줄넘기만 수천 번을 몇 주 몇 달을 한다고 한다.
당연하지만 모든 스포츠의 기본은 체력이다. 체력은 너무나 필수적인 요소이다.
농구선수도 하루 수백개에서 천개이상의 자유투 연습을 한다고 한다.
이러한 운동의 가장 기본이 되는 능력들을 수학을 푸는것에 있어서 수학의 개념으로 보면 좋겠다.

어떤 상황에서 라이트를 뻗어야하며 어떤 상황에서 뒤로 물러나고 어떤 상황에서 클런치(방어하기위해 상대를 끌어안는 행동)를 해야하는지는 수백번 수천번 체력이 바탕이 된 상황에서
라이트를 , 클런치를, 자유투를, 3점슛을 , 트래핑을 그런 기본을 연습해봐야 가능하다고 본다.

다른 예시를 보자.

뚝딱뚝딱 망치질 을 개념이라고 생각해보자.
우리는 처음 망치질을 배운 것이고, 그 망치질을 통해 의자를 조립한다.
의자를 조립하고 책상을 조립해본다. 그리고 더 나아가 누군가가 갑자기 TV장을 만들어달라고 부탁한다.

이때 우리는 TV장을 어떻게 만들어야할까 ??

의자를 만드는 것은 흔히 말하는 쉬운 문제.
책상을 만드는 것은 연습문제.
TV장을 만드는 것을 새로운 문제라고 빗대어보자.

우리는 여러 가구들을 만들어가면서 그 능력을 가지고 TV장을 떠올리며 만들어야한다.
하지만 무엇보다도 그 이전에 우리는 우선 망치질을 자유자재로 할 줄 알아야하며,
결국 이러한 능력이 개념이라 볼 수 있다. (망치질 이외에도 톱질, 다듬기 등도 다른 개념다지기로 볼 수 있다.)
개념의 활용은 말 그대로 문제를 풀기위해서 가장 기본이 되는 능력이다.

수학에서의 개념은 단순히 누군가가 얘기해줬을 때 아는 것으로 끝나면 안 된다.
툭 건드리면 입으로 튀어나올 정도로. 그리고 그것의 가장 기본예제 정도는
떠오를 정도로 머릿속에 박혀 있어야한다.

혹은 그 증명과정들을 유도 할줄 알아야, 그러한 개념들이 활용되는 폭까지 확장시킬 수 있다.
개념에 대해서 공부가 잘된 학생들은 문제의 상황자체를 보자마자,
떠오르는 유형 및 식 전개를 이끌어나갈 수 있다

개념이 단단해야 위에서 언급한 계산능력에 있어서 실수가 줄고, 좀더 정확한 계산을 할 수 있다.
개념이 단단해야 위에서 언급한 수학적 의사소통이 원활하다.
개념이 단단해야 문제해결력이 증진된다.
개념이 단단해야 문제 추론하는 과정에서 큰 추진력을 얻게된다.

D. 문제해결력.

지금부터는 고급능력이다.
고급능력들은 단순히 양치기로 한다고 쉽게 획득되는 능력은 아니라고 본다.
D 와 E 능력을 요구하는 문제는 어지간하면 4점 문제가 된다.
계산만 잘하고 개념들을 안다고 해서 되는 것이 아니고
더 나아가 주어진 곤란한 상황에서 해결을 해야함을 의미한다.

권투로 다시 보자면 상대가 가드를 유난히 올리고 있을 때, 복부가격 !
반대로 그렇게 무리해서 들어올 때 허점을 노리고 가격 !
상황에 맞춰 판단하고 행동하는 것이 수학에 있어서 문제 해결력이다.

주어진 상황만으로는 바로 보이는 것이 아닌, 우리가 가진 개념을 가지고 수학문제를 읽고 난 후 해석을 한 후(수학적 의사소통을 한 후) Hint 들을 가지고 상황을 분석하면서 해결해 나가는 능력(추진력)이다.
어떤 행위적인 능력이며, 복잡하고 엉켜있는 실을 풀어가는 느낌이다.

계산 및 수학적 의사소통 그리고 개념의 이해를 하는 단원은 그 즉시 진행되고 눈에 보이는 능력이며, 단순한 양치기 및 짧은시간내에 단단해질 수 있는 **반면에 추론과 해결 능력은 단순하게 공부해서는 안된다.**
이러한 능력을 쌓아야해서 수학을 단순하게 양치기만으로는 커버가 안된다고 보면 된다.
(물론 말도 안 될 만큼의 반복된 학습으로 추론과 해결력 역시 쌓이는 경우가 있다.)

보통 이러한 해결능력은, 경험에 의한 학습으로 쌓여야하는데,
d와 e 능력은 다음 칼럼들에서부터 더 자세히 설명해 보도록 하겠다.

E. 문제추론능력.

추리소설. 혹은 추리만화 등을 한번쯤은 접해봤을 것 같다.
아주 작은 단서 혹은 힌트를 가지고 큰 그림을 그려나간다.
그렇다고 우리가 코난이던가 ???

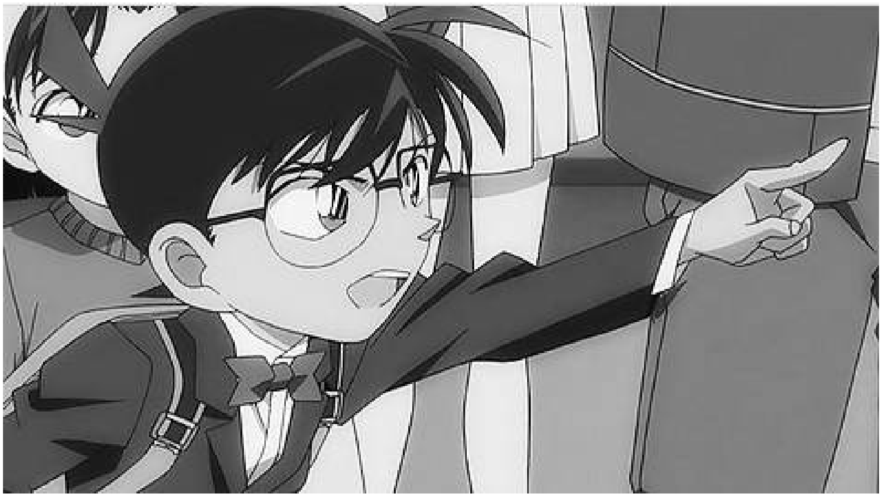
남들은 무심코 지나갈 수 있는 단서들을 가지고 어떻게 그렇게까지 생각을 하는건가 ??
올해는 문제 배분이 어떻게 될지 확신은 없지만 (비슷하겠지만..) 이전수능까지 이과 30번과 문과 21번 형태 문제들이 추론능력을 묻는 대표적인 문제라고 할 수 있다.
문제의 제시된 몇몇의 조건들을 가지고 수학적 해석을 통해 (개념을 바탕으로 한) 새로운 Hint 와 해결방안을 찾는다.

하지만 거기서 끝나는 것이 아니고.
오히려 결과들은 주어져있으며 이러한 결과를 얻으려면 어떠한 상태가 되어야지 ??
하는 **'역추론'** 이 시작된다. [주로 고난이도 문제일수록 역 추론이다 . 예시로 "어떠한 곡선이 있는데 (0, -k)를 지나는 직선이 접선이 3개가 된다. 이 때 $f(x)$를 구하여라]
추론 능력 문제들은 답지를 정말 조심스럽게 보아야 한다.
추론 훈련을 해야하는데 다짜고짜 결과를 알려주는 답지를 별 시도없이 쉽게 봐버리면,
죽었다 깨어나도 수능당일에 그런 능력을 발휘하기가 어려울 것이다.

그리고 실제로 평가원에서는 수학시험에서 추론능력을 가장 중요시 여기고 있으며,
수학시험의 궁극적인 목적은 문제해결력과 추론능력을 기르기 위한 시험. 그리고 더 나아가,
이러한 능력이 함유된 인재들은 '다방면에서 뛰어난 인재' 로 여길 수도 있다.

이것이 수능에서 수학시험의 최종 목적이 아닌가 싶다. (확대해석 지존)

(복잡하게 엉킨 끈을 풀어나가는 능력 ≒ 해결력)



(코난처럼 어떠한 근거를 가지고 추론해 나가는 능력들이 추론능력과 해결력의 융합이다.)

[위와 같은 능력들이 골고루 키워지는 것이 수학시험의 궁극적인 목적이다.
가장 이러한 능력들이 가시적으로 드러나는 기출문제들을 통해 자신의 능력들을 점검해보자.]

2. 단원 별 기출 문제
(무료배포용 - 4점 문항)

미적분Ⅱ. (1) 지수함수 로그함수

능 력 발 휘

1. 2005학년도 6월 평가원 나형 12번

정의역이 $\{x \mid -1<x<1\}$일 때, 함수

$y=\log\dfrac{2001+x}{1-x}$의 치역은? [4점]

① $\{y \mid y>1\}$ ② $\{y \mid y>2\}$
③ $\{y \mid y>3\}$ ④ $\{y \mid y>4\}$
⑤ 실수 전체의 집합

2. 2005학년도 6월 평가원 나형 14번

함수 $f(x)=\log_4 x$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. 양수 x에 대하여 $f\left(\dfrac{x}{4}\right)=f(x)+1$이다.

ㄴ. 수열 $\{f(2^n)\}$은 등차수열이다.

ㄷ. $x>1$일 때, $f(f(x))>0$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 2005학년도 수능 17번

총 인구에서 65세 이상 인구가 차지하는 비율이 20% 이상인 사회를 '초고령화 사회'라고 한다. 2000년 어느 나라의 총 인구는 1000만 명이고 65세 이상 인구는 50만 명이었다. 총 인구는 매년 전년도보다 0.3%씩 증가하고 65세 이상 인구는 매년 전년도보다 4%씩 증가한다고 가정할 때, 처음으로 '초고령화 사회'가 예측되는 시기는? (단, $\log 1.003 = 0.0013$, $\log 1.04 = 0.0170$, $\log 2 = 0.3010$) [4점]

① 2048년 ~ 2050년 ② 2038년 ~ 2040년
③ 2028년 ~ 2030년 ④ 2018년 ~ 2020년
⑤ 2008년 ~ 2010년

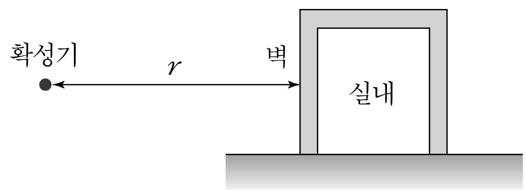
4. 2005학년도 수능 나형 15번

소리가 건물의 벽을 통과할 때, 일정 비율만 실내로 투과되고 나머지는 반사되거나 흡수된다. 이때, 실내로 투과되는 소리의 비율을 투과율이라 한다. 확성기의 음향출력이 W(와트)일 때, 투과율이 α인 건물에서 r (m)만큼 떨어진 지점에 있는 확성기로부터 실내로 투과되는 소리의 세기 P(데시벨)는 다음과 같다.

$$P = 10\log\frac{\alpha W}{I_0} - 20\log r - 11$$

(단, $I_0 = 10^{-12}$(와트/m^2)이고 $r > 1$이다.)

확성기에서 음향출력이 100(와트)인 소리가 나오고 있다. 투과율이 $\frac{1}{100}$인 건물의 실내로 투과되는 소리의 세기가 59(데시벨) 이하가 되게 할 때, 확성기와 건물 사이의 최소 거리는? (단, 소리는 공간으로 골고루 퍼져나가고, 투과율 이외의 다른 요인은 고려하지 않는다고 가정한다.) [4점]



① $10^2\,\mathrm{m}$ ② $10^{\frac{17}{8}}\,\mathrm{m}$ ③ $10^{\frac{13}{6}}\,\mathrm{m}$
④ $10^{\frac{9}{4}}\,\mathrm{m}$ ⑤ $10^{\frac{5}{2}}\,\mathrm{m}$

5. 2006학년도 6월 평가원 13번

어떤 학생이 $\mathrm{MP3}$ 플레이어를 구입하기 위하여 가격에 대한 정보를 알아보았더니, 현재 제품 A의 가격은 24만원, 제품 B의 가격은 16만원이고, 3개월마다 제품 A는 10%, 제품 B는 5%의 가격 하락이 있었다. 이런 추세가 계속된다고 가정할 때, 두 제품의 가격 차이가 구입 시점의 제품 B 가격의 20% 이하가 되면 제품 A를 구입하기로 하였다. 이 학생이 제품 A를 구입할 수 있는 최초의 시기는?(단, $\log 2 = 0.30$, $\log 3 = 0.48$, $\log 0.95 = -0.02$로 계산한다.) [4점]

① 12개월 후 ② 15개월 후 ③ 18개월 후
④ 21개월 후 ⑤ 24개월 후

6. 2006학년도 6월 평가원 나형 12번

두 점 $(1,\ 0)$, $(0,\ -m)$을 지나는 직선이 두 곡선 $y = 2\log x$, $y = 3\log x$와 각각 두 점에서 만날 때, $(1,\ 0)$이 아닌 교점을 각각 $(p,\ 2\log p)$, $(q,\ 3\log q)$라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, $m > 0,\ p > 1,\ q > 1$이다.) [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $p > q$

ㄴ. $m = \dfrac{3\log q - 2\log p}{q - p}$

ㄷ. $m > \dfrac{3\log q}{q}$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 2006학년도 6월 평가원 나형 22번

다음 연립부등식이 나타내는 영역에서 $2^x 4^y$의 최댓값을 구하시오. [4점]

$$\begin{cases} x+3y \le 5 \\ 2x+y \le 5 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$$

8. 2006학년도 6월 평가원 나형 27번

아열대 해역에 서식하는 수명이 짧은 어류의 성장 정도를 알아보는 방법 중의 하나는 길이(cm)를 측정하는 것이다. 이 해역에 서식하는 어떤 물고기의 연령 t에 따른 길이 $f(t)$를 근사적으로 추정하면 다음과 같다고 한다.

$$f(t) = 20\left(1 - a^{-0.7(t+0.4)}\right)$$

이 물고기의 길이가 $16\mathrm{cm}$ 이상 되기 위한 최소 연령은? (단, a는 $a>1$인 상수이고, $\log_a 5 = 1.4$로 계산한다.) [4점]

① 1 ② 1.6 ③ 2 ④ 2.6 ⑤ 3

9. 2006학년도 9월 평가원 15번

$a>1$일 때, 〈보기〉 에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은 ? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. 함수 $y=a^{x-1}$의 그래프와 함수 $y=1+\log_a x$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.

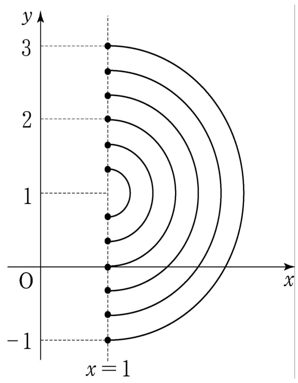
ㄴ. 함수 $y=-a^x$의 그래프와 함수 $y=\log_{\frac{1}{a}} x$ 의 그래프는 만난다.

ㄷ. 함수 $y=ka^x$ 의 그래프와 함수 $y=\log_a x$ 의 그래프가 만나도록 하는 양의 실수 k 가 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 2006학년도 수능 나형 10번

오른쪽 그림은 중심이 $(1,\ 1)$ 이고 반지름의 길이가 각각 $\frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ 1,\ \frac{4}{3},\ \frac{5}{3},\ 2$ 인 6개의 반원을 그린 것이다. 세 함수 $y=\log_{\frac{1}{4}} x$, $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$, $y=3^x$의 그래프가 반원과 만나는 교점의 개수를 각각 $a,\ b,\ c$ 라 하자. $a,\ b,\ c$ 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? (단, $x \geqq 1$이고 반원은 지름의 양 끝점을 포함한다.) [4점]



① $a<b<c$ ② $a<c<b$ ③ $b<c<a$
④ $c<a<b$ ⑤ $c<b<a$

11. 2006학년도 수능 나형 24번

정의역이 $\{x \mid 1 \le x \le 81\}$인 함수 $y = (\log_3 x)(\log_{\frac{1}{3}} x) + 2\log_3 x + 10$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오. [4점]

12. 2007학년도 6월 평가원 25번

어느 작업장에 먼지의 양이 $1\,\mathrm{m}^3$당 $200\mu\mathrm{g}(1\mu\mathrm{g} = 10^{-6}\mathrm{g})$ 이 되면 자동으로 가동되기 시작하는 먼지 제거 장치가 있다. 이 장치가 가동되기 시작하고 t초 후 $1\,\mathrm{m}^3$당 먼지의 양 $x(t)$는

$$x(t) = 20 + 180 \times 3^{-\frac{t}{256}} (\mu\mathrm{g}/\mathrm{m}^3)$$

이라 한다. 먼지 제거 장치가 가동되기 시작하고 n초 후 작업장의 $1\,\mathrm{m}^3$당 먼지의 양이 $50\mu\mathrm{g}$이 되었다고 할 때, n의 값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.30$, $\log 3 = 0.48$로 계산한다.) [4점]

13. 2007학년도 9월 평가원 23번

자연수 n에 대하여 두 함수 $y=2^x$, $y=\log_2 x$의 그래프가 직선 $x=n$과 만나는 교점의 y좌표를 각각 a, b라 하자. $a+b$가 세 자리의 자연수일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

14. 2007학년도 9월 평가원 나형 22번

단일 재료로 만들어진 벽면의 소음차단 성능을 표시하는 방법 중의 하나는 음향투과손실을 측정하는 것이다. 어느 주파수 영역에서 벽면의 음향투과손실 L(데시벨)은 벽의 단위면적당 질량 $m(\mathrm{kg/m^2})$과 음향의 주파수 f (헤르츠)에 대하여

$$L=20\log mf-48$$

이라 한다. 주파수가 일정할 때, 벽의 단위면적당 질량이 5배가 되면 음향투과손실은 a (데시벨)만큼 증가한다. a의 값을 구하시오. (단, $\log 2=0.3$으로 계산한다.) [4점]

15. 2007학년도 수능 13번

정수 n에 대하여 두 집합 $A(n)$, $B(n)$이

$A(n)=\{x \mid \log_2 x \le n\}$ $B(n)=\{x \mid \log_4 x \le n\}$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $A(1)=\{x \mid 0<x \le 1\}$

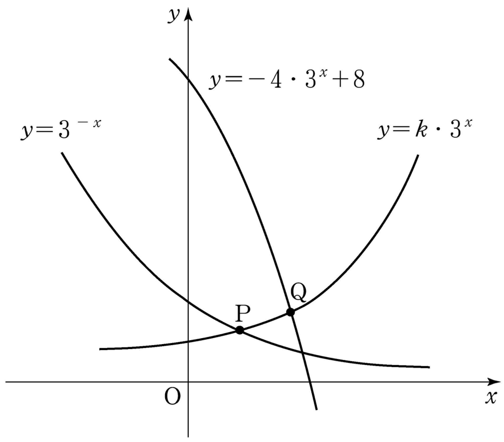
ㄴ. $A(4)=B(2)$

ㄷ. $A(n) \subset B(n)$일 때, $B(-n) \subset A(-n)$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 2007학년도 수능 25번

함수 $y=k\cdot 3^x$ $(0<k<1)$의 그래프가 두 함수 $y=3^{-x}$, $y=-4\cdot 3^x+8$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P와 점 Q의 x좌표의 비가 $1:2$일 때, $35k$의 값을 구하시오. [4점]



17. 2007학년도 수능 나형 27번

$0<a<1$인 a에 대하여 10^a을 3으로 나눌 때, 몫이 정수이고 나머지가 2가 되는 모든 a의 값의 합은? [4점]

① $3\log 2$ ② $6\log 2$ ③ $1+3\log 2$
④ $1+6\log 2$ ⑤ $2+3\log 2$

18. 2008학년도 6월 평가원 나형 22번

함수 $y=\log_2 x$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동시킨 그래프가 함수 $y=\log_b x$의 그래프와 점 $(9,\ 2)$에서 만날 때, $10a+b$의 값을 구하시오. [4점]

19. 2008학년도 6월 평가원 나형 27번

함수 $f(x)=\log_5 x$이고 $a>0, b>0$일 때, 〈보기〉에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $\left\{f\left(\frac{a}{5}\right)\right\}^2=\left\{f\left(\frac{5}{a}\right)\right\}^2$

ㄴ. $f(a+1)-f(a)>f(a+2)-f(a+1)$

ㄷ. $f(a)<f(b)$이면 $f^{-1}(a)<f^{-1}(b)$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 2008학년도 9월 평가원 14번

$0<a<1$인 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} a^x & (x\neq 0) \\ -x+1 & (0\leq x\leq 1) \\ \log_a x & (x\geq 0) \end{cases}$$

일 때, 〈보기〉에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $\{f(-3)\}^5=f(-15)$

ㄴ. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=a$는 한 점에서 만난다.

ㄷ. 함수 $y=f(x)$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 2008학년도 수능 16번

직선 $y=2-x$가 두 로그함수 $y=\log_2 x$, $y=\log_3 x$의 그래프와 만나는 점을 각각 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $x_1 > y_2$

ㄴ. $x_2 - x_1 = y_1 - y_2$

ㄷ. $x_1 y_1 > x_2 y_2$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 2009학년도 6월 평가원 17번

함수 $y=\log_2|5x|$의 그래프와 함수 $y=\log_2(x+2)$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라고 하자. $m>2$인 자연수 m에 대하여 함수 $y=\log_2|5x|$의 그래프와 함수 $y=\log_2(x+m)$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 $\mathrm{C}(\mathrm{p},\ \mathrm{q})$, $\mathrm{D}(\mathrm{r},\ \mathrm{s})$라고 하자. 〈보기〉에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, 점A의 x좌표는 점B의 x좌표보다 작고 $p<r$이다.) [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $p < -\frac{1}{3}$, $r > \frac{1}{2}$

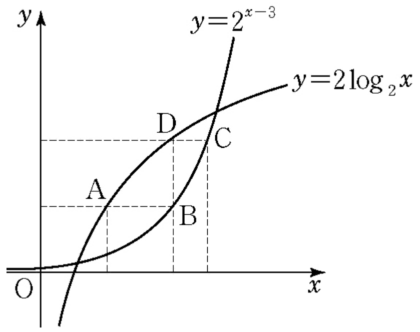
ㄴ. 직선 AB의 기울기와 직선 CD의 기울기는 같다.

ㄷ. 점 B의 y좌표와 점 C의 y좌표가 같을 때, 삼각형 CAB의 넓이와 삼각형 CBD의 넓이는 같다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

23. 2009학년도 6월 평가원 나형 10번

그림과 같이 곡선 $y=2\log_2 x$ 위의 한 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^{x-3}$과 만나는 점을B라 하자. 점 B를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=2\log_2 x$와 만나는 점을 D라 하자. 점 D를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^{x-3}$과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{BD}}=2$일 때, 사각형 ABCD 의 넓이는 ? [4점]



① 2　② $1+\sqrt{2}$　③ $\dfrac{5}{2}$
④ 3　⑤ $2+\sqrt{2}$

24. 2009학년도 6월 평가원 나형 27번

부등식 $1<m^{n-5}<n^{m-8}$을 만족시키는 자연수 $m,\ n$에 대하여

$$A=m^{\frac{1}{m-8}}\cdot n^{\frac{1}{n-5}}$$
$$B=m^{-\frac{1}{m-8}}\cdot n^{\frac{1}{n-5}}$$
$$C=m^{\frac{1}{m-8}}\cdot n^{-\frac{1}{n-5}}$$

이라 할 때, $A,\ B,\ C$의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

① $A>B>C$　② $A>C>B$　③ $B>A>C$
④ $B>C>A$　⑤ $C>A>B$

25. 2009학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 29번

$a>0,\ b>0,\ a\neq 1,\ b\neq 1$일 때, 함수

$$f(x)=\frac{b^x+\log_a x}{a^x+\log_b x}$$

에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $1<a<b$이면 $x>1$인 모든 x에 대하여 $f(x)>1$이다.

ㄴ. $b<a<1$이면 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$이다.

ㄷ. $\lim\limits_{x\to+0} f(x)=\log_a b$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

26. 2009학년도 9월 평가원 나형 10번

자연수 n에 대하여 함수 $y=2^{x+n}$의 그래프가 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프와 만나는 점을 $\mathrm{P_n}$이라 하자. 점 $\mathrm{P_n}$의 x 좌표를 a_n, y 좌표를 b_n이라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. 수열 $\{\mathrm{a_n}\}$은 등차수열이다.

ㄴ. 임의의 자연수 m, n에 대하여 $b_m b_n=b_{m+n}$이다.

ㄷ. $2b_n<b_{n+1}$을 만족하는 자연수 n이 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

27. 2009학년도 수능 나형 11번

$0 < a < \frac{1}{2}$인 상수 a에 대하여 직선 $y=x$가 곡선 $y=\log_a x$와 만나는 점을 $(p,\ p)$, 직선 $y=x$가 곡선 $y=\log_{2a} x$와 만나는 점을 $(q,\ q)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $p=\frac{1}{2}$이면 $a=\frac{1}{4}$이다.

ㄴ. $p<q$

ㄷ. $a^{p+q}=\frac{pq}{2^q}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 2010학년도 6월 평가원 29번

함수 $f(x)$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $f(x)=x^2$ 이면 $\lim_{x\to 0}\frac{e^{f(x)}-1}{x}=0$ 이다.

ㄴ. $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{f(x)}=1$ 이면 $\lim_{x\to 0}\frac{3^x-1}{f(x)}=\ln 3$ 이다.

ㄷ. $\lim_{x\to 0} f(x)=0$ 이면 $\lim_{x\to 0}\frac{e^{f(x)}-1}{x}$ 이 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 2010학년도 6월 평가원 나형 9번

함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)$를 만족시키고,

$$f(x)=\left|x-\frac{1}{2}\right|+1 \qquad \left(-\frac{1}{2}\leqq x<\frac{3}{2}\right)$$

이다. 자연수 n에 대하여 지수함수 $y=2^{\frac{x}{n}}$의 그래프와 함수 $y=f(x)$의 그래프의 교점의 개수가 5가 되도록 하는 모든 n의 값의 합은? [4점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

30. 2010학년도 9월 평가원 나형 24번

좌표평면에서 세 점 $(15,\ 4)$, $(15,\ 1)$, $(64,\ 1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형과 로그함수 $y=\log_k x$의 그래프가 만나도록 하는 자연수 k의 개수를 구하시오. [4점]

31. 2010학년도 수능 16번

자연수 $n\ (n \geq 2)$에 대하여 직선 $y = -x+n$과 곡선 $y=\left|\log_2 x\right|$가 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표를 각각 $a_n,\ b_n\ (a_n < b_n)$이라 할 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $a_2 < \dfrac{1}{4}$

ㄴ. $0 < \dfrac{a_{n+1}}{a_n} < 1$

ㄷ. $1 - \dfrac{\log_2 n}{n} < \dfrac{b_n}{n} < 1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

32. 2010학년도 수능 나형 17번

10보다 작은 자연수 n에 대하여 $\left(\dfrac{n}{10}\right)^{10}$이 소수 여섯째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타날 때, n의 값은?(단, $\log 2 = 0.3010,\ \log 3 = 0.4771$로 계산한다.) [4점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

33. 2011학년도 6월 평가원 (미분과 적분) 29번

세 양수 a, b, c에 대하여

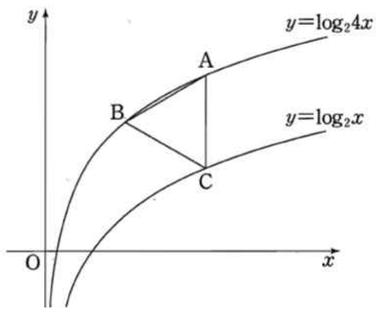
$$\lim_{x\to\infty} x^a \ln\left(b+\frac{c}{x^2}\right)=2$$

일 때, $a+b+c$의 값은? [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

34. 2011학년도 9월 평가원 15번

함수 $y=\log_2 4x$의 그래프 위의 두 점 A, B와 함수 $y=\log_2 x$의 그래프 위의 점 C에 대하여, 선분 AC가 y축에 평행하고 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 점 B의 좌표는 (p, q)이다. $p^2\times 2^q$의 값은? [4점]



① $6\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$ ④ $15\sqrt{3}$ ⑤ $18\sqrt{3}$

35. 2011학년도 수능 16번

좌표평면에서 두 곡선

$y=|\log_2 x|$와 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$이 만나는 두 점을 $P(x_1, y_1)$ $Q(x_2, y_2)$ $(x_1 < x_2)$라 하고, 두 곡선 $y=|\log_2 x|$와 $y=2^x$이 만나는 점을 $R(x_3, y_3)$이라 하자.

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\frac{1}{2} < x_1 < 1$

ㄴ. $x_2 y_2 - x_3 y_3 = 0$

ㄷ. $x_2(x_1 - 1) > y_1(y_2 - 1)$

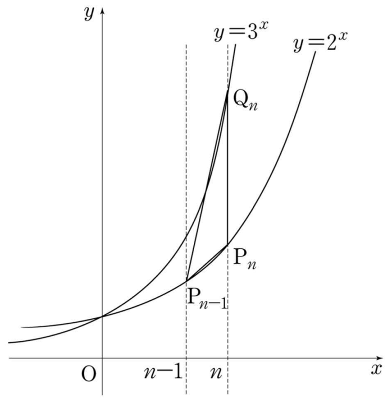
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

36. 2012학년도 6월 평가원 20번

자연수 n에 대하여 직선 $x=n$이 두 곡선 $y=2^x$, $y=3^x$과 만나는 점을 각각 P_n, Q_n이라 하자. 삼각형 $P_n Q_n P_{n-1}$의 넓이를 S_n이라 하고, $T_n = \sum_{k=1}^{n} S_k$라 할 때, $\lim_{n \to \infty} \frac{T_n}{3^n}$의 값은?

(단, 점 P_0의 좌표는 $(0, 1)$이다.) [4점]



① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{11}{16}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{13}{16}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

37. 2012학년도 6월 평가원 나형 16번

부등식 $\log_2 x^2 - \log_2 |x| \le 3$을 만족시키는 정수 x의 개수는? [4점]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

38. 2012학년도 9월 평가원 30번

자연수 n에 대하여 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a_n이라 하자.

(가) 정사각형의 각 변은 좌표축에 평행하고, 두 대각선의 교점은 $(n,\ 2^n)$이다. (나) 정사각형과 그 내부에 있는 점 $(x,\ y)$ 중에서 x가 자연수이고, $y=2^x$을 만족시키는 점은 3개뿐이다.

예를 들어 $a_1 = 12$이다. $\sum_{k=1}^{7} a_k$의 값을 구하시오. [4점]

39. 2012학년도 수능 30번

자연수 a, b에 대하여 곡선 $y=a^{x+1}$과 곡선 $y=b^x$이 직선 $x=t$ $(t \geq 1)$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수를 구하시오. 예를 들어, $a=4$, $b=5$는 다음 조건을 만족시킨다. [4점]

> (가) $2 \leq a \leq 10$, $2 \leq b \leq 10$
>
> (나) $t \geq 1$인 어떤 실수 t에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}} \leq 10$이다.

40. 2013학년도 6월 평가원 30번 (답지필요)

3보다 큰 자연수 n에 대하여 $f(n)$을 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 a라 하자.

> (가) $a \geqq 3$
>
> (나) 두 점 $(2, 0)$, $(a, \log_n a)$를 지나는
>
> 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 보다 작거나 같다.

예를 들어 $f(5)=4$이다. $\sum_{n=4}^{30} f(n)$의 값을 구하시오.

[4점]

41. 2013학년도 6월 평가원 나형 29번

방정식 $4^x+4^{-x}+a(2^x-2^{-x})+7=0$

이 실근을 갖기 위한 양수 a 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오. [4점]

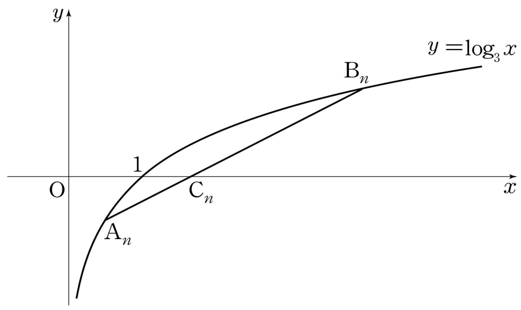
42. 2013학년도 9월 평가원 15번

2 이상의 자연수 n에 대하여 함수 $y=\log_3 x$의 그래프 위의 x좌표가 $\frac{1}{n}$인 점을 A_n이라 하자. 그래프 위의 점 B_n과 x축 위의 점 C_n이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 C_n은 선분 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$과 x축의 교점이다.

(나) $\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{C}_n} : \overline{\mathrm{C}_n\mathrm{B}_n}=1:2$

점 C_n의 x좌표를 x_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{x_n}{n^2}$의 값은? [4점]

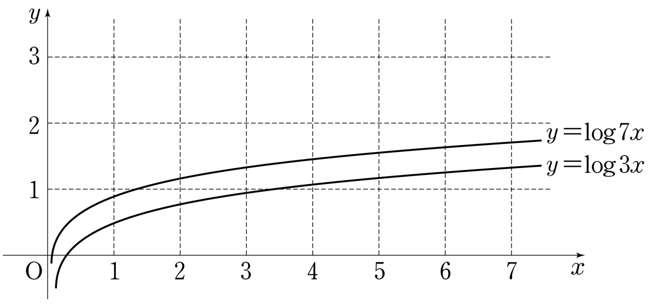


① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

43. 2013학년도 9월 평가원 30번

좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y=\log 3x$, $y=\log 7x$의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 꼭짓점의 x좌표, y좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.
(나) 꼭짓점의 x좌표는 모두 100 이하이다.



44. 2013학년도 수능 30번

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 영역

$$\left\{(x,\ y)\,|\,2^x-n \le y \le \log_2(x+n)\right\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n이라 하자.

(가) x좌표와 y좌표는 서로 같다.
(나) x좌표와 y좌표는 모두 정수이다.

예를 들어, $a_1=2,\ a_2=4$이다.

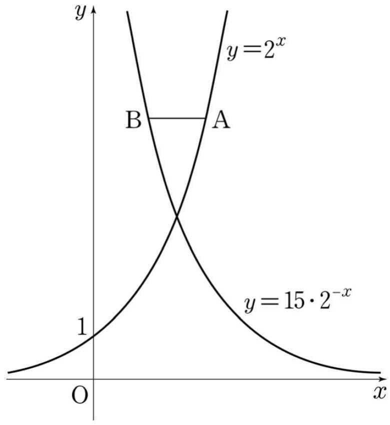
$\sum_{n=1}^{30} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

45. 2014학년도 6월 평가원 A형 27번

방정식 $x^{\log_2 x} = 8x^2$ 의 두 실근을 α, β라 할 때, $\alpha\beta$의 값을 구하시오. [4점]

46. 2014학년도 6월 평가원 17번

그림과 같이 함수 $y=2^x$ 의 그래프 위의 한 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=15 \cdot 2^{-x}$ 의 그래프와 만나는 점을 B 라 하자. 점 A 의 x 좌표를 a 라 할 때, $1 < \overline{AB} < 100$ 을 만족시키는 2 이상의 자연수 a 의 개수는? [4점]



① 40 ② 43 ③ 46 ④ 49 ⑤ 52

47. 2014학년도 9월 평가원 나형 30번

자연수 n에 대하여 부등식 $4^k-(2^n+4^n)2^k+8^n \le 0$을 만족시키는 모든 자연수 k의 합을 a_n이라 하자.

$\sum_{n=1}^{20}\frac{1}{a_n}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

48. 2014학년도 수능 A형 30번

좌표평면에서 $a>1$인 자연수 a에 대하여 두 곡선 $y=4^x$, $y=a^{-x+4}$과 직선 $y=1$로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40 이하가 되도록 하는 a의 개수를 구하시오. [4점]

49. 2014학년도 수능 A형 14번

자연수 n에 대하여 $f(n)$이 다음과 같다.

$$f(n)=\begin{cases}\log_3 n & (n\text{이 홀수})\\ \log_2 n & (n\text{이 짝수})\end{cases}$$

20 이하의 두 자연수 m, n에 대하여 $f(mn)=f(m)+f(n)$을 만족시키는 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는? [4점]

① 220 ② 230 ③ 240 ④ 250 ⑤ 260

50. 2015학년도 6월 평가원 19번

$0<a<1<b$인 두 실수 a, b에 대하여 두 함수

$$f(x)=\log_a(bx-1),\ g(x)=\log_b(ax-1)$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$와 x축의 교점이 곡선 $y=g(x)$의 점근선 위에 있도록 하는 a와 b 사이의 관계식과 a의 범위를 옳게 나타낸 것은? [4점]

① $b=-2a+2$ $(a<a<\frac{1}{2})$

② $b=2a$ $(0<a<\frac{1}{2})$

③ $b=2a$ $(\frac{1}{2}<a<1)$

④ $b=2a+1$ $(0<a<\frac{1}{2})$

⑤ $b=2a+1$ $(\frac{1}{2}<a<1)$

51. 2015학년도 6월 평가원 26번

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)\ln x^4$$

이라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(e,\ -e)$에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(e,\ -4e)$에서의 접선이 서로 수직일 때, $100f'(e)$의 값을 구하시오. [4점]

52. 2015학년도 6월 평가원 나형 15번

세대당 종자의 평균 분산거리가 D이고 세대당 종자의 증식 률이 R인 나무의 10세대 동안 확산에 의한 이동거리를 L이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L^2 = 100D^2 \times \log_3 R$$

세대당 종자의 평균 분산거리가 20이고 세대당 종자의 증식률이 81인 나무의 10세대 동안 확산에 의한 이동거리 L의 값은? (단, 거리의 단위는 m이다.) [4점]

① 400 ② 500 ③ 600 ④ 700 ⑤ 800

53. 2015학년도 9월 평가원 나형 30번

다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b의 모든 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 구하시오. [4점]

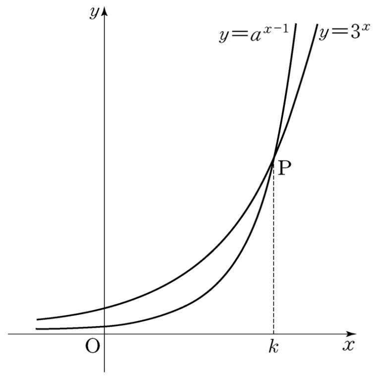
(가) $1 \le a \le 10,\ 1 \le b \le 100$

(나) 곡선 $y=2^x$이 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=1$과 만나지 않는다.

(다) 곡선 $y=2^x$이 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=4$와 적어도 한 점에서 만난다.

54. 2015학년도 수능 14번

$a>3$ 인 상수 a에 대하여 두 곡선 $y=a^{x-1}$과 $y=3^x$이 점 P에서 만난다. 점 P의 x좌표를 k 라 할 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

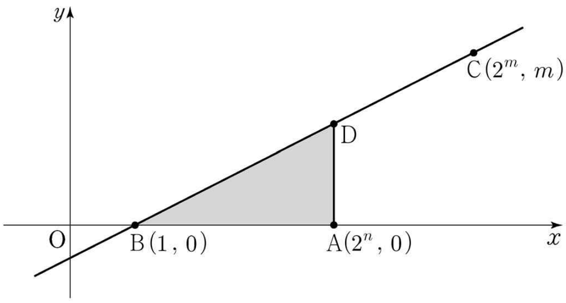


점 P에서 곡선 $y=3^x$에 접하는 직선이 x축과 만나는 점을 A, 점 P에서 곡선 $y=a^{x-1}$에 접하는 직선이 x축과 만나는 점을 B라 하자. 점 $\mathrm{H}(k,0)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AH}}=2\overline{\mathrm{BH}}$일 때, a의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

55. 2015학년도 수능 21번

자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 m을 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [4점]



(가) 점 A의 좌표는 $(2^n, 0)$이다.
(나) 두 점 $\mathrm{B}(1, 0)$과 $\mathrm{C}(2^m, m)$을 지나는 직선 위의 점 중 x좌표가 2^n인 점을 D라 할 때, 삼각형ABD의 넓이는 $\frac{m}{2}$보다 작거나 같다.

① 109 ② 111 ③ 113 ④ 115 ⑤ 117

56. 2015학년도 수능 A형 15번

지수부등식 $\left(\frac{1}{5}\right)^{1-2x} \le 5^{x+4}$을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

57. 2015학년도 수능 A형 30번

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 삼각형 OAB의 개수를 $f(n)$이라 할 때, $f(1)+f(2)+f(3)$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이다.) [4점]

> (가) 점 A의 좌표는 $(-2,\, 3^n)$이다.
> (나) 점 B의 좌표를 $(a,\, b)$라 할 때, a와 b는 자연수이고 $b \le \log_2 a$를 만족시킨다.
> (다) 삼각형 OAB의 넓이는 50 이하이다.

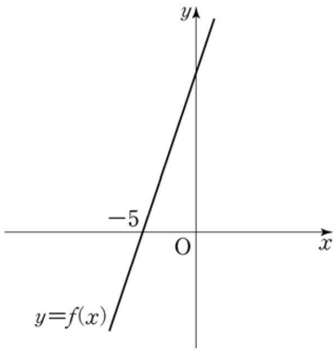
58. 2016학년도 6월 평가원 A형 15번

함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를 $y=f(x)$라 하자. 함수 $f(x)$의 역함수가 $f^{-1}(x)=3^{x-2}+4$일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

59. 2016학년도 6월 평가원 A형 28번

일차함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같고 $f(-5)=0$이다. 부등식 $2^{f(x)} \leq 8$ 의 해가 $x \leq -4$일 때, $f(0)$의 값을 구하시오. [4점]



60. 2016학년도 6월 평가원 A형 30번

2 이상의 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수가 300 이상이 되도록 하는 가장 작은 자연수 k의 값을 $f(n)$이라 할 때, $f(2)\times f(3)\times f(4)$의 값을 구하시오.

(가) $a < n^k$이면 $b \leq \log_n a$이다.
(나) $a \geq n^k$이면 $b \leq -(a-n^k)^2+k^2$이다.

61. 2016학년도 6월 평가원 B형 16번

두 함수

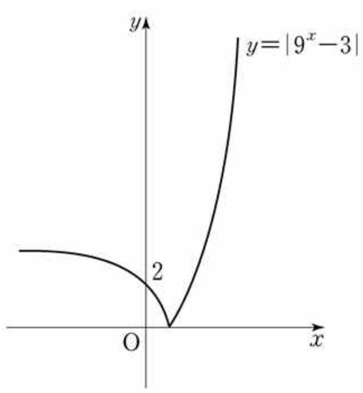
$$f(x)=\begin{cases} ax & (x<1) \\ -3x+4 & (x\geq 1) \end{cases},\ g(x)=2^{x}+2^{-x}$$

에 대하여 합성함수 $(g \circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 곱은? [4점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

62. 2016학년도 6월 평가원 B형 18번

좌표평면 위의 두 곡선 $y=\left|9^{x}-3\right|$과 $y=2^{x+k}$이 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표를 x_1, x_2 $(x_1<x_2)$라 할 때, $x_1<0$, $0<x_2<2$를 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합은? [4점]



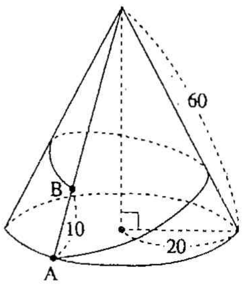
① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

미적분Ⅱ. (2) 삼각함수

능 력 발 휘

1. 1997학년도 수능 자연계 24번

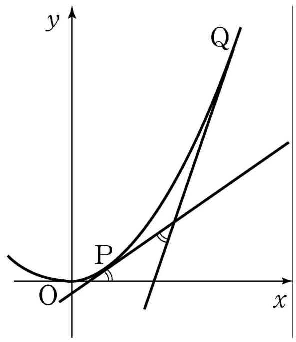
오른쪽 그림과 같은 직원뿔 모양의 산이 있다. A 지점을 출발하여 산을 한 바퀴 돌아 B 지점으로 가는 관광열차의 궤도를 최단거리로 놓으면, 이 궤도는 처음에는 오르막길이지만 나중에는 내리막길이 된다.
이 내리막길의 길이는?[4점]



① $\dfrac{200}{\sqrt{19}}$　② $\dfrac{300}{\sqrt{30}}$　③ $\dfrac{300}{\sqrt{91}}$　④ $\dfrac{400}{\sqrt{91}}$　⑤ $\dfrac{300}{\sqrt{91}}$

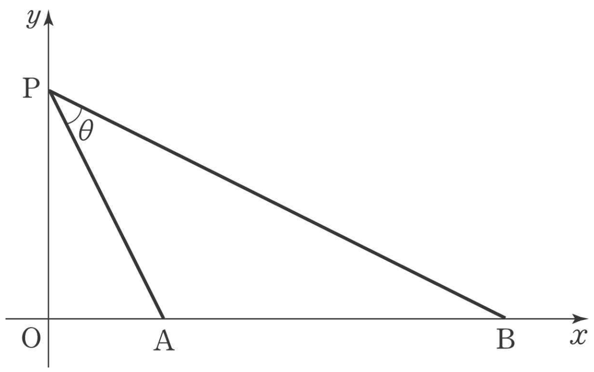
2. 2005학년도 6월 평가원 (미분과 적분) 30번

곡선 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 위의 두 점 $\mathrm{P}\left(\sqrt{2}, \dfrac{1}{2}\right)$, $\mathrm{Q}\left(\mathrm{a}, \dfrac{\mathrm{a}^2}{4}\right)$ 에서의 두 접선과 x 축으로 둘러싸인 삼각형이 이등변삼각형일 때, a^2의 값을 구하시오. (단, $a>\sqrt{2}$) [4점]



3. 2005학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 30번

그림과 같이 x축 위의 두 점 $\mathrm{A}(20, 0)$, $\mathrm{B}(80, 0)$와 양의 y축 위의 점 $\mathrm{P}(0, y)$에 대하여 $\angle \mathrm{APB} = \theta$라고 할 때, $\tan\theta$의 값이 최대가 되는 점 P의 y좌표를 구하시오. [4점]



4. 2005학년도 9월 평가원 10번

실수 전체 집합에서 정의된 두 함수 f, g가

$$f(x) = \begin{cases} 2 & (x > 0) \\ 1 & (x = 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$ 이고 $g(x) = \sin \pi x$

일 때, 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $f(f(x))$는 상수함수이다.

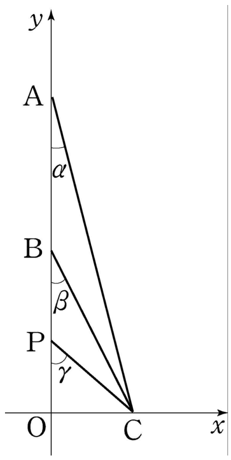
ㄴ. $\lim\limits_{x \to 0} f(g(x))$의 값이 존재한다.

ㄷ. $g(f(x))$는 $x = 0$에서 연속이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

5. 2006학년도 6월 평가원 (미분과 적분) 28번

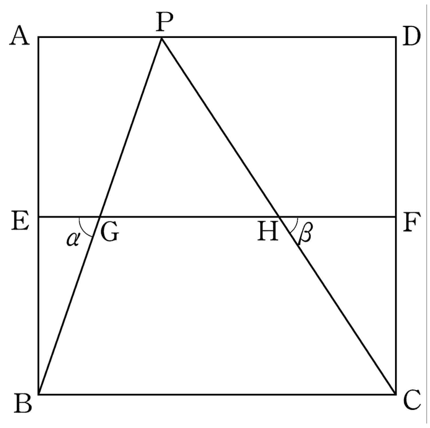
아래 그림과 같이 y축 위의 두 점 $\mathrm{A}(0, 4)$, $\mathrm{B}(0, 2)$와 x축 위의 점 $\mathrm{C}(1, 0)$에 대하여 $\angle \mathrm{CAO} = \alpha$, $\angle \mathrm{CBO} = \beta$ 라 하자. 양의 y축 위의 점 $\mathrm{P}(0, \mathrm{y})$에 대하여 $\angle \mathrm{CPO} = \gamma$ 라 할 때, $\alpha + \beta = \gamma$가 되는 점 P의 y좌표는? [4점]



① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{8}{7}$ ⑤ $\frac{9}{8}$

6. 2006학년도 6월 평가원 (미분과 적분) 29번

아래 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD에서 변 AB의 중점을 E, 변 CD의 중점을 F라 하자. 선분 AD 위의 양 끝점이 아닌 임의의 점 P에 대하여 선분 BP와 선분 EF의 교점을 G, 선분 CP와 선분 EF의 교점을 H라 하자. $\angle \mathrm{BGE} = \alpha$, $\angle \mathrm{CHF} = \beta$라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



〈보 기〉

ㄱ. $\overline{\mathrm{GH}}$는 점 P의 위치에 관계없이 일정하다.

ㄴ. $\alpha + \beta$는 점 P의 위치에 관계없이 일정하다.

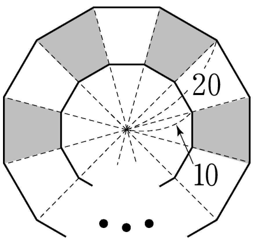
ㄷ. $\lim_{\alpha \to \frac{\pi}{2}} \frac{\overline{\mathrm{AP}}}{\frac{\pi}{2} - \alpha} = 2$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

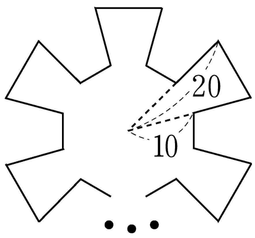
7. 2006학년도 6월 평가원 (미분과 적분) 30번

[그림1]은 중심이 같은 두 개의 정 $2n$각형에서 큰 정 $2n$각형의 꼭지점, 작은 정$2n$각형의 꼭지점과 중심이 한 직선 위에 있도록 연결한 것이다. 중심에서 두 개의 정 $2n$각형의 꼭지점까지의 거리는 각각 10, 20이다.
[그림1] 의 어두운 부분을 잘라내어 만든 [그림2]와 같은 도형의 넓이를 S_n이라 하자.

$\dfrac{1}{\pi}\lim\limits_{n\to\infty} S_n$의 값을 구하시오. [4점]



[그림1]



[그림2]

8. 2006학년도 6월 평가원 나형 29번

음이 아닌 정수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점의 좌표를 $\mathrm{P_n}(\mathrm{a_n}, \mathrm{b_n})$이라 하자.

> (ㄱ) $a_0 = 1,\ b_0 = 0$
> (ㄴ) 점 $\mathrm{P_{n+1}}(\mathrm{a_{n+1}}, \mathrm{b_{n+1}})$은 점 $\mathrm{P_n}(\mathrm{a_n}, \mathrm{b_n})$에서 원 $x^2+y^2=1$의 호를 따라 시계 반대 방향으로 $\dfrac{\pi}{18}$만큼 이동한 점이다.

이때, $a_n = b_n$을 만족시키는 n은 (가).
그리고 $c_k = a_{18k}$ $(k=1, 2, 3, \ldots)$라 하면, 수열 $\{\mathrm{c_k}\}$는 공비가 (나) 인 등비수열이다. 위의 (가), (나)에 알맞은 것은? [4점]

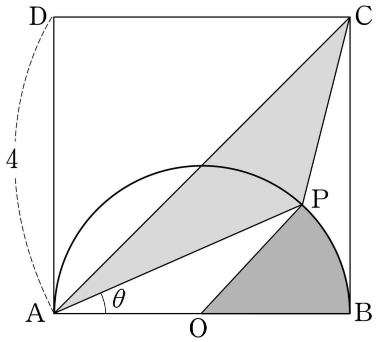
	(가)	(나)
①	존재하지 않는다	$-\dfrac{1}{2}$
②	존재하지 않는다	-1
③	존재한다	$-\dfrac{1}{2}$
④	존재한다	-1
⑤	존재한다	$\dfrac{1}{2}$

9. 2006학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 30번

그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD에서 변 AB의 중점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 반원 위에 점 P가 있다. $\angle \mathrm{BAP} = \theta$일 때 삼각형 APC의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 OBP의 넓이를 $g(\theta)$라 하자.

$\lim\limits_{\theta \to 0} \dfrac{8 - f(\theta)}{g(\theta)} = \alpha$라 할 때, 10α의 값을 구하시오.

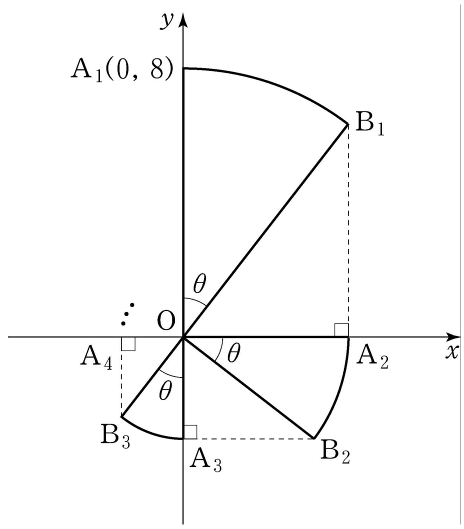
(단, $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$이다.) [4점]



10. 2006학년도 수능 15번

그림과 같이 원점 O와 점 $\mathrm{A_1}(0,\ 8)$을 이은 선분 $\mathrm{OA_1}$을 반지름으로 하고, 중심각의 크기가 θ인 부채꼴 $\mathrm{OA_1B_1}$을 그린다. 점 $\mathrm{B_1}$에서 x축에 내린 수선의 발을 $\mathrm{A_2}$라 하고, 반지름이 선분 $\mathrm{OA_2}$이고 중심각의 크기가 θ인 부채꼴 $\mathrm{OA_2B_2}$를 그린다. 점 $\mathrm{B_2}$에서 y축에 내린 수선의 발을 $\mathrm{A_3}$이라 하고, 반지름이 선분 $\mathrm{OA_3}$이고 중심각의 크기가 θ인 부채꼴 $\mathrm{OA_3B_3}$을 그린다. 이와 같이 시계 방향으로 x축과 y축에 번갈아 수선의 발을 내리는 과정을 계속하여 얻은 부채꼴 $\mathrm{OA}_n\mathrm{B}_n$의 호 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$의 길이를 l_n이라 하자. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} l_n = 12\theta$일 때, $\sin\theta$의 값은?

(단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$이다.) [4점]



① $\dfrac{1}{7}$　② $\dfrac{1}{6}$　③ $\dfrac{1}{5}$　④ $\dfrac{1}{4}$　⑤ $\dfrac{1}{3}$

11. 2006학년도 수능 13번

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 각각

$a_n = \dfrac{1}{2^{n-1}}\cos\dfrac{(n-1)\pi}{2}$, $b_n = \dfrac{1+(-1)^{n-1}}{2^n}$ 일 때,

〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[보 기]

ㄱ. 모든 자연수 k에 대하여 $a_{3k} < 0$이다.

ㄴ. 모든 자연수 k에 대하여 $a_{4k-1} + b_{4k-1} = 0$ 이다.

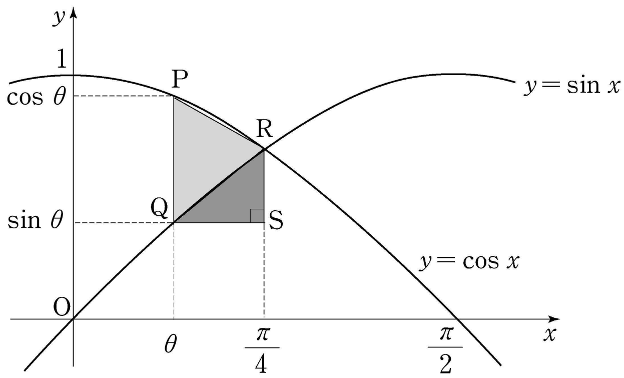
ㄷ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{3}{5}\sum_{n=1}^{\infty} b_n$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 2007학년도 6월 평가원 (미분과 적분) 29번

$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$, $\theta \neq \dfrac{\pi}{4}$일 때, 곡선 $y = \cos x$ 위의 점 $\mathrm{P}(\theta, \cos\theta)$를 지나고 x축에 수직인 직선과 곡선 $y = \sin x$ 의 교점을 Q라 하자. 점 Q를 지나고 x축에 평행한 직선과 점 $\mathrm{R}\left(\dfrac{\pi}{4}, \sin\dfrac{\pi}{4}\right)$를 지나고 x축에 수직인 직선의 교점을 S라 하자. 삼각형 PQR의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 QSR의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때,

$\displaystyle\lim_{\theta \to \frac{\pi}{4}} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$의 값은? [4점]



① $2\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 1

13. 2007학년도 6월 평가원 (미분과 적분) 30번

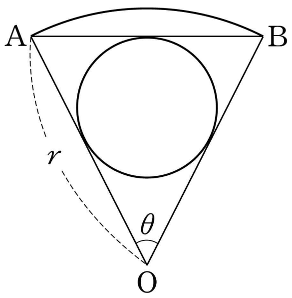
두 양수 a, b가 $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 7x}{2^{x+1}-a}=\frac{b}{2\ln 2}$를 만족시킬 때, ab의 값을 구하시오. [4점]

14. 2007학년도 6월 평가원 21번

두 함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{2x^{2n+2}+1}{x^{2n}+2}$, $g(x)=\sin(k\pi x)$에 대하여 방정식 $f(x)=g(x)$가 실근을 갖지 않을 때, $60k$의 최댓값을 구하시오. [4점]

15. 2007학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 29번

그림과 같이 중심각의 크기가 θ 이고 반지름의 길이가 r 인 부채꼴 OAB 가 있다. 부채꼴의 호 AB 의 길이를 l_1, 삼각형 OAB 에 내접하는 원의 둘레의 길이를 l_2 라 할 때, $\lim_{\theta \to 0} \frac{l_2}{l_1}$ 의 값은? [4점]



① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ 2π

16. 2008학년도 6월 평가원 (미분과 적분) 29번

다항함수 $g(x)$에 대하여 함수 $f(x) = e^{-x}\sin x + g(x)$ 가 $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 1$, $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1$ 을 만족시킬 때, <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(0) = 0$

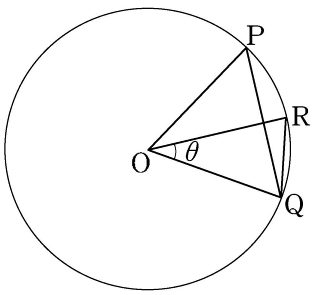
ㄴ. $\lim_{x \to \infty} \frac{g(x)}{x^2} = 1$

ㄷ. $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 2008학년도 6월 평가원 (미분과 적분) 30번

그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 서로 다른 두 점 P, Q에 대하여 $\angle\mathrm{POQ}$를 이등분하는 직선이 호 PQ와 만나는 점을 R라 하자. 삼각형 POQ의 넓이와 삼각형 ROQ의 넓이의 비가 $3:2$이고 $\angle\mathrm{ROQ}=\theta$라 할 때, $16\cos\theta$의 값을 구하시오. [4점]



18. 2008학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 29번

두 실수 $a=\lim\limits_{t\to0}\dfrac{\sin t}{2t}$, $b=\lim\limits_{t\to0}\dfrac{e^{2t}-1}{t}$에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} a & (x\geqq 1) \\ b & (x<1) \end{cases}$$

일 때, 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $f(1)=\dfrac{1}{2}$

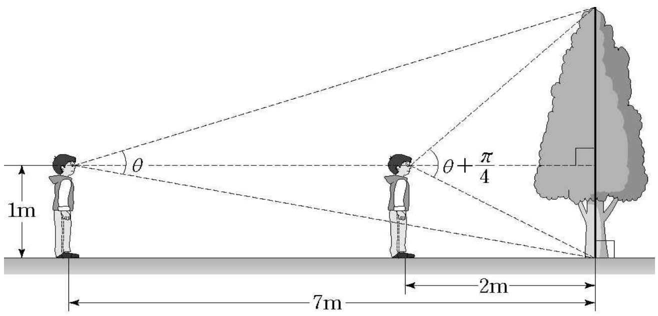
ㄴ. $f(f(1))=2$

ㄷ. $\lim\limits_{x\to1-0}f(f(x))=\lim\limits_{x\to1+0}f(f(x))$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 2009학년도 6월 평가원 (미분과 적분) 29번

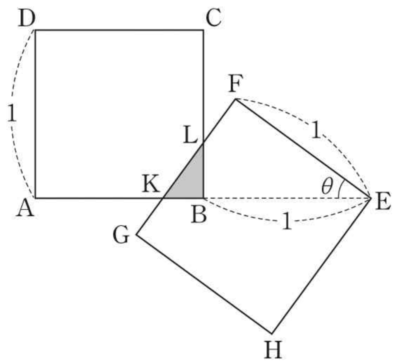
눈높이가 $1\mathrm{m}$인 어린이가 나무로부터 $7\mathrm{m}$ 떨어진 지점에서 나무의 꼭대기를 바라본 선과 나무가 지면에 닿는지점을 바라본 선이 이루는 각이 θ 이었다. 나무로부터 $2\mathrm{m}$ 떨어진 지점까지 다가가서 나무를 바라보았더니 나무의 꼭대기를 바라본 선과 나무가 지면에 닿는 지점을 바라본 선이 이루는 각이 $\theta+\dfrac{\pi}{4}$가 되었다. 나무의 높이는 $a\,(\mathrm{m})$ 또는 $b\,(\mathrm{m})$이다. $a+b$의 값은? [4점]



① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

20. 2009학년도 6월 평가원 (미분과 적분) 30번

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서 변 AB를 연장한 직선 위에 $\overline{\mathrm{BE}}=1$인 점 E가 있다. 점 E를 꼭짓점으로 하고 한 변의 길이가 1인 정사각형 EFGH에 대하여 $\angle\mathrm{BEF}=\theta$일 때, 변 FG와 변 AB의 교점을 K, 변 FG와 변 BC의 교점을 L이라 하자. 삼각형 KBL의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\displaystyle\lim_{\theta\to 0}\frac{S(\theta)}{\theta^3}=\frac{q}{p}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$이고, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

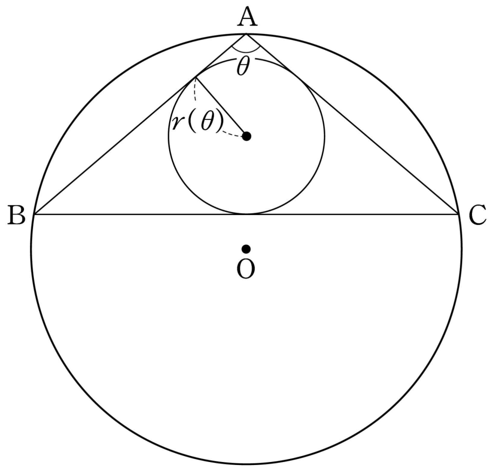


21. 2009학년도 수능 (미분과 적분) 30번

반지름의 길이가 1인 원 O 위에 점 A가 있다. 그림과 같이 양수 θ에 대하여 원 O 위의 두 점 B, C를 $\angle \mathrm{BAC} = \theta$이고 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$가 되도록 잡는다. 삼각형 ABC의 내접원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$라 할 때,

$\lim_{\theta \to \pi - 0} \frac{r(\theta)}{(\pi - \theta)^2} = \frac{q}{p}$이다. $p^2 + q^2$의 값을 구하시오.

(단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

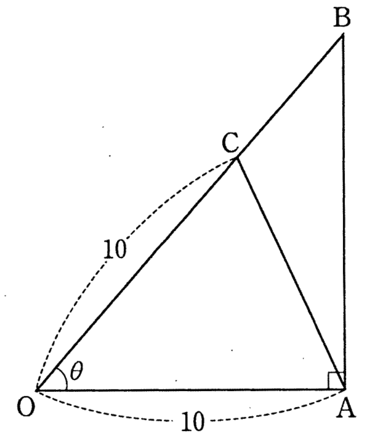


22. 2010학년도 6월 평가원 (미분과 적분) 30번

그림과 같이 양수 θ에 대하여 $\angle \mathrm{AOB} = \theta$,

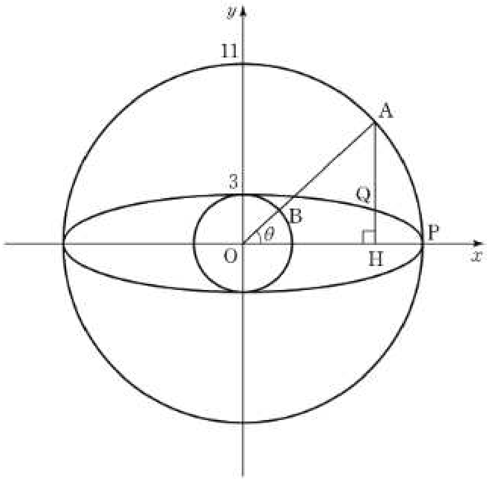
$\angle \mathrm{OAB} = \frac{\pi}{2}$, $\overline{\mathrm{OA}} = 10$인 직각삼각형 OAB 가 있다.

변 OB 위에 있는 $\overline{\mathrm{OC}} = 10$인 점 C에 대하여 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 $f(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to +0} \frac{f(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. [4점]



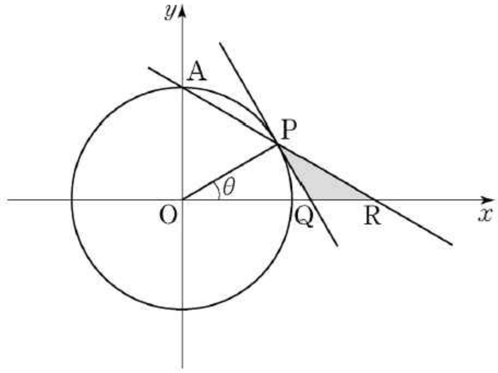
23. 2010학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 30번

좌표평면 위에 타원 $\frac{x^2}{11^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$과 점 $\mathrm{P}(11,\ 0)$이 있고, 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 11인 원 C_1과 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 C_2가 있다. 제 1사분면에 있는 원 C_1 위의 점 A에 대하여 선분 OA와 원 C_2의 교점을 B, 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 H, 선분 AH와 타원의 교점을 Q, 선분 OA가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 하자. 삼각형 ABQ의 넓이를 S_1이라 하고, 삼각형 APQ의 넓이를 S_2라 하자. $\lim_{\theta\to 0}\frac{S_2}{\theta^2\cdot S_1}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



24. 2011학년도 6월 평가원 (미분과 적분) 30번

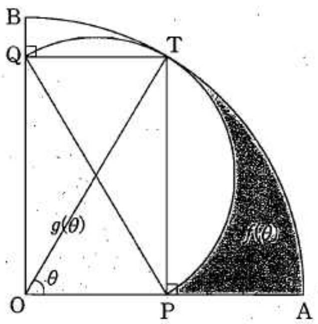
좌표평면에서 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q, 점 $A(0,1)$과 점 P를 지나는 직선이 x축과 만나는 점을 R라 하자. $\angle QOP=\theta$라 하고 삼각형 PQR의 넓이를 $S(\theta)$라고 하자. $\lim_{\theta\to+0}\frac{S(\theta)}{\theta^2}=\alpha$일 때, 100α의 값을 구하시오. (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



25. 2011학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 30번

그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 T에서 선분 OA와 선분 OB에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 하고 $\angle \mathrm{POT} = \theta$라 하자. 점 P와 점 Q를 지름의 양끝으로 하고 점 T를 지나는 반원을 C라 할 때, 반원 C 의 호 TP, 선분 PA, 부채꼴 OAT의 호 AT로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 OPQ의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to +0} \frac{\theta + f(\theta)}{g(\theta)} = a$일 때, $100a$의 값을 구하시오.

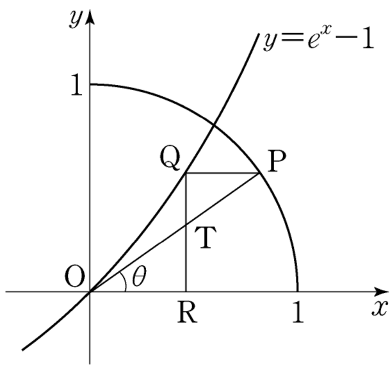
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



26. 2011학년도 수능 (미분과 적분) 30번

좌표평면에서 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 P 에 대하여 선분 OP가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 $\theta\left(0 < \theta < \frac{\pi}{4}\right)$라 하자. 점 P를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y = e^x - 1$과 만나는 점을 Q 라하고, 점 Q에서 x축에 내린 수선의 발을 R라 하자.
선분 OP와 선분 QR의 교점을 T라 할 때,
삼각형 OTR의 넓이를 $S(\theta)$라 하자.

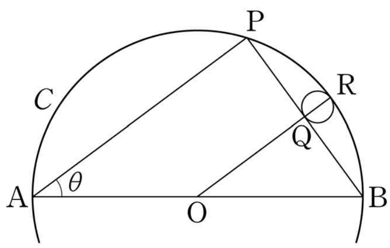
$\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = a$일 때, $60a$의 값을 구하시오. [4점]



27. 2012학년도 6월 평가원 27번

중심이 O이고, 두 점 A, B를 지름의 양 끝으로 하며 반지름의 길이가 1인 원 C가 있다. 그림과 같이 원 C 위의 점 P에 대하여 점 O를 지나고 직선 AP와 평행한 직선이 선분 PB와 만나는 점을 Q, 호 PB와 만나는 점을 R라 하자. $\angle \mathrm{PAB} = \theta \ \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$라 하고, 점 Q와 점 R를 지름의 양 끝으로 하는 원의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^4} = \frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, $\overline{\mathrm{QR}} < 1$이고, p와 q는 서로소인 정수이다.) [4점]

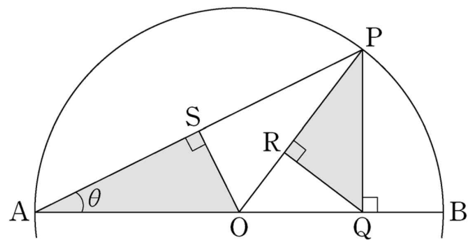


28. 2012학년도 수능 27번

그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q에서 선분 OP에 내린 수선의 발을 R, 점 O에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 S라 하자. $\angle \mathrm{PAQ} = \theta \ \left(0 < \theta < \frac{\pi}{4}\right)$일 때, 삼각형 AOS의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PRQ의 넓이를 $g(\theta)$라 하자.

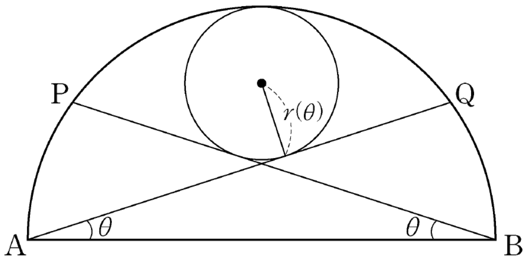
$\lim_{\theta \to +0} \frac{\theta^2 f(\theta)}{g(\theta)} = \frac{q}{p}$일 때, $p^2 + q^2$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



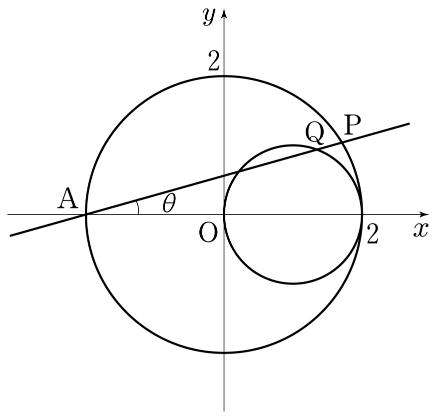
29. 2013학년도 6월 평가원 29번

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를 $\angle ABP = \angle BAQ = \theta$ $\left(0 < \theta < \dfrac{\pi}{4}\right)$가 되도록 잡는다. 두 선분 AQ, BP와 호 PQ에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$라 할 때, $\displaystyle\lim_{\theta \to \frac{\pi}{4}-0} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4}-\theta} = p\sqrt{2}+q$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.) [4점]



30. 2013학년도 9월 평가원 20번

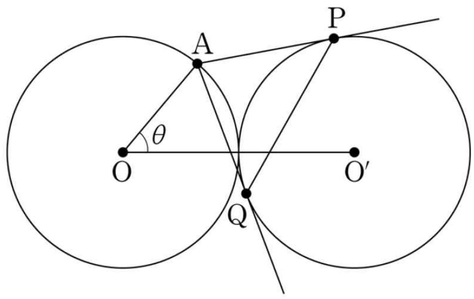
그림과 같이 점 $\mathrm{A}(-2, 0)$과 원 $x^2+y^2=4$ 위의 점 P에 대하여 직선 AP가 원 $(x-1)^2+y^2=1$과 두 점에서 만날 때 두 점 중에서 점 P에 가까운 점을 Q라 하자. $\angle \mathrm{OAP} = \theta$라 할 때, $\displaystyle\lim_{\theta \to +0} \frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{\theta^2}$의 값은? [4점]



① $\dfrac{5}{2}$ ② 3 ③ $\dfrac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\dfrac{9}{2}$

31. 2014학년도 6월 평가원 21번

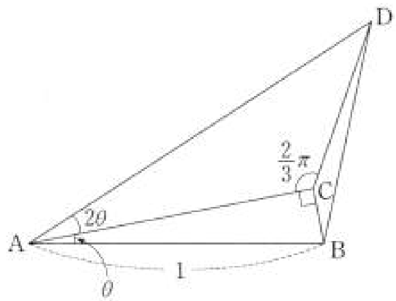
그림과 같이 반지름의 길이가 각각 1인 두 원 O, O′이 외접하고 있다. 원 O 위의 점 A에서 원 O′에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q라 하자. $\angle AOO' = \theta$라 할 때, $\lim_{\theta \to +0} \frac{\overline{PQ}}{\theta}$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)[4점]



① 2 ② $\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

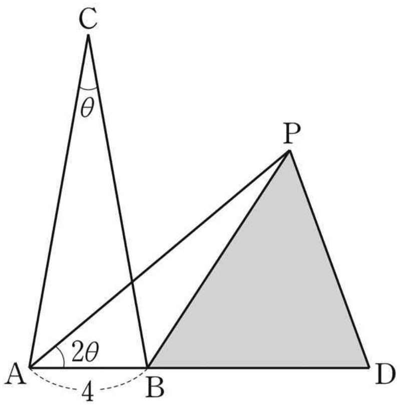
32. 2014학년도 9월 평가원 29번

그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 빗변으로 하고 $\angle BAC = \theta, (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$인 직각삼각형 ABC에 대하여 점 D를 $\angle ACD = \frac{2}{3}\pi$, $\angle CAD = 2\theta$가 되도록 잡는다. 삼각형BCD의 넓이를 $S(\theta)$라고 할 때, $\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = p$ 이다. $300p^2$의 값을 구하시오. (단, 네 점 A,B,C,D는 한 평면 위에 있다.) [4점]



33. 2014학년도 수능 28번

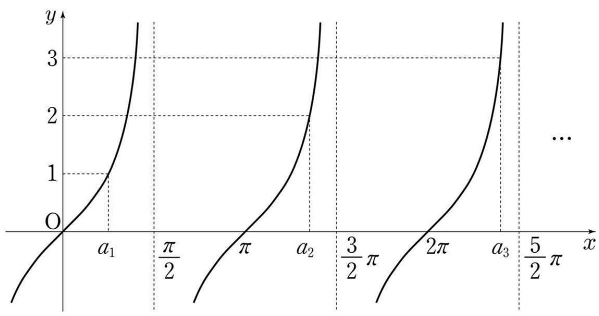
그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 한 변으로 하고, $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BC}}$, $\angle\mathrm{ACB}=\theta$인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위에 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AD}}$인 점 D를 잡고, $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AP}}$이고 $\angle\mathrm{PAB}=2\theta$인 점 P를 잡는다. 삼각형 BDP의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim\limits_{\theta\to+0}(\theta\times S(\theta))$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{6}$) [4점]



34. 2014학년도 수능 18번

자연수 n에 대하여 직선 $y=n$과 함수 $y=\tan x$의 그래프가 제 1사분면에서 만나는 점의 x좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자.

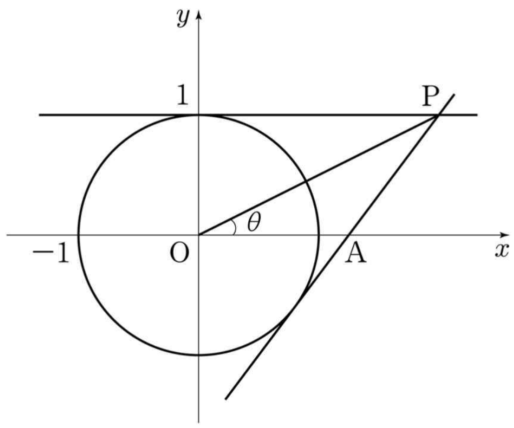
$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}$의 값은? [4점]



① $\frac{\pi}{4}$　② $\frac{\pi}{2}$　③ $\frac{3}{4}\pi$　④ π　⑤ $\frac{5}{4}\pi$

35. 2014학년도 예비 B형 16번

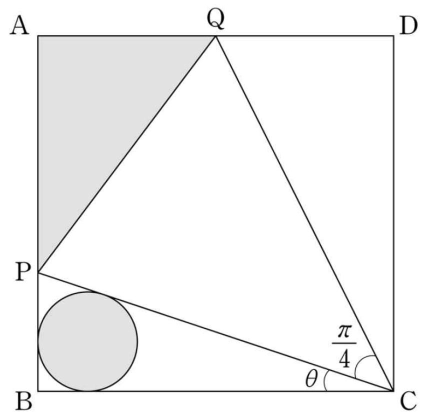
그림과 같이 직선 $y=1$위의 점 P에서 원 $x^2+y^2=1$에 그은 접선이 x축과 만나는 점을 A라 하고, $\angle AOP=\theta$라 하자. $\overline{OA}=\frac{5}{4}$일 때, $\tan 3\theta$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$이다.) [4점]



① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

36. 2014학년도 예비 B형 29번

한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 변 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle \mathrm{BCP}=\theta$라 하고, 변 AD 위의 점 Q를 $\angle \mathrm{PCQ}=\frac{\pi}{4}$가 되도록 잡는다. 삼각형 APQ의 넓이를 $\mathrm{f}(\theta)$, 삼각형 BCP의 내접원의 넓이를 $\mathrm{g}(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta\to+0}\frac{g(\theta)}{\theta\times f(\theta)}=\frac{q}{p}\pi$이다. $10p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

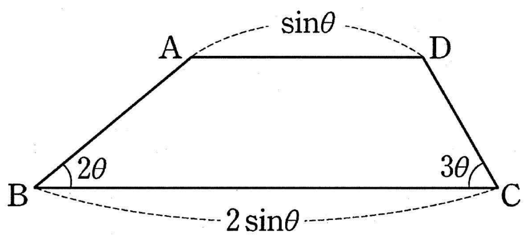


37. 2015학년도 6월 평가원 29번

그림과 같이 사다리꼴 ABCD 에서 변 AD 와 변 BC 가 평행하고 $\angle B = 2\theta$, $\angle C = 3\theta$, $\overline{BC} = 2\sin\theta$, $\overline{AD} = \sin\theta$ 이다. 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

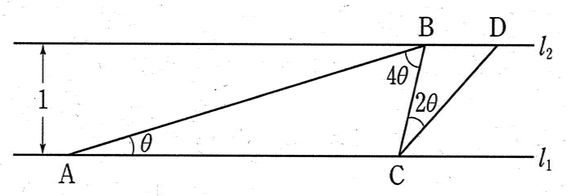
[4점]



38. 2015학년도 9월 평가원 28번

그림과 같이 서로 평행한 두 직선 l_1 과 l_2 사이의 거리가 1 이다. 직선 l_1 위의 점 A 에 대하여 직선 l_2 위에 점 B 를 선분 AB 와 직선 l_1 이 이루는 각의 크기가 θ 가 되도록 잡고, 직선 l_1 위에 점 C 를 $\angle ABC = 4\theta$ 가 되도록 잡는다. 직선 l_2 위에 점 D 를 $\angle BCD = 2\theta$이고 선분 CD 가 선분 AB 와 만나지 않도록 잡는다.
삼각형 ABC 의 넓이가 T_1, 삼각형 BCD 의 넓이가 T_2 라 할 때, $\lim_{\theta \to +0} \frac{T_1}{T_2}$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{10}$) [4점]

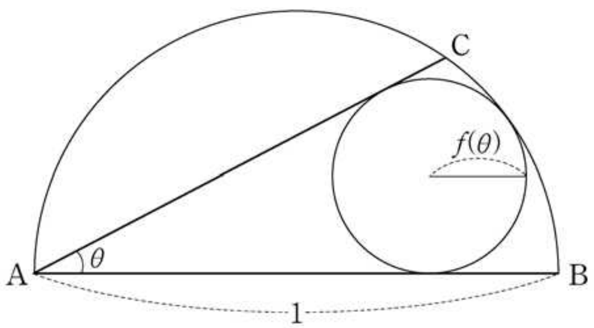


39. 2016학년도 6월 평가원 29번

그림과 같이 길이가 1 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위에 점 C 를 잡고 $\angle \mathrm{BAC} = \theta$ 라 하자. 호 BC 와 두 선분 AB, AC 에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \to +0} \frac{\tan\frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha$$

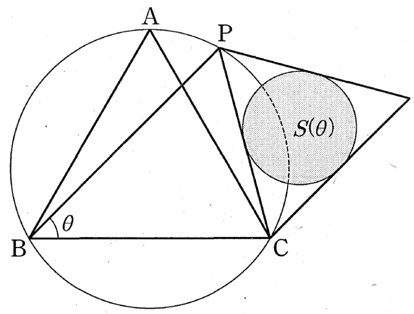
이다. 100α 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



40. 2016학년도 9월 평가원 28번

그림과 같이 원에 내접하고 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 가 있다. 점 B 를 포함하지 않는 호 AC 위의 점 P 에 대하여 $\angle \mathrm{PBC} = \theta$ 라 하고, 선분 PC 를 한 변으로 하는 정삼각형에 내접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

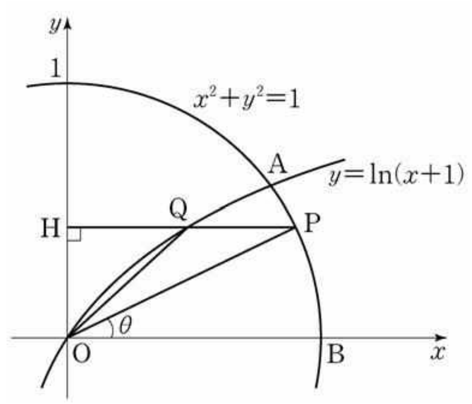
$\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = a\pi$ 일 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]



41. 2016학년도 수능 28번

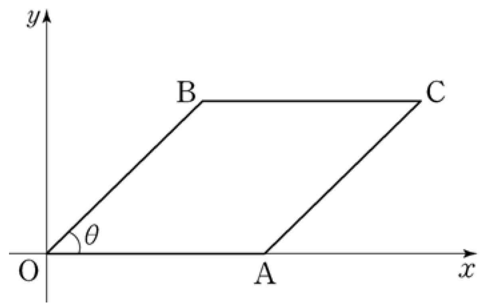
그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$과 곡선 $y=\ln(x+1)$이 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 점 $\mathrm{B}(1,\ 0)$에 대하여 호 AB 위의 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 곡선 $y=\ln(x+1)$이 만나는 점을 Q라 하자. $\angle\mathrm{POB}=\theta$라 할 때, 삼각형 OPQ의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 HQ의 길이를 $L(\theta)$라 하자. $\displaystyle\lim_{\theta\to+0}\frac{S(\theta)}{L(\theta)}=k$일 때, $60k$의 값을 구하시오.

(단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{6}$이고, O는 원점이다.) [4점]



42. 2016학년도 수능 15번

좌표평면에서 점 A의 좌표는 $(1,\ 0)$이고, $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$인 θ에 대하여 점 B의 좌표는 $(\cos\theta,\ \sin\theta)$이다. 사각형 OACB가 평행사변형이 되도록 하는 제1사분면 위의 점 C에 대하여 사각형 OACB의 넓이를 $f(\theta)$, 선분 OC의 길이의 제곱을 $g(\theta)$라 하자. $f(\theta)+g(\theta)$의 최댓값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① $2+\sqrt{5}$ ② $2+\sqrt{6}$ ③ $2+\sqrt{7}$
④ $2+2\sqrt{2}$ ⑤ 5

미적분Ⅱ. (3) 미분법

능 력 발 휘

1. 2005학년도 6월 평가원 10번

이차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 한 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자.
$h(x)=f(x)-g(x)$라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $h(x_1)=h(x_2)$를 만족시키는 서로 다른 두 실수 x_1, x_2가 존재한다.

ㄴ. $h(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

ㄷ. 부등식 $|h(x)|<\dfrac{1}{100}$의 해는 항상 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

2. 2005학년도 6월 평가원 15번

세 실수 a, b, c에 대하여 사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $f'(x)=(x-a)(x-b)(x-c)$일 때, 〈보기〉에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $a=b=c$이면, 방정식 $f(x)=0$은 실근을 갖는다.

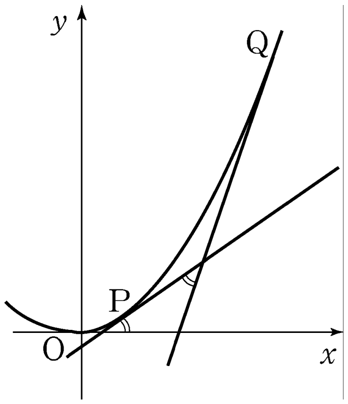
ㄴ. $a=b\neq c$이고 $f(a)<0$이면, 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

ㄷ. $a<b<c$이고 $f(b)<0$이면, 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

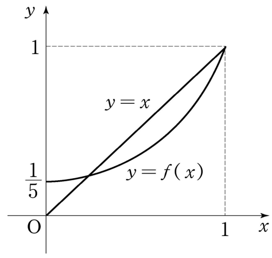
3. 2005학년도 6월 평가원 30번

곡선 $y=\frac{1}{4}x^2$ 위의 두 점 $\mathrm{P}\left(\sqrt{2}, \frac{1}{2}\right)$, $\mathrm{Q}\left(a, \frac{a^2}{4}\right)$에서의 두 접선과 x 축으로 둘러싸인 삼각형이 이등변삼각형일 때, a^2의 값을 구하시오. (단, $a>\sqrt{2}$) [4점]



4. 2006학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 28번

오른쪽 그림은 직선 $y=x$와 다항함수 $y=f(x)$의 그래프의 일부이다. 모든 실수 x에 대하여 $f'(x) \geqq 0$ 이고 $f(0)=\frac{1}{5}$, $f(1)=1$일 때,



<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f'(x)=\frac{4}{5}$인 x가 개구간 $(0, 1)$에 존재한다.

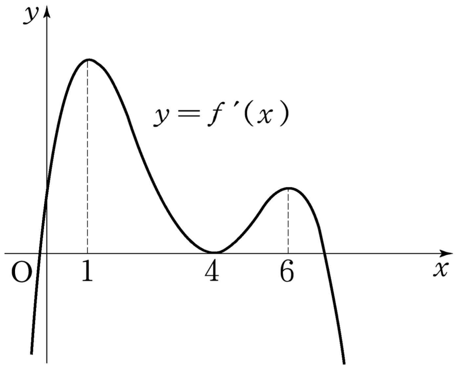
ㄴ. $\int_0^1 f(x)\,dx+\int_{\frac{1}{5}}^1 f^{-1}(x)\,dx=1$

ㄷ. $g(x)=(f\circ f)(x)$일 때, $g'(x)=1$인 x가 개구간 $(0, 1)$에 존재한다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 2006학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 29번

아래 그림은 5차 다항함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$의 그래프이다. 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $f'(4)=0$이고 $f''(1)=f''(4)=f''(6)=0$이다.) [4점]



〈보 기〉

ㄱ. $f(x)$는 서로 다른 세 점에서 극값을 갖는다.

ㄴ. $4<x_1<x_2<6$인 x_1, x_2에 대하여 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)<\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$이다.

ㄷ. $f(0)=0$일 때, 양의 실수 a에 대하여 $y=f(x)$의 그래프와 $y=a$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나면 $f(x)$의 극대값은 a이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

6. 2006학년도 수능 (미분과 적분) 30번

양수 a에 대하여 폐구간 $[-a,\ a]$에서 함수

$$f(x)=\frac{x-5}{(x-5)^2+36}$$

의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m=0$이 되도록 하는 a의 최솟값을 구하시오. [4점]

7. 2007학년도 수능 (미분과 적분) 29번

실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$에 대하여 점 $\mathrm{A}(a, f(a))$를 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자. 직선 $y=g(x)$가 함수 $f(x)$의 그래프와 점 $\mathrm{B}(b, f(b))$에서 접할 때,
함수 $h(x)$를 $h(x)=f(x)-g(x)$라 하자. 〈보기〉에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?(단, $a \neq b$이다.) [4점]

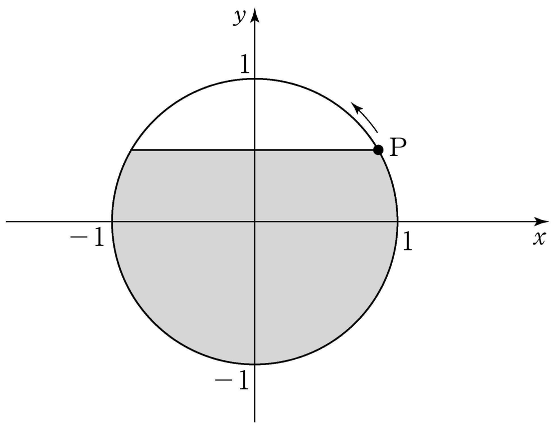
〈 보 기 〉

ㄱ. $h'(b)=0$
ㄴ. 방정식 $h'(x)=0$은 3개 이상의 실근을 갖는다.
ㄷ. 점 $(a, h(a))$는 곡선 $y=h(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

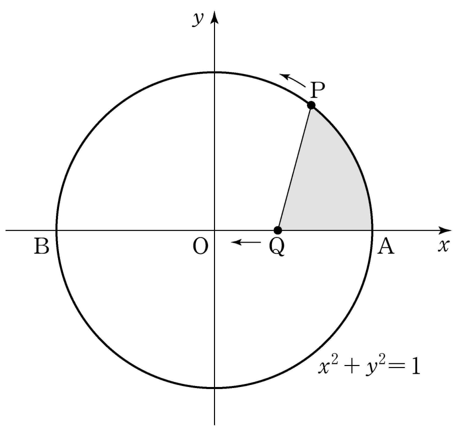
8. 2007학년도 수능 (미분과 적분) 30번

그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P가 점 $(1, 0)$에서 출발하여 원점을 중심으로 매초 $\frac{1}{40}$(라디안)의 일정한 속력으로 원 위를 시계 반대 방향으로 움직이고 있다. 점 P에서 x축에 평행한 직선을 그을 때, 원과 직선으로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를 S라 하자. 점 P가 점$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$을 지나는 순간, 넓이 S의 시간(초)에 대한 변화율은 $\frac{b}{a}$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 서로소인 자연수이다.) [4점]



9. 2008학년도 수능 (미분과 적분) 29번

그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P는 점 $\mathrm{A}(1, 0)$에서 출발하여 원 둘레를 따라 시계 반대 방향으로 매초 $\frac{\pi}{2}$의 일정한 속력으로 움직이고 있다. 점 Q는 점 A에서 출발하여 점 $\mathrm{B}(-1, 0)$을 향하여 매초 1의 일정한 속력으로 x축 위를 움직이고 있다. 점 P와 점 Q가 동시에 점 A에서 출발하여 t초가 되는 순간, 선분 PQ, 선분 QA, 호 AP로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를 S라 하자. 출발한 지 1초가 되는 순간, 넓이 S의 시간(초)에 대한 변화율은? [4점]



① $\frac{\pi}{4}-1$　② $\frac{\pi}{4}$　③ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{3}$

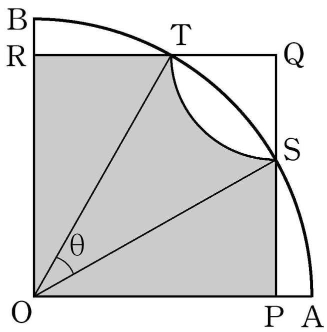
④ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{\pi}{4}+1$

10. 2009학년도 6월 평가원 20번

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x$는 $x=a$에서 극솟값 b를 가진다. 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점$(2, f(2))$에서 접하는 직선을 l이라 할 때, 점 (a, b)에서 직선 l까지의 거리가 d이다. $90d^2$의 값을 구하시오. [4점]

11. 2009학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 30번

그림과 같이 중심각의 크기가 $90°$이고 반지름의 길이가 1인 부채꼴 AOB와 선분 OA 위를 움직이는 점 P가 있다. 선분 OP를 한 변으로 하는 정사각형 OPQR가 호 AB와 서로 다른 두 점 S, T에서 만날 때, 정사각형 OPQR에서 점 Q를 중심으로 하고 반지름이 QS인 부채꼴 SQT를 제외한 어두운 부분의 넓이를 D라 하자. $\angle\mathrm{SOT}=\theta$라 할 때, D가 최대가 되도록 하는 θ에 대하여 $10\pi\tan\theta$의 값을 구하시오. [4점]



12. 2011학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 29번

다항함수 $f(x)$에 대하여 다음 표는 x의 값에 따른 $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$의 변화 중 일부를 나타낸 것이다.

x	$x<1$	$x=1$	$1<x<3$	$x=3$
$f'(x)$		0		1
$f''(x)$	$+$		$+$	0
$f(x)$		$\frac{\pi}{2}$		π

함수 $g(x)=\sin(f(x))$에 대하여 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $g'(3)=-1$

ㄴ. $1<a<b<3$이면 $-1<\dfrac{g(b)-g(a)}{b-a}<0$이다.

ㄷ. 점 $P(1,\ 1)$은 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 2011학년도 수능 29번

실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^2 f(x)dx$의 최솟값은? [4점]

(가) $f(0)=1,\ f'(0)=1$
(나) $0<a<b<2$이면 $f'(a) \le f'(b)$이다.
(다) 구간 $(0,\ 1)$에서 $f''(x)=e^x$이다.

① $\frac{1}{2}e-1$ ② $\frac{3}{2}e-1$ ③ $\frac{5}{2}e-1$
④ $\frac{7}{2}e-2$ ⑤ $\frac{9}{2}e-2$

14. 2012학년도 6월 평가원 21번

양의 실수 전체의 집합을 정의역으로 하는 함수 $f(x)=\frac{1}{27}(x^4-6x^3+12x^2+19x)$에 대하여 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉
ㄱ. 점 $(2,2)$는 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=x$의 실근 중 양수인 것은 $x=2$ 하나뿐이다.
ㄷ. 함수 $\lvert f(x)-g(x)\rvert$는 $x=2$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 2012학년도 6월 평가원 26번

함수 $f(x)=(x+1)^{\frac{3}{2}}$과 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$를 $h(x)=(g\circ f)(x)$라 하자. $h'(0)=15$일 때, $g'(1)$의 값을 구하시오. [4점]

16. 2012학년도 9월 평가원 21번

삼차함수 $y=f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$이 서로 다른 세 실근 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$를 갖는다.
(나) $x=3$일 때 극값 7을 갖는다.
(다) $f(f(3))=5$

$f(f(x))$를 $f(x)-x$로 나눈 몫을 $g(x)$, 나머지를 $h(x)$라 할 때, 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $\alpha,\ \beta,\ \gamma$는 방정식 $f(f(x))-x=0$의 근이다.
ㄴ. $h(x)=x$
ㄷ. $g'(3)=1$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 2012학년도 수능 19번

실수 m에 대하여 점 $(0, 2)$를 지나고 기울기가 m인 직선이 곡선 $y=x^3-3x^2+1$과 만나는 점의 개수를 $f(m)$이라 하자. 함수 $f(m)$이 구간 $(-\infty, a)$에서 연속이 되게 하는 실수 a의 최댓값은? [4점]

① -3　② $-\frac{3}{4}$　③ $\frac{3}{2}$　④ $\frac{15}{4}$　⑤ 6

18. 2012학년도 수능 18번

정의역이 $\{x\,|\,0 \le x \le \pi\}$인 함수 $f(x)=2x\cos x$에 대하여 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $f'(a)=0$이면 $\tan a=\frac{1}{a}$이다.

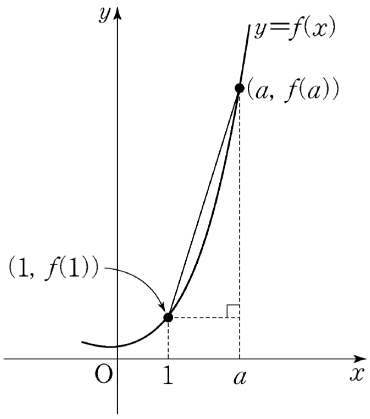
ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 가지는 a가 구간 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$에 있다.

ㄷ. 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$에서 방정식 $f(x)=1$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 2013학년도 6월 평가원 16번

양의 실수 전체의 집합에서 증가하는 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능하다. 1보다 큰 모든 실수 a에 대하여 점 $(1,\ f(1))$과 점 $(a,\ f(a))$사이의 거리가 a^2-1일 때, $f'(1)$의 값은? [4점]



① 1　② $\frac{\sqrt{5}}{2}$　③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$　④ $\sqrt{2}$　⑤ $\sqrt{3}$

20. 2013학년도 6월 평가원 21번

함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-1$과 실수 m에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x)\geqq mx) \\ mx & (f(x)<mx) \end{cases}$$

라 하자. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능 할 때, m의 값은? [4점]

① -14　② -12　③ -10　④ -8　⑤ -6

21. 2013학년도 6월 평가원 26번

실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$가 있다. 곡선 $y=f(x)$위의 점 $(2,\ 1)$에서의 접선의 기울기는 1 이다. 함수 $f(2x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 곡선 $y=g(x)$위의 점 $(1,\ a)$에서의 접선의 기울기는 b 이다. $10(a+b)$의 값을 구하시오. [4점]

22. 2013학년도 9월 평가원 21번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g'(x) \le \frac{1}{3}$이다.

(나) $\lim_{x \to 3} \frac{f(x)-g(x)}{(x-3)g(x)} = \frac{8}{9}$

$f(1)$의 값은? [4점]

① -11 ② -9 ③ -7 ④ -5 ⑤ -3

23. 2013학년도 수능 21번

함수 $f(x)=kx^2e^{-x}\ (k>0)$과 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서 x축까지의 거리와 y축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$라 하자.
함수 $g(t)$가 한 점에서만 미분가능하지 않도록 하는 k의 최댓값은? [4점]

① $\dfrac{1}{e}$　② $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$　③ $\dfrac{e}{2}$
④ $\sqrt{e}$　⑤ e

24. 2014학년도 6월 평가원 30번

좌표평면에서 곡선 $y=x^2+x$위의 두 점 A, B의 x좌표를 각각 $s, t\ (0<s<t)$라 하자. 양수 k에 대하여 두 직선 OA, OB와 곡선 $y=x^2+x$로 둘러싸인 부분의 넓이가 k가 되도록 하는 점 $(s,\ t)$가 나타내는 곡선을 C라 하자. 곡선 C위의 점 중에서 점 $(1,\ 0)$과의 거리가 최소인 점의 x좌표가 $\dfrac{2}{3}$일 때, $k=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. 2014학년도 9월 평가원 21번

자연수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$를 매개변수 t로 나타내면

$$\begin{cases} x=e^t \\ y=(2t^2+nt+n)e^t \end{cases}$$

이고, $x \geq e^{-\frac{n}{2}}$일 때 함수 $y=f(x)$는 $x=a_n$에서 최솟값 b_n을 갖는다. $\frac{b_3}{a_3}+\frac{b_4}{a_4}+\frac{b_5}{a_5}+\frac{b_6}{a_6}$의 값은? [4점]

① $\frac{23}{2}$　② 12　③ $\frac{25}{2}$

④ 13　⑤ $\frac{27}{2}$

26. 2014학년도 9월 평가원 27번

함수 $f(x)=\ln(\tan x)\ (0<x<\frac{\pi}{2})$의 역함수 $g(x)$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{4g(8h)-\pi}{h}$의 값을 구하시오. [4점]

27. 2014학년도 수능 30번

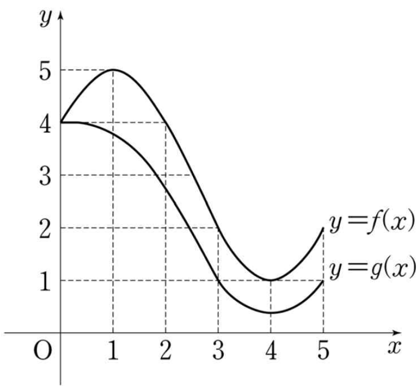
이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=f(x)e^{-x}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 점 $(1,\ g(1))$과 점 $(4,\ g(4))$는 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.
> (나) 점 $(0,\ k)$에서 곡선 $y=g(x)$에 그은 접선의 개수가 3인 k의 값의 범위는 $-1<k<0$이다.

$g(-2)\times g(4)$의 값을 구하시오. [4점]

28. 2014학년도 예비 B형 20번

열린 구간 $(0, 5)$에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 그래프가 그림과 같다. 합성함수 $h(x)=(f\circ g)(x)$에 대하여 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



〈보 기〉

ㄱ. $h(3)=4$
ㄴ. $h'(2)\geqq 0$
ㄷ. 함수 $h(x)$는 구간 $(3, 4)$에서 감소한다.

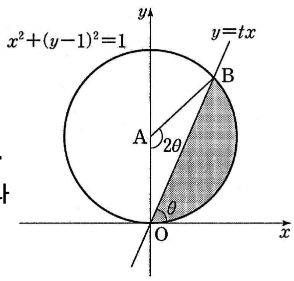
① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

29. 2015학년도 6월 평가원 21번

양의 실수 t 에 대하여 좌표평면에서 x, y 에 대한

연립부등식 $\begin{cases} x^2+(y-1)^2 \le 1 \\ y \le tx \end{cases}$

가 나타내는 영역의 넓이를 $f(t)$ 라 하자.
다음은 $f'(2)$ 의 값을 구하는 과정이다.

> 원 C : $x^2+(y-1)^2=1$의 중심을 A, 원 C 와 직선 l : $y=tx$ 가 만나는 두 점을 각각 O, B 라 하자. 직선 l 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를
>
> 
>
>
> $\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$라 하면 $\angle \mathrm{OAB}=2\theta$ 이다.
>
> 주어진 연립부등식이 나타내는 영역의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하면
>
> $g(\theta)=\theta-$ (가)
>
> 이다. $t=\tan\theta$ 이므로 $g(\theta)=f(t)=f(\tan\theta)$이고, 합성함수의 미분법에 의하여
>
> $g'(\theta)=f'(t)\times$ (나) 이다.
>
> $t=2$ 일 때, $\tan\theta=2$ 이므로
>
> $f'(2)=$ (다) 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $h_1(\theta)$, $h_2(\theta)$ 라 하고 (다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $a\times h_1\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\times h_2\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? [4점]

① $\dfrac{8}{25}$ ② $\dfrac{2}{5}$ ③ $\dfrac{12}{25}$ ④ $\dfrac{14}{25}$ ⑤ $\dfrac{16}{25}$

30. 2015학년도 9월 평가원 20번

3 이상의 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x)=x^n e^{-x}$$

일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

> <보 기>
>
> ㄱ. $f\left(\dfrac{n}{2}\right)=f'\left(\dfrac{n}{2}\right)$
>
> ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=n$ 에서 극댓값을 갖는다.
>
> ㄷ. 점 $(0,\ 0)$ 은 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

31. 2015학년도 수능 30번

함수 $f(x)=e^{x+1}-1$과 자연수 n에 대하여 함수 $g(x)$를

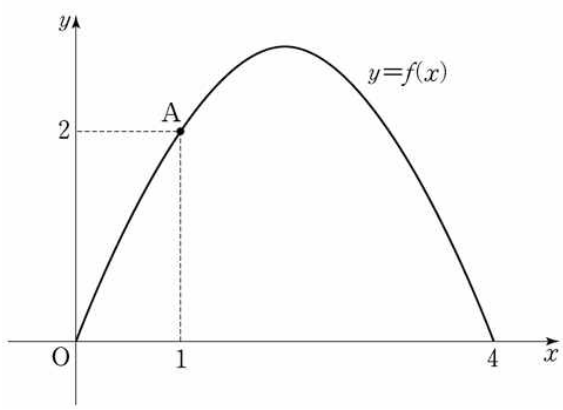
$$g(x)=100\,|\,f(x)\,|-\sum_{k=1}^{n}|\,f(x^k)\,|$$

이라 하자. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능 하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

32. 2016학년도 6월 평가원 14번

닫힌 구간 $[0,\ 4]$ 에서 정의된 함수

$f(x)=2\sqrt{2}\sin\dfrac{\pi}{4}x$의 그래프가 그림과 같고 직선 $y=g(x)$가 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$를 지난다.



일차함수 $g(x)$가 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 $f(x)\le g(x)$를 만족시킬 때, $g(3)$의 값은? [4점]

① π　② $\pi+1$　③ $\pi+2$　④ $\pi+3$　⑤ $\pi+4$

33. 2016학년도 6월 평가원 21번

2 이상의 자연수 n에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=e^{x+1}\{x^2+(n-2)x-n+3\}+ax$$

가 역함수를 갖도록 하는 실수 a의 최솟값을 $g(n)$이라 하자. $1 \le g(n) \le 8$을 만족시키는 모든 n의 값의 합은? [4점]

① 43 ② 46 ③ 49 ④ 52 ⑤ 55

34. 2016학년도 9월 평가원 30번

양수 a와 두 실수 b, c에 대하여 함수

$$f(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^x$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$는 $x=-\sqrt{3}$과 $x=\sqrt{3}$에서 극값을 갖는다.
(나) $0 \le x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_2)-f(x_1)+x_2-x_1 \ge 0$이다.

세 수 a, b, c의 곱 abc의 최댓값을 $\dfrac{k}{e^3}$라 할 때, $60k$의 값을 구하시오. [4점]

35. 2016학년도 수능 21번

$0<t<41$인 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^3+2x^2-15x+5$와 직선 $y=t$가 만나는 세 점 중에서 x좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t), t)$, x좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t), t)$라 하자. $h(t)=t\times\{f(t)-g(t)\}$라 할 때, $h'(5)$의 값은?[4점]

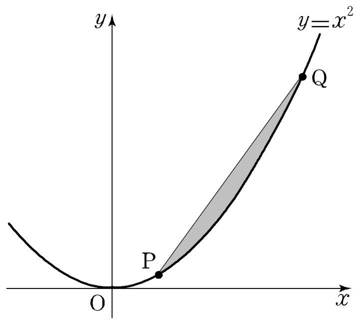
① $\frac{79}{12}$ ② $\frac{85}{12}$ ③ $\frac{91}{12}$ ④ $\frac{97}{12}$ ⑤ $\frac{103}{12}$

미적분Ⅱ. (4) 적분법

능 력 발 휘

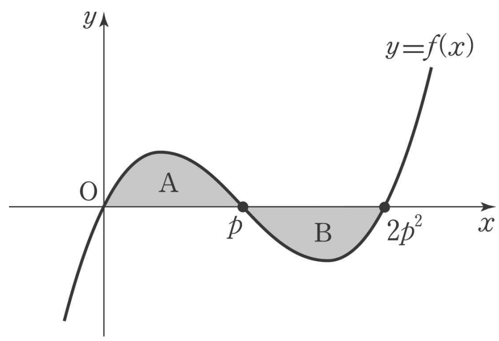
1. 2005학년도 9월 평가원 22번

포물선 $y=x^2$ 위에서 두 점 $\mathrm{P}(a, a^2)$, $\mathrm{Q}(b, b^2)$ 가 조건「 선분PQ와 포물선 $y=x^2$으로 둘러싸인 도형의 넓이는 36 」을 만족하면서 움직이고 있다. $\lim_{a\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{a}$의 값을 구하시오. [4점]



2. 2005학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 27번

연속함수 $f(x)$의 그래프는 그림과 같다. 이 곡선과 x 축으로 둘러싸인 두 부분 A, B 의 넓이가 각각 α, β 일 때, 정적분 $\int_0^p x f(2x^2)\,dx$의 값은? (단, $p>\frac{1}{2}$) [4점]



① $\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ ② $\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ ③ $\alpha+\beta$
④ $\frac{1}{4}(\alpha+\beta)$ ⑤ $\frac{1}{4}(\alpha-\beta)$

3. 2005학년도 9월 평가원 8번

함수 $f(x)$는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $-2 \leqq x \leqq 2$일 때, $f(x) = x^3 - 4x$
(나) 임의의 실수 x에 대하여 $f(x) = f(x+4)$

정적분 $\int_{1}^{2} f(x)\,dx$와 같은 것은? [4점]

① $\int_{2004}^{2005} f(x)\,dx$

② $-\int_{2004}^{2005} f(x)\,dx$

③ $\int_{2005}^{2006} f(x)\,dx$

④ $-\int_{2005}^{2006} f(x)\,dx$

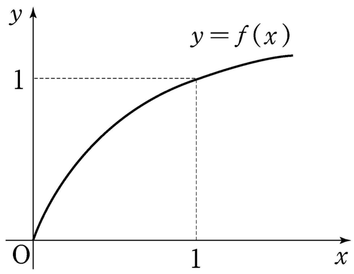
⑤ $\int_{2006}^{2007} f(x)\,dx$

4. 2005학년도 수능 (미분과 적분) 30번

곡선 $y = 3\sqrt{x-9}$와 이 곡선 위의 점 $(18, 9)$에서의 접선 및 x축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오. [4점]

5. 2005학년도 수능 10번

다음은 연속함수 $y=f(x)$의 그래프이다.

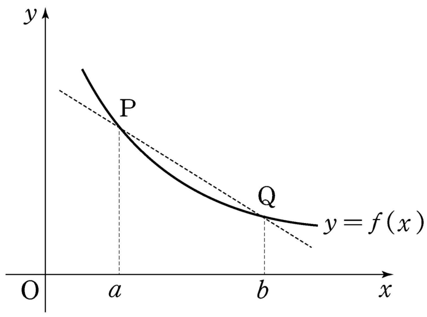


구간 $[0,\ 1]$에서 함수 $f(x)$의 역함수 $g(x)$가 존재하고 연속일 때, 극한값 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{g\left(\frac{k}{n}\right)-g\left(\frac{k-1}{n}\right)\right\}\frac{k}{n}$와 같은 값을 갖는 것은?[4점]

① $\int_0^1 g(x)\,dx$
② $\int_0^1 xg(x)\,dx$
③ $\int_0^1 f(x)\,dx$
④ $\int_0^1 xf(x)\,dx$
⑤ $\int_0^1 \{f(x)-g(x)\}\,dx$

6. 2005학년도 수능 8번

다음은 연속함수 $y=f(x)$의 그래프와 이 그래프 위의 서로 다른 두 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$, $\mathrm{Q}(b,\ f(b))$를 나타낸 것이다.



함수 $F(x)$가 $F'(x)=f(x)$를 만족시킬 때, 〈보기〉에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. 함수 $F(x)$는 구간 $[a,\ b]$에서 증가한다.

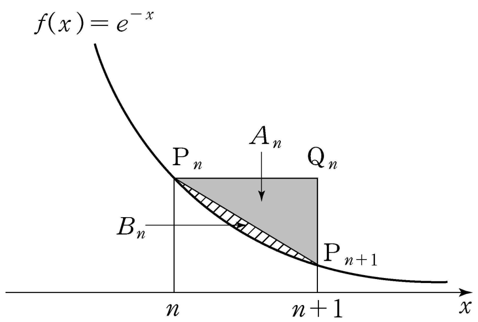
ㄴ. $\frac{F(b)-F(a)}{b-a}$는 직선 PQ의 기울기와 같다.

ㄷ. $\int_a^b \{f(x)-f(b)\}\,dx \le \frac{(b-a)\{f(a)-f(b)\}}{2}$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 2006학년도 수능 28번

함수 $f(x)=e^{-x}$과 자연수 n에 대하여 점 P_n, Q_n을 각각 $\mathrm{P}_n(n, f(n))$, $\mathrm{Q}_n(n+1, f(n))$이라 하자. 삼각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}\mathrm{Q}_n$의 넓이를 A_n, 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$과 함수 $y=f(x)$의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 B_n이라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



〈보 기〉

ㄱ. $\displaystyle\int_n^{n+1} f(x)\,dx = f(n)-(A_n+B_n)$

ㄴ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} A_n = \frac{1}{2e}$

ㄷ. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} B_n = \frac{3-e}{2e(e-1)}$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 2007학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 30번

자연수 n에 대하여 구간 $[(n-1)\pi,\ n\pi]$에서 곡선 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^n \sin x$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n이라 하자. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \alpha$일 때, 50α의 값을구하시오. [4점]

9. 2009학년도 수능 29번

함수 $f(x)$를 $f(x)=\int_a^x \{2+\sin(t^2)\}dt$라 하자.

$f''(a)=\sqrt{3}a$일 때, $(f^{-1})'(0)$의 값은?

(단, a는 $0<a<\sqrt{\frac{\pi}{2}}$인 상수이다.) [4점]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

10. 2010학년도 9월 평가원 (미분과 적분) 29번

함수 $f(x)=\sin\frac{x^2}{2}$에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $0<x<1$일 때, $x^2\sin\frac{x^2}{2}<f(x)<\cos\frac{x^2}{2}$ 이다.

ㄴ. 구간 $(0, 1)$에서 곡선 $y=f(x)$는 위로 볼록하다.

ㄷ. $\int_0^1 f(x)\,dx \leqq \frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

11. 2010학년도 수능 (미분과 적분) 29번

실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 정적분

$\int_0^1 \{f'(x)g(1-x)-g'(x)f(1-x)\}dx$의 값을 k라 하자. 옳은 것만은 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $\int_0^1 \{f(x)g'(1-x)-g(x)f'(1-x)\}dx = -k$

ㄴ. $f(0)=f(1)$이고 $g(0)=g(1)$이면, $k=0$이다.

ㄷ. $f(x)=\ln(1+x^4)$이고 $g(x)=\sin \pi x$이면, $k=0$이다.

① ㄴ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 2011학년도 수능 (미분과 적분) 29번

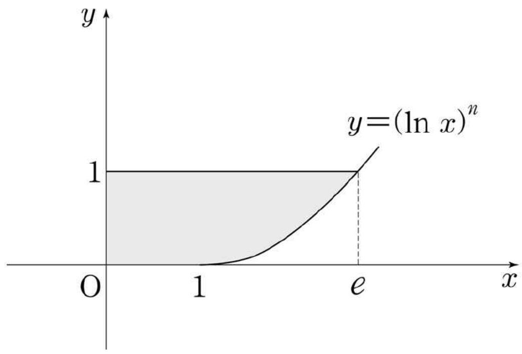
실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^2 f(x)dx$의 최솟값은 [4점]

(가) $f(0)=1,\ f'(0)=1$
(나) $0<a<b<2$이면 $f'(a) \le f'(b)$이다.
(다) 구간 $(0, 1)$에서 $f''(x)=e^x$이다.

① $\frac{1}{2}e-1$　② $\frac{3}{2}e-1$　③ $\frac{5}{2}e-1$
④ $\frac{7}{2}e-2$　⑤ $\frac{9}{2}e-2$

13. 2012학년도 6월 평가원 18번

2 이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=(\ln x)^n\,(x\geq 1)$ 과 x축, y축 및 $y=1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n이라 하자. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



〈보 기〉

ㄱ. $1\leq x\leq e$일 때, $(\ln x)^n\geq(\ln x)^{n+1}$이다.
ㄴ. $S_n<S_{n+1}$
ㄷ. 함수 $f(x)=(\ln x)^n\ (x\geq 1)$의 역함수를 $g(x)$라 하면 $S_n=\int_0^1 g(x)\,dx$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ,ㄷ

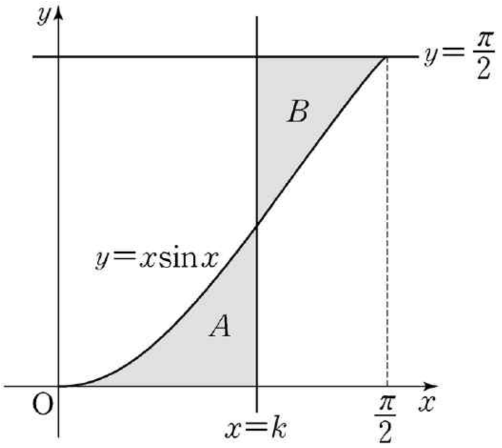
14. 2012학년도 6월 평가원 19번

정의역이 $\{x\mid x>-1\}$인 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=\dfrac{1}{(1+x^3)^2}$이고, 함수 $g(x)=x^2$일 때, $\int_0^1 f(x)g'(x)dx=\dfrac{1}{6}$이다. $f(1)$의 값은? [4점]

① $\dfrac{1}{6}$ ② $\dfrac{2}{9}$ ③ $\dfrac{5}{18}$ ④ $\dfrac{1}{3}$ ⑤ $\dfrac{7}{18}$

15. 2012학년도 9월 평가원 16번

그림과 같이 곡선 $y = x\sin x \left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$에 대하여 이 곡선과 x축, 직선 $x = k$로 둘러싸인 영역을 A, 이 곡선과 직선 $x = k$, 직선 $y = \frac{\pi}{2}$로 둘러싸인 영역을 B라 하자. A의 넓이와 B의 넓이가 같을 때, 상수 k의 값은? (단, $0 \le k \le \frac{\pi}{2}$) [4점]



① $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{\pi}$　② $\frac{\pi}{4}$　③ $\frac{\pi}{2}-\frac{2}{\pi}$
④ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{\pi}$　⑤ $\frac{\pi}{2}-\frac{1}{\pi}$

16. 2012학년도 9월 평가원 20번

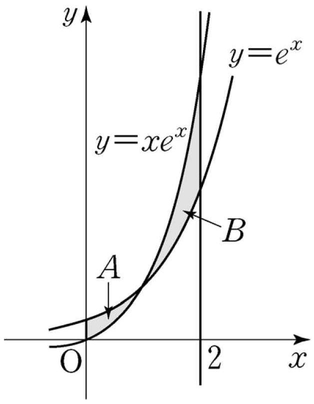
구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$의 값은? [4점]

(가) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt = 1$ (나) $\cos x \int_0^x f(t)dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt$ (단, $0 \le x \le \frac{x}{2}$)

① $\frac{1}{5}$　② $\frac{1}{4}$　③ $\frac{1}{3}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ 1

17. 2012학년도 수능 16번

그림에서 두 곡선 $y=e^x$, $y=xe^x$과 y축으로 둘러싸인 부분 A의 넓이를 a, 두 곡선 $y=e^x$, $y=xe^x$과 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분 B의 넓이를 b라 할 때, $b-a$의 값은? [4점]



① $\frac{3}{2}$　② $e-1$　③ 2　④ $\frac{5}{2}$　⑤ e

18. 2012학년도 수능 28번

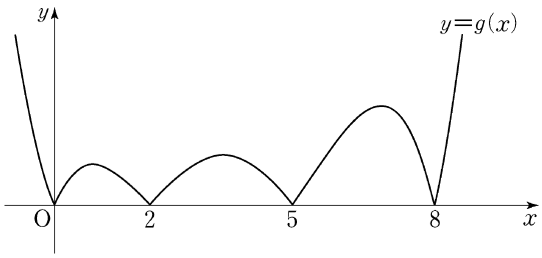
함수 $f(x)=3(x-1)^2+5$에 대하여 함수 $F(x)$를 $F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$라 하자. 미분가능한 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $F(g(x))=\frac{1}{2}F(x)$를 만족시킨다. $g'(2)=p$일 때, $30p$의 값을 구하시오. [4점]

19. 2013학년도 수능 19번

삼차함수 $f(x)$는 $f(0)>0$을 만족시킨다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\left|\int_0^x f(t)\,dt\right|$$

라 할 때, 함수 $g(x)$의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[4점]

<보 기>

ㄱ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.

ㄴ. $f'(0)<0$

ㄷ. $\int_m^{m+2} f(x)\,dx>0$을 만족시키는 자연수 m의 개수는 3이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 2013학년도 수능 나형 21번

삼차함수 $f(x)=x^3-3x+a$에 대하여

함수 $F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 양수 a의 최솟값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 2013학년도 수능 나형 28번

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 $f(3)=0$이고,

$$\int_0^{2013} f(x)\,dx = \int_3^{2013} f(x)\,dx$$를 만족시킨다.

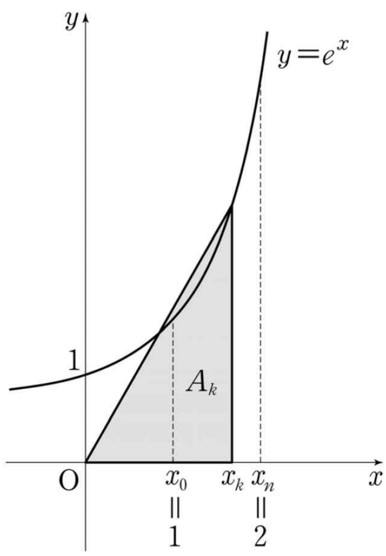
곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 S일 때, $30S$의 값을 구하시오. [4점]

22. 2014학년도 6월 평가원 18번

함수 $f(x)=e^x$이 있다. 2 이상인 자연수 n에 대하여 닫힌 구간 $[1,\ 2]$를 n등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로 $1=x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{n-1},\ x_n=2$라 하자.

세 점 $(0,\ 0)$, $(x_k,\ 0)$, $(x_k,\ f(x_k))$를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 $A_k\,(k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$이라 할 때,

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}A_k$의 값은? [4점]



① $\dfrac{1}{2}e^2-e$ ② $\dfrac{1}{2}e^2-e$ ③ $\dfrac{1}{2}e^2$

④ e^2-e ⑤ $e^2-\dfrac{1}{2}e$

23. 2014학년도 6월 평가원 27번

함수 $f(x)=\dfrac{1}{1+x}$에 대하여

$F(x)=\displaystyle\int_0^x tf(x-t)dt\ (x \geqq 0)$일 때, $F'(a)=\ln 10$을

만족시키는 상수 a의 값을 구하시오. [4점]

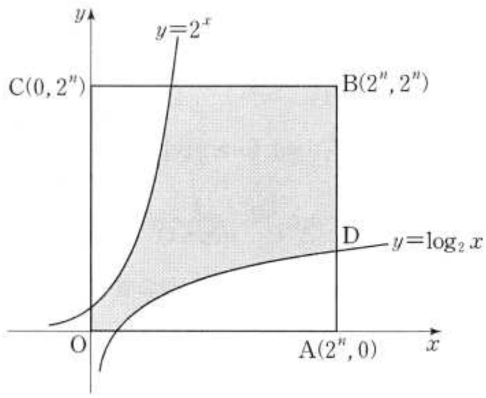
24. 2014학년도 9월 평가원 14번

좌표평면에서 꼭짓점의 좌표가

$O(0,0),\ A(2^n,0),\ B(2^n,2^n),\ C(0,2^n)$인

정사각형 OABC 와 두 곡선 $y=2^x, y=\log_2 x$에 대하여

(단, n은 자연수이다.) 정사각형 OABC와 그 내부는 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$에 의하여 세 부분으로 나뉜다.



$n=3$일 때 이 세 부분 중 색칠된 부분의 넓이는?[4점]

① $14+\dfrac{12}{\ln 2}$ ② $16+\dfrac{14}{\ln 2}$ ③ $18+\dfrac{16}{\ln 2}$

④ $20+\dfrac{18}{\ln 2}$ ⑤ $22+\dfrac{20}{\ln 2}$

25. 2014학년도 9월 평가원 30번

두 연속함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$g(e^x) = \begin{cases} f(x) & (0 \le x < 1) \\ g(e^{x-1}) + 5 & (1 \le x \le 2) \end{cases}$$

를 만족시키고, $\int_1^{e^2} g(x)\,dx = 6e^2 + 4$이다.

$\int_1^e f(\ln x)dx = ae + b$일 때, $a^2 + b^2$의 값을 구하시오.

(단, a, b는 정수이다.) [4점]

26. 2014학년도 수능 21번

연속함수 $y = f(x)$의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고,

모든 실수 x에 대하여 $f(x) = \frac{\pi}{2}\int_1^{x+1} f(t)dt$ 이다.

$f(1) = 1$일 때, $\pi^2 \int_0^1 xf(x+1)dx$의 값은? [4점]

① $2(\pi-2)$　② $2\pi-3$　③ $2(\pi-1)$

④ $2\pi-1$　⑤ 2π

27. 2014학년도 예비 B형 21번

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \leqq x < 1$일 때 $f(x) = \dfrac{(x^2-1)^2}{x^4+1}$이다.

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2) = f(x)$이다.

옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 4\int_{0}^{1} f(x)\,dx$

ㄴ. $1 < x < 2$일 때, $f'(x) > 0$이다.

ㄷ. $\displaystyle\int_{1}^{3} x|f'(x)|\,dx = 4$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 2015학년도 9월 평가원 30번

양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수 x에 대하여 $f(x) > 0$이다.

(나) 임의의 양의 실수 t에 대하여 세 점 $(0, 0)$, $(t, f(t))$, $(t+1, f(t+1))$을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\dfrac{t+1}{t}$이다.

(다) $\displaystyle\int_{1}^{2} \frac{f(x)}{x}\,dx = 2$

$\displaystyle\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x}\,dx = \frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 2015학년도 수능 28번

양수 a에 대하여 함수 $f(x)=\int_0^x (a-t)e^t dt$의 최댓값이 32이다. 곡선 $y=3e^x$과 두 직선 $x=a$, $y=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

30. 2016학년도 6월 평가원 30번

정의역이 $\{x \mid 0 \le x \le 8\}$이고 다음 조건을 만족시키는 모든 연속함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^8 f(x)\,dx$의 최댓값은 $p+\dfrac{q}{\ln 2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p, q는 자연수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점]

(가) $f(0)=1$이고 $f(8) \le 100$이다.

(나) $0 \le k \le 7$인 각각의 정수 k에 대하여

$$f(k+t)=f(k) \quad (0<t \le 1)$$

또는

$$f(k+t)=2^t \times f(k) \quad (0<t \le 1)$$

이다.

(다) 열린 구간 $(0,\ 8)$에서 함수 $f(x)$가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

31. 2016학년도 9월 평가원 21번

함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} |\sin x|-\sin x & \left(-\dfrac{7}{2}\pi \le x \le 0\right) \\ \sin x-|\sin x| & \left(0 \le x \le \dfrac{7}{2}\right) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌 구간 $\left[-\dfrac{7}{2}\pi,\ \dfrac{7}{2}\pi\right]$에 속하는 모든 실수 x에 대하여 $\displaystyle\int_a^x f(t)\,dt \ge 0$이 되도록 하는 실수 a의 최솟값을 α, 최댓값을 β라 할 때, $\beta-\alpha$의 값은? [4점]
(단, $-\dfrac{7}{2}\pi \le \alpha \le \dfrac{7}{2}\pi$)

① $\dfrac{\pi}{2}$ ② $\dfrac{3}{2}\pi$ ③ $\dfrac{5}{2}\pi$ ④ $\dfrac{7}{2}\pi$ ⑤ $\dfrac{9}{2}\pi$

32. 2016학년도 수능 30번

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \le b$일 때, $f(x)=a(x-b)^2+c$이다.
(단, a, b, c는 상수이다.)
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=\displaystyle\int_0^x \sqrt{4-2f(t)}\,dt$이다.

$\displaystyle\int_0^6 f(x)dx=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

한눈에 보는 답지

1. 지수함수 로그함수

– 능력발휘

1. ③	2. ②	3. ②	4. ⑤
5. ②	6. ④	7. 16	8. ②
9. ③	10. ④	11. 13	12. 416
13. 259	14. 14	15. ⑤	16. 20
17. ③	18. 53	19. ⑤	20. ⑤
21. ⑤	22. ④	23. ④	24. ①
25. ③	26. ③	27. ⑤	28. ③
29. ②	30. 63	31. ④	32. ②
33. ①	34. ③	35. ③	36. ③
37. ⑤	38. 392	39. 39	40. 86
41. 36	42. ①	43. 79	44. 573
45. 4	46. ④	47. 103	48. 15
49. ①	50. ③	51. 50	52. ①
53. 196	54. ④	55. ①	56. ⑤
57. 120	58. ④	59. 15	60. 120
61. ⑤	62. ②		

2. 삼각함수

– 능력발휘

1. ④	2. 32	3. 40	4. ②
5. ③	6. ⑤	7. 250	8. ②
9. 20	10. ⑤	11. ⑤	12. ②
13. 14	14. 10	15. ③	16. ③
17. 12	18. ③	19. ①	20. 65
21. 17	22. 20	23. 27	24. 50
25. 50	26. 30	27. 17	28. 65
29. 8	30. ④	31. ③	32. 100
33. 16	34. ④	35. ④	36. 41
37. 14	38. 6	39. 25	40. 80
41. 30	42. ①		

한눈에 보는 답지

3. 미분법

– 능력발휘

1. ⑤	2. ⑤	3. 32	4. ⑤
5. ⑤	6. 11	7. ⑤	8. 83
9. ④	10. 16	11. 20	12. ③
13. ③	14. ⑤	15. 10	16. ③
17. ④	18. ⑤	19. ⑤	20. ②
21. 15	22. ①	23. ⑤	24. 109
25. ②	26. 16	27. 72	28. ⑤
29. ①	30. ③	31. 39	32. ③
33. ④	34. 15	35. ④	

4. 적분법

– 능력발휘

1. 12	2. ⑤	3. ③	4. 27
5. ③	6. ③	7. ⑤	8. 100
9. ④	10. ④	11. ⑤	12. ③
13. ⑤	14. ④	15. ③	16. ④
17. ③	18. 24	19. ⑤	20. ②
21. 40	22. ③	23. 9	24. ②
25. 17	26. ①	27. ⑤	28. 127
29. 96	30. 128	31. ①	32. 35