

# I. 순열과 조합

1. 다음을 만족시키는 자연수  $a, b, c, d$ 의 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수는?

$$a + b + c + d = 20, \quad b \geq 2, \quad c \geq 3, \quad d \geq 4$$

- ① 274                      ② 278                      ③ 282  
 ④ 286                      ⑤ 290

2. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f$ 중 다음 조건을 만족시키는 함수  $f$ 의 개수는?

(가)  $X$ 의 임의의 두 원소  $x_i, x_j$ 에 대하여  $x_i < x_j$ 이면  $f(x_i) \leq f(x_j)$   
 (나)  $f(1) < f(2)$

- ① 13                      ② 14                      ③ 15  
 ④ 16                      ⑤ 17

3.  $\left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^n$ 의 전개식에 상수항이 존재하도록 하는 자연수  $n$ 의 최솟값을  $a$ , 그때의 상수항을  $b$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값은?

- ① 27                      ② 24                      ③ 21  
 ④ 18                      ⑤ 15

4. 어느 학급에서는 학생들의 건강 증진을 위하여 주말에 등산 계획을 세우고 학생 25명을 대상으로 참가 여부를 조사하기로 하였다. 만약 참가 희망자가 12명 이하이면 등산 계획을 취소하고 13명 이상이면 진행하기로 하였다. 설문조사 결과 등산을 하게 되는 경우의 수는?(단, 참가 인원 수가 같더라도 참가자가 다르면 다른 경우로 계산한다.)

- ①  $2^{12}$                       ②  $2^{13}$                       ③  $2^{14}$   
 ④  $2^{24}$                       ⑤  $2^{25}$

5. 크기와 모양이 같은 빨간 공 4개, 흰 공 2개, 검은 공 2개를 네 개의 상자 A, B, C, D에 각각 2개씩 넣으려고 한다. 같은 색의 공을 한 상자에 넣지 않는 경우의 수는?

- ① 6                      ② 10                      ③ 14  
 ④ 18                      ⑤ 22

6. 그림과 같이 옆면이 모두 합동인 이등변삼각형으로 이루어진 정오각별의 6개의 면에 서로 다른 6가지 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수를 구하시오.

7. 다음은 10개의 숫자 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1을 일렬로 나열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

1, 1, 1을 먼저 나열하면 숫자 1의 좌우에 0을 나열할 수 있는 곳이 4군데이다. 이 4군데에 나열된 숫자 0을 왼쪽부터 차례대로  $a, b, c, d$ 로 나타내자.

예를 들어 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0과 같이 나열되면  $aabcccd$ 이다.

이와 같이 생각하면 나열할 숫자 0의 개수는 7이고, 나열된 곳은 4군데이므로 이것은 서로 다른  $\boxed{\text{가}}$ 개에서 중복을 허락하여  $\boxed{\text{나}}$ 개를 선택하는 방법의 수와 같다. 따라서 구하는 방법의 수는  $\boxed{\text{다}}$ 이다.

위에서 (가), (나), (다)에 알맞은 모든 수의 합은?

- ① 131                      ② 141  
 ③ 151                      ④ 161                      ⑤ 171

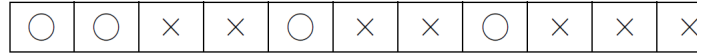
8. 한 개의 주사위를 5번 던질 때,  $k$ 번째 나타나는 눈의 수를  $a_k$ 라 하자.  $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq a_5$ 를 만족시키는 경우의 수를  $p$ ,  $a_1 \leq a_2 < a_3 \leq a_4 \leq a_5$ 를 만족시키는 경우의 수를  $q$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $k=1, 2, 3, 4, 5$ )

9.  $(x+2)^{21} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{21}x^{21}$ 이라 할 때,  
 $\frac{a_{k+1}}{a_k} > 1$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $k$ 의 최댓값  
 은?

- ① 6                      ② 7  
 ③ 8                      ④ 9                      ⑤ 10

10.  $\{(a+b)^3 + c\}^5$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수  
 는?  
 ① 48                      ② 51  
 ③ 54                      ④ 57                      ⑤ 60

11. 그림과 같이 12개의 칸 속에 ○ 또는 ×를 임의로  
 표기할 때, ○× 또는 ×○와 같이 표기된 부분의 개  
 수가  $k$ 가 되도록 표기하는 방법의 수를  $a_k$ 라 하자.  
 예를 들어



와 같이 표기한 것은  $k=5$ 인 경우의 하나이다.

$\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은?

- ① 1024                      ② 1026  
 ③ 2046                      ④ 2048                      ⑤ 2050

12. 준수는 휴대전화의 비밀번호 5자리를 다음 규칙에  
 따라 만들려고 한다.

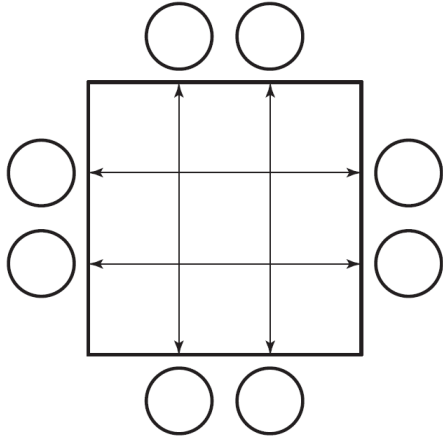
1	2	3
4	5	6
7	8	9
*	0	#

- (가) 비밀번호는 숫자 0~9와 특수문자, \*, # 모두 사용 가능하다.
- (나) \*, #은 중복 사용 가능하다.
- (다) 숫자는 중복 사용할 수 없다.
- (라) 비밀번호의 가운데 세 자리에는 \*, 0, #만을 사용한다.
- (마) 숫자 1~9는 비밀번호의 양 끝에 사용하고, 두 숫자의 합은 항상 10이 되어야 한다.

예를 들어 2\* \*08과 같이 위의 규칙을 적용하여 만들 수 있는 비밀번호의 경우의 수는?

- ① 120                      ② 130  
 ③ 140                      ④ 150                      ⑤ 160

13. 그림과 같은 정사각형 모양의 식탁에 남학생 4명, 여학생 4명이 둘러앉을 때, 남학생과 여학생이 화살표 방향으로 서로 마주 보며 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

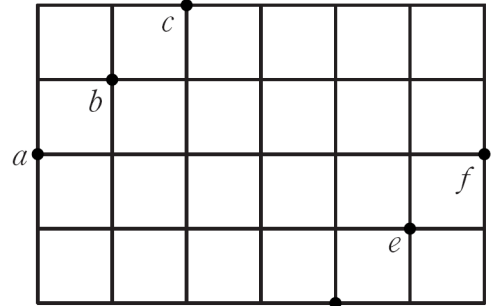


- ① 864                      ② 1152
- ③ 1728                    ④ 2304                    ⑤ 3456

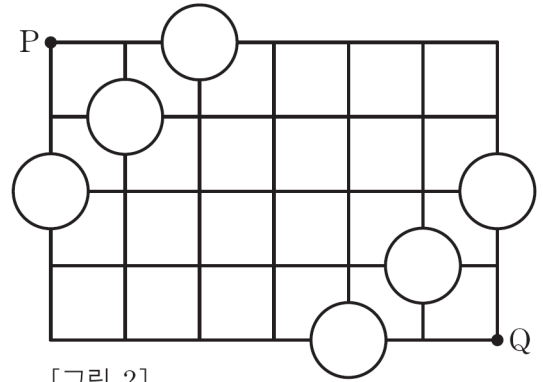
14. 파란색 의자 4개, 빨간색 의자 3개, 노란색 의자 2개를 일렬로 나열할 때, 노란색 의자 2개는 서로 이웃하지 않으며 노란색 의자 사이에 놓이는 다른 색 의자의 개수가 짝수인 경우의 수는? (단, 같은 색의 의자끼리는 구별하지 않는다.)

- ① 380                      ② 420
- ③ 460                      ④ 500                      ⑤ 540

15. [그림 1]과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 2인 바둑판 모양의 도로망이 있다.  $a, b, c, d, e, f$ 의 6개의 교차로를 각각 중심으로 하고, 반지름의 길이가 1인 원형의 도로를 만든 새로운 도로망이 [그림 2]와 같다.



[그림 1]



[그림 2]

이 새로운 도로망을 따라 P지점에서 Q지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?

- ① 40                              ② 50
- ③ 60                              ④ 70                              ⑤ 80

16. 장미, 튤립, 국화 세 종류의 꽃 중에서 10송이를 선택하여 꽃다발을 만들려고 한다. 장미는 4송이 이상, 튤립은 2송이 이상, 국화는 1송이 이상을 선택하여 만들 때, 서로 다른 종류이 꽃다발의 개수를 구하시오. (단, 세 종류의 꽃은 각각 충분히 있고, 꽃다발의 꽃의 위치는 고려하지 않는다.)

17. 같은 종류의 흰 공 4개, 같은 종류의 검은 공 7개를 모두 사용하여 일렬로 나열하려고 한다. 그림과 같이 나열하면 색깔의 변화가 5번 일어난다.



색깔의 변화가  $n$ 번 일어나도록 나열하는 경우의 수를  $f(n)$ 이라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[ 보 기 ]

- ㄱ.  $f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(8) = {}_{11}C_4$
- ㄴ.  $f(1)+f(3)+f(5)+f(7) = 168$
- ㄷ.  $f(4) = 45$

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에서 집합  $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 로의 함수  $f: A \rightarrow B$  중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수를 구하십시오.

- (가)  $f(1)+f(6) = f(2)+f(5) = f(3)+f(4) = 10$
- (나)  $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4)$

19. 다음은  $(1+2x)^{10}$ 을 전개한 식에서 계수가 가장 큰 항을 구하는 과정이다.

$(1+2x)^{10}$ 의 전개식에서  $x^r$ 의 계수를  $a_r$  ( $0 \leq r \leq 10$ )라 하면

$a_r = \text{[가]}$

$\frac{a_{r+1}}{a_r} = \text{[나]}$  ( $0 \leq r \leq 9$ )

$\text{[나]} > 1$ ,  $\text{[나]} < 1$ 을 풀면  $x^r$ 의 계수가 최대가 되는  $r$ 의 값은  $\text{[다]}$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(r)$ ,  $g(r)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를  $k$ 라 할 때,  $f(2) \times g(k)$ 의 값은?

- ① 135
- ② 140
- ③ 145
- ④ 150
- ⑤ 155

20. 다음 식의 값을 구하십시오.

$$\log_2 \left( \frac{{}^{15}C_0}{1} + \frac{{}^{15}C_1}{2} + \frac{{}^{15}C_2}{3} + \dots + \frac{{}^{15}C_{15}}{16} + \frac{1}{16} \right)$$

21. 다항식  $(1+x)^m(1+x^2)^n$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수가 16이 되도록 두 자연수  $m, n$ 의 값을 정할 때,  $mn$ 의 최댓값은?

- ① 36                      ② 38
- ③ 40                      ④ 42                      ⑤ 44

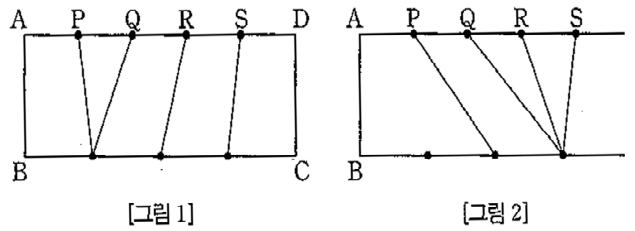
22. 같은 종류의 흰 공 6개와 검은 공 3개를 A,B,C 세 사람에게 다음과 같은 규칙으로 나누어 주려고 한다.

- (가) A에게는 흰 공과 검은 공을 각각 2개 이상 나누어 준다.
- (나) B에게는 같은 색의 공만을 1개 이상 나누어 준다.
- (다) C에게는 한 개의 공도 나누어 주지 않을 수 있다.

A, B, C세 사람에게 9개의 공을 모두 나누어 주는 방법의 수는?

- ① 20                      ② 25
- ③ 30                      ④ 35                      ⑤ 40

23. 그림과 같이 직사각형 ABCD의 변 AD 위에 네 개의 고정된 점 P, Q, R, S가 있고, 변 BC위 서로 다른  $n$ 개의 점이 있다. 변 BC위의  $n$ 개의 점 중에서 중복을 허락하여 네 점을 택한 후 네 점 P, Q, R, S와 각각 하나씩 연결한 선분이 변 BC 위가 아닌 곳에서 만나지 않도록 연결하는 방법의 수를  $a_n$ 이라 하자. [그림1]과 [그림2]는  $n=3$ 일 때, 조건을 만족시키도록 선분을 연결한 두 가지 예이다.  $a_9$ 의 값을 구하시오.



24. 정원이 35명인 어느 학급의 회장 선거에 A,B,C,D,E의 5명이 출마하였으며, 회장을 선출하는 방식은 다음과 같다.

- (가) 출마한 사람은 투표에 참여하지 않는다.
- (나) 나머지 30명은 투표용지에 5명의 후보 중 서로 다른 세 명의 이름을 순서없이 기입한다.

투표를 마치고 개표결과가 다음과 같이 발표되었다.

두 후보 A,B의 득표수는 각각 21, 27이고, 세 후보 C,D,E는 각각 5표 이상씩 득표하였다.

세 후보 C,D,E의 득표수를 각각  $x, y, z$ 라 할 때, 가능한 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수를 구하시오.

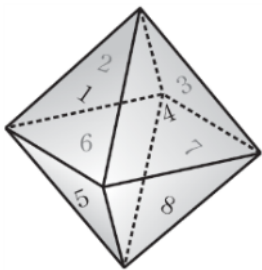
(단, 기권표와 무효표는 없으며, 30명 모두 각각 서로 세 명씩 기입하였다.)

25. 1 부터 5 까지의 숫자 중에서 일부 또는 전부를 사용하여 다섯 자리의 자연수를 만들려고 한다. 5 종류의 숫자 중 2 와 4 만 중복하여 사용할 수 있을 때, 만들 수 있는 서로 다른 수의 개수는?

- ① 992                      ② 1182
- ③ 1282                      ④ 1382                      ⑤ 1432

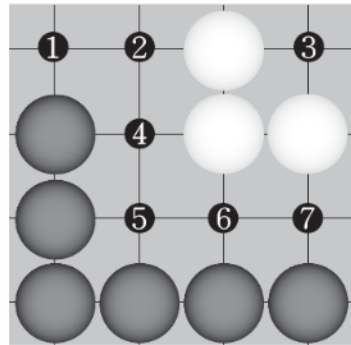
26. 그림과 같은 정팔면체에 1 부터 8 까지의 자연수를 적으려고 한다. 1 부터 8 까지의 자연수를 한 면에 하나씩 적는 방법의 수를  $a$  라 하고, 한 모서리를 공유하며 인접하고 있는 두 면에 1 과 2 가 있도록 한 면에 하나씩 적는 방법의 수를  $b$  라 할 때,  $a-b$  의 값은?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



- ① 960                      ② 1192
- ③ 1424                      ④ 1656                      ⑤ 1888

27. 그림과 같이 16 개의 격자점에 검은 돌 6 개와 흰 돌 3 개가 놓여 있다. 비어 있는 7 개의 격자점 중 전부 또는 일부에 검은 돌이나 흰 돌을 더 놓아 두 색의 돌의 개수가 같아지도록 만들려고 한다. 돌을 놓을 때에는 놓을 자리 중 번호가 작은 자리부터 하나씩 놓는다. 예를 들어 흰 돌 3 개를 ①, ②, ④ 에 놓을 때에는 ① 에 놓고 차례대로 ②, ④ 에 돌을 놓는다. 마찬가지로 ③, ②, ⑤ 에 놓을 때에도 ②, ③, ⑤ 의 순으로 돌을 놓는다. 이와 같은 방법으로 돌을 놓는 방법의 수는?



- ① 148                      ② 150
- ③ 154                      ④ 161                      ⑤ 165

28. 갑팀과 을팀은 반복하여 게임을 한다. 어느 한 팀의 승리의 횟수가 패배의 횟수보다 3 만큼 크면 우승을 차지하고, 더 이상 게임을 하지 않는다. 예를 들어 갑팀이 3 승 1 패인 상태에서 갑팀이 게임을 이기면 갑팀이 우승을 차지하고 끝난다. 0 승 0 패에서 게임을 시작하여 갑팀이 6 승 3 패로 우승을 차지하게 되는 경우의 수를 구하시오.

(단, 한 게임에서 비기는 경우는 없다.)

29. 자연수  $n$ 에 대하여  $(x+y+z)^n$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수를  $f(n)$ 이라 할 때,  $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{f(k)}$ 의 값은?

- ①  $\frac{2}{3}$                       ②  $\frac{3}{4}$                       ③  $\frac{5}{6}$   
 ④  $\frac{11}{12}$                       ⑤ 1

30. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $x_1, x_2 \in X$ 에 대하여  $x_1 < x_2$ 이면  $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.  
 (나)  $f(4) = 4, f(6) = 6$

함수  $f$ 의 개수를 구하시오.

31. 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여

$$f(n) = {}_n C_1 + {}_n C_2 + {}_n C_3 + \dots + {}_n C_{n-1}$$

$$g(n) = {}_{2n} C_0 + {}_{2n} C_1 + {}_{2n} C_2 + \dots + {}_{2n} C_{2n}$$

이라 할 때,  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{f(n)}{g(n)}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{6}$                       ②  $\frac{1}{4}$                       ③  $\frac{1}{3}$   
 ④  $\frac{5}{12}$                       ⑤  $\frac{1}{2}$



## II. 확률

32. 흰 공 6개와 검은 공 10개를 모두 합쳐서 섞은 다음 주머니 A에는 6개, 주머니 B에는 10개의 공을 임의로 나누어 넣는다. 이와 같이 만들어진 두 주머니 A, B에서 임의로 각각 한 개씩의 공을 꺼낼 때, 같은 색의 공이 나올 확률을  $p$ 라 하자.  $p$ 의 최댓값은?(단, 모든 공의 크기와 모양은 서로 같다.) [4점]

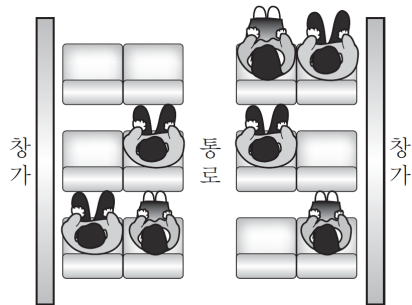
- ①  $\frac{2}{5}$                       ②  $\frac{7}{15}$   
 ③  $\frac{8}{15}$                       ④  $\frac{3}{5}$                       ⑤  $\frac{2}{3}$

33. 서로 다른 종류의 자물쇠 하나씩으로 잠겨 있는 4개의 보물상자와 이들을 각각 하나씩만 열 수 있는 서로 다른 4개의 열쇠가 있다. 각 열쇠를 한 번씩만 사용하여 4개의 보물상자 각각을 열 때, 적어도 하나의 상자가 열릴 확률을  $\frac{q}{p}$ 라 하자. 서로소인 두 자연수  $p$ 와  $q$ 에 대하여  $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

34. 한 개의 주사위를 던져 짝수의 눈이 나오면 갑이 3점을 얻고, 홀수의 눈이 나오면 을이 1점을 얻는 게임이 있다. 갑과 을이 각각 0점, 4점에서 시작하여 이 게임을 5번 한 후 갑의 점수가 을의 점수보다 높았을 때, 갑이 점수를 얻은 횟수가 짝수였을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

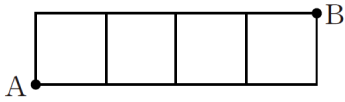
(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

35. 어느 좌석버스에 그림과 같이 5개의 빈 좌석이 남아 있다. 남자 승객 2명과 여자 승객 3명을 남아 있는 5개의 빈 좌석에 임의로 배정할 때, 남자 승객 2명이 좌우 또는 앞뒤로 이웃한 좌석에 배정될 확률을  $p$ 라 하자.  $100p$ 의 값을 구하시오. [4점]





40. 그림과 같이 정사각형 4개를 이어 만든 직사각형 모양의 도로망이 있다.



소영이는 A 지점에서 출발하여 B 지점까지, 영훈이는 B 지점에서 출발하여 A 지점까지 도로망을 따라 최단 거리를 같은 속력으로 걸어간다고 한다. 갈림길에서 양쪽 방향으로 지나갈 확률이 모두 같다고 할 때, A, B 지점에서 동시에 출발한 두 사람이 가는 도중 만나게 될 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

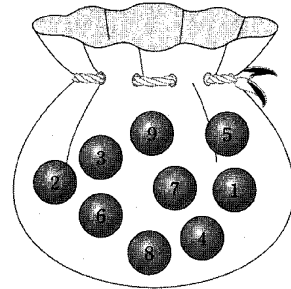
41. A팀과 B팀을 포함한 9개의 팀으로 이루어져 있는 어느 벤처회사가 그림과 같이 9개의 사무실이 있는 3층 건물로 이사를 한다.

3층	301호	302호		
2층	201호	202호	203호	
1층	101호	102호	103호	104호

9개의 팀이 임의로 9개의 사무실에 배치될 때, A팀과 B팀의 사무실이 같은 층에 이웃하여 배치될 확률은? (단, 한 팀당 한 개의 사무실을 사용한다.) [4점]

- ①  $\frac{1}{24}$                       ②  $\frac{1}{12}$                       ③  $\frac{1}{8}$
- ④  $\frac{1}{6}$                           ⑤  $\frac{5}{24}$

42. 그림과 같이 주머니 속에 1에서 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 9개의 공이 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 뽑아 공에 적힌 수를 모두 곱할 때, 세 수의 곱이 6의 배수가 될 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



43. 점 P가 좌표평면 위의 원점에 있다. 동전을 던져 앞면이 나오면 점 P를  $x$ 축의 양의 방향으로 1만큼 이동시키고, 뒷면이 나오면 점 P를  $y$ 축의 양의 방향으로 1만큼 이동시킨다. 동전을 10번 던진 결과, 점 P의 위치가 원  $x^2+y^2=81$ 의 외부에 있게 될 확률을  $p$ 라 하자.  $2^{10}p$ 의 값을 구하시오. [4점]

44. 주머니 속에 흰 공 2개와 검은 공 1개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 색을 확인한 후 다시 넣는 일을 5번 반복할 때, 검은 공이 2번 이상 연속하여 나오지 않을 확률은? [4점]

- ①  $\frac{161}{3^5}$       ②  $\frac{164}{3^5}$       ③  $\frac{167}{3^5}$   
 ④  $\frac{170}{3^5}$       ⑤  $\frac{173}{3^5}$

45. 주머니 안에 문자 A, B, C가 각각 하나씩 적힌 카드 3장과 숫자 1, 2, 3이 각각 하나씩 적힌 카드 3장이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼내어 그림과 같이 각 행에 1, 2, 3의 숫자가, 각 열에 A, B, C의 문자가 부여된 게임판에 다음 규칙에 따라 칸을 선택하여 돌을 놓는 게임을 한다.

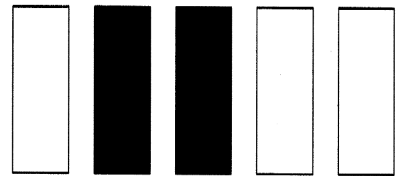
	A열	B열	C열
1행			
2행			
3행			

(가) 꺼낸 카드에 문자와 숫자가 각각 하나씩 적혀 있는 경우 게임판에서 꺼낸 카드의 문자에 해당하는 열과 숫자에 해당하는 행이 교차하는 칸을 선택한다. 선택된 칸에 돌이 없으면 돌을 놓고 돌이 있으면 돌을 들어낸다.

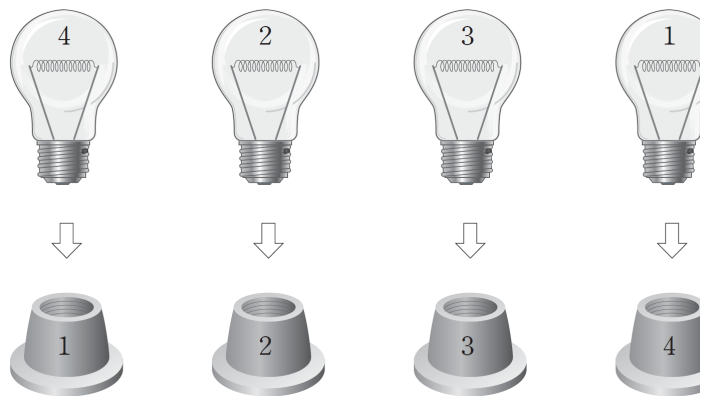
(나) 꺼낸 카드에 모두 문자가 적혀 있거나 모두 숫자가 적혀 있는 경우 칸을 선택하지 않는다.

위 규칙에 따라 주머니에서 카드 2장을 꺼내는 시행을 3번 했을 때, 게임판에 돌이 1개만 놓여있을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 각 시행에서 꺼낸 카드는 다시 주머니에 넣고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

46. 그림과 같이 한 쪽 면의 색이 검은 색이고 그 반대 쪽 면의 색이 흰 색인 카드 5장이 탁자 위에 놓여 있다. 5장의 카드 중 흰 색 면이 위를 향하도록 놓인 카드는 3장, 검은색 면이 위를 향하도록 놓인 카드는 2장이다. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수가 2 이하이면 임의로 서로 다른 2장을 택하여 뒤집고, 3 이상이면 임의로 서로 다른 3장을 택하여 뒤집는다. 주사위를 한 번 던진 후 검은 색인 면이 위를 향하도록 놓인 카드의 수가 3 이상일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



47. 전구를 연결할 수 있는 전기 장치에 1번부터 4번까지 번호가 각각 하나씩 적혀 있다. 이 전기 장치에 1번부터 4번까지 번호가 각각 하나씩 적힌 4개의 전구를 임의로 연결하여 번호가 일치하는 전구 중 가장 큰 번호가 적힌 전구에만 불이 켜진다. 예를 들어 다음 그림과 같이 연결하는 경우에는 3번 전구에만 불이 켜진다.

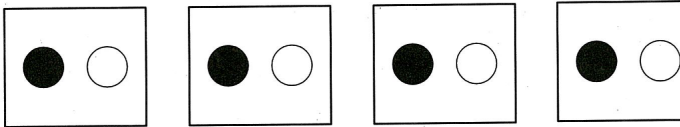


이 전기 장치에 1번부터 4번까지 번호가 각각 하나씩 적힌 4개의 전구를 임의로 연결하여 전구에 불이 켜졌을 때, 불이 켜진 전구가 홀수 번호일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{3}{10}$       ③  $\frac{7}{20}$   
 ④  $\frac{2}{5}$       ⑤  $\frac{9}{20}$

48. 유리는 동전 7개를 동시에 던져 나오는 앞면의 개수를 점수로 하고, 성준이는 주사위 한 개를 던져 나오는 눈의 수를 점수로 하여 높은 쪽이 이기는 게임을 하고 있다. 두 사람이 이 게임에서 비겼을 때, 모두 3점을 받았을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

49. 흰 바둑돌 4개, 검은 바둑돌 4개가 있다. 같은 4개의 상자 속에 다음과 같이 바둑돌을 2개씩 담았다.



4개의 상자 중 임의로 2개의 상자를 선택하여 바둑돌을 각각 하나씩 임의로 꺼내 서로 교환한다. 이 시행을 두 번 했을 때, 처음 상태와 같이 모든 상자에 흰 바둑돌 1개와 검은 바둑돌 1개가 들어 있을 확률은?

- ①  $\frac{1}{12}$       ②  $\frac{1}{6}$       ③  $\frac{1}{4}$   
 ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{5}{12}$

50. 두 동전 A, B를 동시에 던져 그 결과에 따라 좌표 평면 위의 점을 다음과 같이 이동시킨다.

- (가) A, B 모두 앞면이 나오면 점  $(x, y)$ 를 점  $(x+1, y+1)$ 로 이동시킨다.  
 (나) A는 앞면, B는 뒷면이 나오면 점  $(x, y)$ 를 점  $(x+1, y-1)$ 로 이동시킨다.  
 (다) A는 뒷면, B는 앞면이 나오면 점  $(x, y)$ 를 점  $(x-1, y+1)$ 로 이동시킨다.  
 (라) A, B 모두 뒷면이 나오면 점  $(x, y)$ 를 점  $(x-1, y-1)$ 로 이동시킨다.

원점에 위치한 점 P가 두 동전 A, B를 동시에 던지는 시행을 6번 반복한 후 직선  $x+y=6$  위로 옮겨지게 될 확률을  $p$ 라 할 때,  $2^{12} \times p$ 의 값을 구하시오.

51. 9장의 카드 중 3장은 앞면이, 나머지 6장은 뒷면이 위로 오도록 책상 위에 놓여 있다. 이 중에서 임의로 3장을 동시에 뒤집어 놓을 때, 뒷면이 보이는 카드가 5장이 될 확률은?

- ①  $\frac{13}{28}$       ②  $\frac{15}{28}$       ③  $\frac{17}{28}$   
 ④  $\frac{19}{28}$       ⑤  $\frac{3}{4}$





60. 주머니 A에는 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 1부터 20까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 20장의 카드가 들어 있다. 같은 두 개의 주머니 중에서 임의로 하나의 주머니를 선택하고, 그 주머니에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어 그 카드에 적혀 있는 수를 을에게 보여준다. 을은 갑이 보여준 카드에 적혀 있는 수가 9 이하이면 그 카드가 주머니 A에서 나온 것으로 판단하고, 10 이상이면 주머니 B에서 나온 것으로 판단하기로 하였다. 이때 을의 판단이 옳은 확률은?

(단, 두 주머니의 모양과 크기는 서로 같다.)

- ①  $\frac{23}{40}$                       ②  $\frac{5}{8}$   
 ③  $\frac{27}{40}$                       ④  $\frac{29}{40}$                       ⑤  $\frac{31}{40}$

61. 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수이면 1개의 동전을 던지고, 3의 배수가 아니면 2개의 동전을 던지는 시행이 있다. 이 시행을 3회 반복할 때, 앞면이 나온 동전의 개수가 3일 확률은?

- ①  $\frac{1}{12}$                       ②  $\frac{1}{8}$   
 ③  $\frac{5}{24}$                       ④  $\frac{1}{4}$                       ⑤  $\frac{7}{24}$

62. 1부터 10까지의 자연수에는 당첨번호인 서로 다른 5개의 숫자와 행운번호인 1개의 숫자가 있다. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10개의 구슬이 들어 있는 주머니에서 임의로 5개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 구슬에 적힌 숫자가 다음의 경우에 해당되면 순위에 맞는 상금을 받기로 하였다.

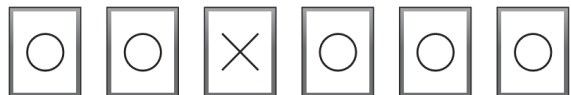
- 1등 : 5개의 당첨번호와 일치하는 경우  
 2등 : 4개의 당첨번호, 1개의 행운번호와 일치하는 경우  
 3등 : 4개의 당첨번호와 일치하는 경우

이 주머니에서 임의로 5개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 상금을 받게 될 확률은?

(단, 당첨번호와 행운번호는 서로 다른 숫자이고, 1등, 2등, 3등 이외에는 상금을 받지 않는다.)

- ①  $\frac{13}{126}$                       ②  $\frac{5}{42}$   
 ③  $\frac{17}{126}$                       ④  $\frac{19}{126}$                       ⑤  $\frac{1}{6}$

63. 앞면에 O, 뒷면에 X가 그려진 6장의 카드가 다음과 같이 배열되어 있다.



주사위를 1번 던져 나온 눈의 수를  $k$ 라 할 때, 왼쪽부터  $k$ 번째 카드를 뒤집는 것을 1번의 시행이라 하자. 이 시행을 2번 반복한 후 X가 보이도록 놓인 카드가 1개일 때, 첫 번째 시행에서 X가 보이도록 놓인 카드를 뒤집었을 확률은?

- ①  $\frac{5}{16}$                       ②  $\frac{3}{8}$   
 ③  $\frac{7}{16}$                       ④  $\frac{1}{2}$                       ⑤  $\frac{9}{16}$



64. 한 개의 주사위와 한 개의 동전을 동시에 던져 다음 규칙에 따라 좌표평면 위의 점 P가 이동한다.

(가) 주사위의 눈의 수가 3의 배수이면  $x$ 축의 방향으로 1만큼, 3의 배수가 아니면  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 이동한다.  
 (나) 동전의 앞면이 나오면  $y$ 축의 방향으로 1만큼, 뒷면이 나오면  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 이동한다.

주사위와 동전을 동시에 던지는 시행을 5번 반복할 때, 점  $(0, 0)$ 에 있던 점 P가 이 규칙에 따라 점  $(3, 1)$ 로 이동할 확률은  $\frac{q}{3^5 \times p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

65. 1001 부터 7000 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6000 장의 카드에서 임의로 한 장을 뽑을 때, 나온 카드에 적혀 있는 수에서 각 자리의 수들의 합이 7 일 확률은?

- ①  $\frac{3}{250}$                       ②  $\frac{7}{500}$                       ③  $\frac{2}{125}$   
 ④  $\frac{9}{500}$                       ⑤  $\frac{1}{50}$

66. 그림과 같이 크기와 모양이 같은 여섯 장의 카드가 있다.



이 여섯 장의 카드를 모두 임의로 일렬로 배열할 때, 숫자 1이 적혀 있는 카드의 앞과 뒤에는 짝수가 적혀 있는 카드가 오고 숫자 2가 적혀 있는 카드의 앞과 뒤에는 홀수가 적혀 있는 카드가 올 확률은?

- ①  $\frac{1}{30}$                       ②  $\frac{1}{18}$                       ③  $\frac{7}{90}$   
 ④  $\frac{1}{10}$                       ⑤  $\frac{11}{90}$

67. 집합  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 의 원소가 2개 이상인 부분집합 중에서 임의로 한 개를 뽑을 때, 이 부분집합의 모든 원소의 곱이 짝수일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

68. 숫자 0, 1, 2 를 중복을 허용하여 그림과 같이 5 칸이 있는 표의 각 칸에 임의로 한 개씩 적으려고 한다. 5 칸에 있는 수의 합이 6 일 때, 숫자 0 이 2 개일 확률은?



- ①  $\frac{1}{9}$                       ②  $\frac{1}{6}$                       ③  $\frac{2}{9}$   
 ④  $\frac{5}{18}$                       ⑤  $\frac{1}{3}$

69. 주머니 A 에는 1, 1, 2 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 세 개의 공이 들어 있고, 주머니 B 에는 1, 2, 2 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 세 개의 공이 들어 있다. 주머니 A, B 에서 공을 임의로 각각 한 개씩 동시에 꺼내어 주머니 A 에서 꺼낸 공은 주머니 B 에, 주머니 B 에서 꺼낸 공은 주머니 A 에 넣은 후 주머니 A 와 주머니 B 에서 임의로 각각 공을 한 개씩 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 숫자의 곱이 홀수일 확률은? (단, 모든 공의 크기와 모양은 같다.)

- ①  $\frac{16}{81}$                       ②  $\frac{17}{81}$                       ③  $\frac{2}{9}$   
 ④  $\frac{19}{81}$                       ⑤  $\frac{20}{81}$

70. 2 이상의 자연수  $n$  에 대하여 1 부터  $(2n+1)$  까지 의 자연수가 하나씩 적혀 있는  $(2n+1)$  장의 카드가 있다. 이 중 2 장의 카드를 동시에 뽑았을 때, 2 장의 카드에 적힌 수가 연속된 홀수일 확률을  $p_n$  이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} np_n$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
 ④ 2                      ⑤ 4

71. 한 개의 주사위를 5 번 던져서 나온 눈의 수를 작은 수부터 차례대로 나열하여 순서쌍  $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$  를 만든다. 이 순서쌍들의 집합을  $S$  라 하고  $S$  의 원소 중 한 원소를 선택하였을 때,  $a_1 \leq a_2 < a_3 \leq a_4 < a_5$  가 될 확률은? (단, 주사위의 눈이 나오는 순서는 무시한다.)

- ①  $\frac{1}{9}$                       ②  $\frac{2}{9}$                       ③  $\frac{1}{3}$   
 ④  $\frac{4}{9}$                       ⑤  $\frac{5}{9}$

72. S고등학교 학생 지환이와 민재는 어느 대학교의 입학시험에서 1단계를 합격하여 2단계 심층면접 시험을 보게 되었다. 모의 심층면접시험에서 지환이는 3문제 중 2문제를, 민재는 2문제 중 1문제를 평균적으로 풀었다. 이 대학의 2014학년도 대학입학 심층면접시험은 4문제 중 3문제 이상을 풀면 합격한다. 지환이와 민재가 2단계 심층면접시험에서도 모의 심층면접시험과 같은 비율로 문제를 풀 수 있다고 할 때, 두 학생 중 적어도 한 명 이상의 학생이 이 대학의 심층면접시험을 합격할 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

## IV. 통계

73. 1 부터 4 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 4 개의 상자가 있다. 1 부터 4 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 4 개의 공을 이 4 개의 상자에 임의로 하나씩 나누어 넣었을 때, 각 상자의 번호와 같은 번호의 공이 들어간 상자의 개수를 확률변수  $X$  라 하자. 확률변수  $X$  의 분산을 구하시오.

74. A 주머니에는 검은 공이 4 개, 흰 공이 2 개 들어 있고 B 주머니에는 검은 공이 2 개, 흰 공이 4 개 들어 있다. A 주머니에서 임의로 1 개의 공을 꺼내어 B 주머니에 넣고 잘 섞은 뒤에 B 주머니에서 임의로 2 개의 공을 동시에 꺼낸다. 꺼낸 2 개의 공 중 검은 공의 개수를 확률변수  $X$  라 할 때, 확률변수  $X$  의 평균은?

- ①  $\frac{5}{7}$                       ②  $\frac{16}{21}$                       ③  $\frac{17}{21}$   
 ④  $\frac{6}{7}$                       ⑤  $\frac{19}{21}$

75. 다음과 같이 정의된 확률변수  $X, Y, Z$  에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

- (가) 확률변수  $X$  는 20 이하의 자연수 중 임의로 택한 서로 다른 두 수의 평균이다.  
 (나) 확률변수  $Y$  는 1 이상 40 이하의 홀수 중 임의로 택한 서로 다른 두 수의 평균이다.  
 (다) 확률변수  $Z$  는 40 이상 80 이하의 짝수 중 임의로 택한 서로 다른 두 수의 평균이다.

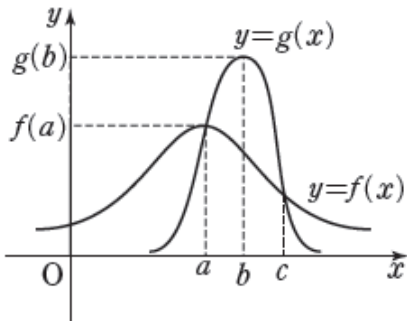
[ 보 기 ]

- ㄱ.  $P\left(X = \frac{21}{2}\right) = \frac{2}{19}$   
 ㄴ.  $E(Y) = 2E(X) - 1$   
 ㄷ.  $V(Z) = 4V(X)$

- ① ㄱ                              ② ㄴ                              ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                        ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

76. 확률변수  $X$  는 이항분포  $B(4, p)$  를 따르고, 확률변수  $Y$  는 이항분포  $B(4, 1-p)$  를 따른다. 이때, 등식  $P(Y < 2) = P(X = 2)$  를 만족시키는 상수  $p$  의 값은  $\frac{m - \sqrt{n}}{9}$  이다. 두 자연수  $m, n$  의 합  $m+n$  의 값을 구하시오. (단,  $0 < p < 1$ )

77. 정규분포를 따르는 두 연속확률변수  $X, Y$ 의 확률밀도 함수를 각각  $f(x), g(x)$ 라 하자. 두 함수  $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[ 보 기 ]

- ㄱ.  $E(X) < E(Y)$
- ㄴ.  $P(X \geq a) < P(Y \geq a)$
- ㄷ.  $2b = a + c$ 이고  $P(a \leq X \leq c) = P(b \leq Y \leq c)$ 이면  $\sigma(X) = 2\sigma(Y)$ 이다.

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

78. 어느 대학의 신입생 모집 시험에 100명의 학생이 응시하였다. 이 시험 성적을 기준으로 상위  $k$ 명을 우선 선발하여 최초 합격자로 결정하고, 그 다음 상위 9명을 추가 합격자로 결정한다. 응시생의 점수는 평균이 56점이고 표준편차가 4점인 정규분포를 따르며, 추가 합격자로 결정된 학생의 최저 점수가 60점일 때, 최초 합격자로 결정되기 위한 최저 점수를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. (단,  $k$ 는 자연수이다.)

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

79. 좌표평면의 원점 위에 놓인 말이 다음 규칙에 따라 이동한다.

- (가) 주사위를 한 번 던져 1 또는 2의 눈이 나오면  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 이동한다.
- (나) 주사위를 한 번 던져 1과 2이외의 눈이 나오면  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼 이동한다.

주사위를 162번 던졌을 때, 말이 도착한 점의 좌표  $(x, y)$ 에 대하여  $x^2 + y^2 \leq 162$ 일 확률을  $p$ 라 하자.  $100p$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.2420
1.5	0.2897
2.0	0.3399

80. 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 복원추출할 때, 표본평균  $\bar{X}$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $m > 0$ )

[ 보 기 ]

- ㄱ.  $E(\bar{X}) = m$
- ㄴ.  $V(4\bar{X}) = V(X)$
- ㄷ.  $E(4\bar{X}^2) = E(X^2)$ 이면  $P(\bar{X} \leq \sigma) = P(X \leq 2\sigma)$ 이다.

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

81. 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 어느 모집단에서 임의추출한 크기가  $n$ 인 표본을 이용하여 구한 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을  $[a_n, b_n]$ 이라 할 때,  $T_n = b_n - a_n$ 이라 하자. 옳은 것만을 보기에 서 있는 대로 고른 것은? (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4750$ 으로 계산한다.)

[ 보 기 ]

- ㄱ.  $T_{16} = \sigma$
- ㄴ.  $T_{2n}^2 = \frac{1}{2} T_n^2$
- ㄷ.  $\frac{1}{4}\sigma < T_n \leq \frac{1}{2}\sigma$ 를 만족시키는 자연수  $n$ 의 개 수는 191이다.

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

82. 2012년 8월 한 달 동안 어느 해수욕장의  $10\text{m}^2$ 당 수거되는 쓰레기의 무게를 조사하였더니 평균이 3톤, 표준편차가 0.3톤인 정규분포를 따른다고 한다. 같은 해 8월 이 해수욕장의 면적이  $250\text{m}^2$ 인 어느 구역에서 한 달 동안 수거된 쓰레기의 무게가 78톤 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 해수욕장의 총 면적은  $250\text{m}^2$ 보다 크다.)

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.6	0.4452
1.8	0.4641
2.0	0.4772
2.2	0.4861

- ① 0.0139
- ② 0.0228
- ③ 0.0359
- ④ 0.0456
- ⑤ 0.0548

83. 표준편차가 10인 정규분포를 따르는 어느 모집단에서 임의추출한 크기가 256인 표본의 평균을  $\bar{x}$ 라 하자. 모평균  $m$ 을 신뢰도  $\alpha\%$ 로 추정할 신뢰구간 이  $[\bar{x} - a, \bar{x} + a]$ 이고  $P(Z \leq a) = 0.79$ 일 때, 상수  $\alpha$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.80	0.29
1.04	0.35
1.28	0.40
1.65	0.45

84. 어느 식품회사에서 소비자 400명을 임의로 선택하여 신제품 A에 대한 선호도를 조사하였더니 신제품 A를 선호하는 비율  $\hat{p}$ 이 0.64로 나타났다. 이 조사 결과를 바탕으로 전국 소비자들의 신제품 A를 선호하는 비율  $p$ 를 신뢰도 99%로 추정할 때,  $|\hat{p} - p|$ 의 최댓값은?

(단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따를 때,  $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 이다.)

- ① 0.06152
- ② 0.06192
- ③ 0.06232
- ④ 0.06272
- ⑤ 0.06312

85. 주머니에 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 각각 하나씩 적혀 있는 같은 모양의 카드 6장이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 장의 카드를 뽑은 다음 나머지 5장의 카드 중에서 다시 한 장의 카드를 임의로 꺼내었을 때, 그 카드에 적힌 숫자를 확률변수  $X$ 라 하자.

$E(3X - a) = E(X)$ 를 만족시키는 상수  $a$ 의 값은?

- ① 4                      ② 5  
 ③ 6                      ④ 7                      ⑤ 8

86. 세 개의 동전을 동시에 던지는 시행을 반복하여 처음으로 앞면이 세 개가 나올 때까지 동전을 던지는 횟수를 확률변수  $X$ 라 하자.

$P(X \leq n) \geq 0.99$ 를 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값을 구하시오.

(단,  $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 7 = 0.8450$ 으로 계산한다.)

87. 어느 공장의 제품은 10개 중 1개의 비율로 불량품이 있다고 한다. 또, 이 제품을 포장하는 상자는 9개 중 1개의 비율로 불량품이 있다고 한다. 한 상자에 임의로 2개씩 제품을 포장하여 5000상자를 만들 때, 제품과 포장상자 모두 합격품인 상자의 개수를 확률변수  $X$ 라 하자. 확률변수  $X$ 의 표준편차는?

- ①  $12\sqrt{3}$                       ②  $10\sqrt{5}$   
 ③  $10\sqrt{7}$                       ④  $12\sqrt{5}$                       ⑤  $12\sqrt{7}$

88. 주머니 속에 흰 공 4개와 검은 공 8개가 들어 있다. 흰 공 4개가 모두 나올 때까지 이 주머니 속에서 공을 임의로 한 개씩 꺼내려고 한다. 흰 공 4개가 모두 나올 때까지 꺼낸 공의 개수를 확률변수  $X$ 라 할 때,  $P(X \geq 7)$ 의 값은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

- ①  $\frac{28}{33}$                       ②  $\frac{29}{33}$   
 ③  $\frac{10}{11}$                       ④  $\frac{31}{33}$                       ⑤  $\frac{32}{33}$

89. 어느 고등학교에서는 해마다 신입생을 상대로 배치 고사를 실시한다. 올해 입학한 신입생 500명을 상대로 실시한 배치고사의 수학성적을 확률변수  $X$ 라 하고 작년에 입학한 신입생 500명을 상대로 실시한 배치고사의 수학 성적을 확률변수  $Y$ 라 하자. 확률변수  $X, Y$ 는 각각 정규분포  $N(54.8, 10^2), N(m, 10^2)$ 을 따른다. 작년 신입생 중 수학 성적이 70점 이상인 학생 수가 올해 신입생 중 수학 성적이 70점 이상인 학생 수의 1.5배라 할 때,  $m$ 의 값은?

(단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,

$$P(0 \leq Z \leq 1.31) = 0.404,$$

$$P(0 \leq Z \leq 1.52) = 0.436 \text{이다.})$$

- ① 56.9                      ② 58.2  
③ 59.6                      ④ 60                              ⑤ 60.4

90. 주사위와 동전을 동시에 던지는 시행을 1번 했을 때, 주사위는 5이상의 눈이 나오고 동전은 앞면이 나오면 100점을 얻고, 그렇지 않으면 20점을 잃는 게임이 있다. 이 게임을 180회 시행했을 때, 1200점 이상의 점수를 얻게 될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.1587                      ② 0.0668  
③ 0.0456                      ④ 0.0292                              ⑤ 0.0228

91. 현대는 농구 슛을 1회당 연속으로 5번씩 64회를 연습한다. 현대가 연속으로 던진 5번의 슛 중에서 2번 이상 성공할 확률은  $\frac{5}{6}$ 이고 3번 이하 성공할 확률은  $\frac{2}{3}$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는  $n$ 의 최솟값은? (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$ 이다.)

현대가 매회 연속으로 던진 5번의 슛 중에서 2번 또는 3번 성공한 경우가  $n$ 회 이상일 확률은 2.28% 이하이다.

- ① 32                              ② 34  
③ 36                              ④ 38                                      ⑤ 40

92. 확률변수  $X$ 의 확률분포를 표로 나타내면 오른쪽과 같다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

$X$	0	1	2	3	
$P(X=x)$	$a$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$b$	

[ 보 기 ]

ㄱ.  $a+b = \frac{1}{2}$   
 ㄴ.  $E(X)$ 의 최솟값은  $\frac{2}{3}$ 이다.  
 ㄷ.  $a = \frac{2}{9}$ 일 때,  $V(X)$ 는 최댓값을 갖는다.

- ① ㄱ                              ② ㄴ  
③ ㄱ, ㄴ                              ④ ㄱ, ㄷ                                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ





97. 닫힌 구간  $[0, 1]$ 에서 정의된 연속확률변수  $X$ 에 대하여

$$P(0 \leq X \leq x) = \int_0^x at^n(1-t)dt \quad (0 \leq x \leq 1)$$

이고,  $E(X) = \frac{4}{5}$ 이다. 자연수  $n$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.)

98. 표준정규분포를 따르는 확률변수  $Z$ 에 대하여  $g(t) = P(0 \leq Z \leq t)$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는대로 고른 것은?

(단,  $t$ 는 양수이다.)

[ 보 기 ]

ㄱ.  $\lim_{t \rightarrow +0} g(t) = 0$   
 ㄴ.  $\lim_{t \rightarrow +0} g'(t) = 0$   
 ㄷ. 함수  $g(t)$ 의 그래프는 변곡점을 갖는다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ  
 ③ ㄱ, ㄷ                ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

99. 어떤 모집단에서 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 모비율을 추정할 때, 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $[a, b]$ 이면  $f(n) = b - a$ 라 하고, 신뢰도 99%의 신뢰구간이  $[c, d]$ 이면  $g(n) = d - c$ 라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

(단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ ,  $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.)

[ 보 기 ]

ㄱ.  $f(n) \leq g(n)$   
 ㄴ.  $f(100)$ 의 최댓값은 0.196이다.  
 ㄷ.  $g(n)$ 의 최댓값을  $M$ 이라 하면  $g(4n)$ 의 최댓값은  $\frac{1}{2}M$ 이다.

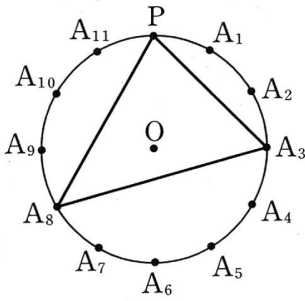
- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ  
 ③ ㄱ, ㄷ                ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

100. 어느 도시에서 새로운 도로의 건설을 찬성하는 주민의 비율  $p$ 를 조사하기 위해 이 지역 주민  $n$ 명을 임의추출하여 찬성하는 주민의 비율  $\hat{p}$ 을 구하였다. 표본비율  $\hat{p}$ 을 이용하여 구한 모비율  $p$ 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이  $[0.6855, 0.8145]$ 일 때, 표본의 크기  $n$ 의 값을 구하시오.

(단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.)

101. 그림과 같이 중심이  $O$

인 원 위에 같은 간격으로 놓인 12개의 점  $P, A_1, A_2, A_3, \dots, A_{11}$ 이 있다. 점  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{11}$  중 임의로 택한 서로 다른 두 점과 점  $P$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형  $T$ 에 따라 확률변수  $X$ 는 다음과 같다고 하자.

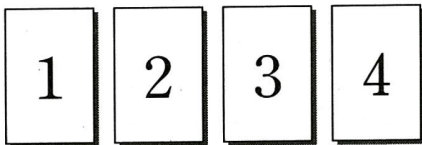


- (가) 점  $O$ 가 삼각형  $T$ 의 변 위에 있는 경우  $X=1$
- (나) 점  $O$ 가 삼각형  $T$ 의 변 위에 있지 않고 내부에 있는 경우  $X=2$
- (다) 점  $O$ 가 삼각형  $T$ 의 변 위에 있지 않고 외부에 있는 경우  $X=0$

예를 들어 그림의 삼각형  $PA_3A_8$ 의 경우  $X=2$ 이다.  $E(X)$ 의 값은?

- ①  $\frac{4}{11}$
- ②  $\frac{5}{11}$
- ③  $\frac{6}{11}$
- ④  $\frac{7}{11}$
- ⑤  $\frac{8}{11}$

102. 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 있다.



이 4장의 카드를 A, B, C, D 네 명에게 임의로 한 장씩 나누어 주고 다음과 같은 방식으로 게임을 한다.

- (가) 두 사람이 가진 카드에 적힌 수를 비교하여 큰 수를 가진 사람이 이기기로 한다.
- (나) 처음에 A와 B가 가진 카드에 적힌 수를 비교하여 이긴 사람이 C와 비교하고, 마지막으로 여기서 이긴 사람이 D와 비교한다.

A가 이긴 횟수를 확률변수  $X$ 라 하자. 예를 들어 A, B, C, D가 가진 카드에 적힌 수가 각각 3, 2, 4, 1이면  $X=1$ 이다.  $E(24X+5)$ 의 값을 구하시오.

103. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(n, p)$ 를 따르고

$E(2X+1)=11, E(X^2)=29$ 일 때,  $\frac{P(X=2)}{P(X=3)} = \frac{b}{a}$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $b$ 는 서로소인 자연수이다.)

104.  $0 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 연속확률변수  $X$ 에 대하여  $F(t) = P(0 \leq X \leq t)$ 라 하자.  $F(t) = at^2 + t$ 일 때,  $E(X)$ 의 값은? (단,  $0 \leq t \leq 2$ 이고,  $a$ 는 상수이다.)

- ①  $\frac{2}{3}$
- ② 1
- ③  $\frac{4}{3}$
- ④  $\frac{5}{3}$
- ⑤ 2

105. 연속확률변수  $X$ 가 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따른다.  $x \geq 0$ 에서 두 함수  $F(x), G(x)$ 가  $F(x) = P(m-x \leq X \leq m+x),$   
 $G(x) = P(X \geq m+x)$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ.  $F(2) = 1 - 2G(2)$
- ㄴ.  $x \geq 0$ 인 모든  $x$ 에 대하여  $F(x) \geq G(x)$ 이다.
- ㄷ.  $0 \leq a \leq b$ 인 실수  $a, b$ 에 대하여  $P(m-a \leq X \leq m+b) = 1 - G(a) - G(b)$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

106. 1이 적혀 있는 공이 5개, 2가 적혀 있는 공이 2개, 3이 적혀 있는 공이 3개 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 숫자를 확인한 후 다시 주머니에 넣는 시행을 400회 반복하였을 때, 1이 적혀 있는 공이 나오는 횟수를  $X$ , 2가 적혀 있는 공이 나오는 횟수를 확률변수  $Y$ 라 하자.  $P(X \leq 230) = P(Y \geq a)$ 가 성립할 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오.

107. 어떤 모집단의 연속확률변수  $X$ 는 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따르고 이 정규분포의 확률밀도함수  $f(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_{200-x}^m f(t)dt = \int_m^{100+x} f(t)dt$$

를 만족시킨다. 이 모집단에서 크기가 36인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균  $\bar{X}$ 에 대하여  $P(m \leq \bar{X} \leq m+2) = 0.3413$ 일 때,  $P(144 \leq X \leq 162)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포를 이용하여 구한 것은?

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.5328
- ② 0.6247
- ③ 0.6687
- ④ 0.7745
- ⑤ 0.8185

108. 모평균이  $m$ , 모분산이 4인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{X}$ 라 하자.  $P\left(|\bar{X} - m| \leq \frac{1}{2}\right) \geq 0.95$ 를 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

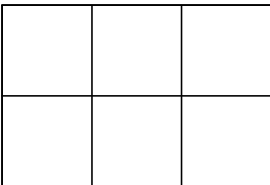
$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.64	0.450
1.80	0.464
1.96	0.475
2.00	0.477

109. 어느 도시의 스포츠 센터 모든 회원의 한 달 동안 이용 시간은 표준편차가 12시간인 정규분포를 따른다고 한다. 두 조사자 A, B가 이 도시의 스포츠 센터 회원 중에서 임의로 36명을 선택하여 한 달 동안 스포츠 센터를 이용한 시간을 조사한 결과는 다음과 같다.

조사자	조사인원	한 달 동안 스포츠 센터를 이용한 평균 시간
A	12명	36시간
B	24명	30시간

이 36명의 조사 결과를 이용하여 이 도시의 스포츠 센터 모든 회원의 한 달 동안 스포츠 센터 이용 시간의 평균  $m$ 을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간에 속하는 정수의 개수를 구하시오. (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 이다.)

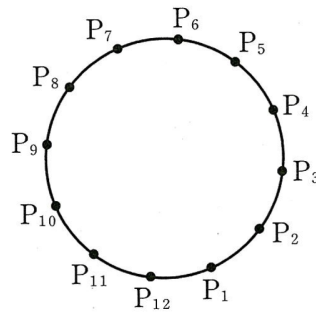
110. 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 3이고 세로의 길이가 2인 직사각형을 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개로 나눈다. 이 그림의 선분으로 만들 수 있는 모든 직사각형 중에서 임의로 택한 한 개의 직사각형의 넓이를 확률변수  $X$ 라 할 때,  $E(18X - 10)$ 의 값을 구하시오



111. 각 면에 1, 2, 3, 4가 하나씩 적힌 사면체를 던져서 바닥과 닿은 면에 적힌 수를 확률변수  $X$ 라 하고, 각 면에 1, 3, 5, 7이 하나씩 적힌 정사면체를 던져서 바닥과 닿은 면에 적힌 수를 확률변수  $Y$ 라 하자.  $V(X) + V(Y)$ 의 값은?

- ①  $\frac{11}{2}$                       ②  $\frac{23}{4}$                       ③ 6
- ④  $\frac{25}{4}$                       ⑤  $\frac{13}{2}$

112. 그림과 같이 원의 둘레를 12등분한 점을 각각  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{12}$ 라 하고, 점  $P_i (i = 1, 2, 3, \dots, 10)$  중에서 임의로 한 점을 택하는 시행을 100회 반복한다. 삼각형  $P_i P_{11} P_{12}$ 가 직각삼각형인 횟수를 확률변수  $X$ 라 할 때,  $V(2X + 4)$ 의 값은?



- ① 60                              ② 62                              ③ 64
- ④ 66                              ⑤ 68

113. 닫힌구간  $[-1, 1]$ 에서 정의된 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $0 \leq x \leq 1$ 일 때,  $f(x) = kx(1-x)$   
 (나)  $-1 \leq x \leq 0$ 일 때,  $f(x) = f(-x)$

$V(X)$ 의 값은? (단,  $k$ 는 상수이다.)

- ①  $\frac{1}{10}$                       ②  $\frac{1}{5}$                               ③  $\frac{3}{10}$   
 ④  $\frac{2}{5}$                               ⑤  $\frac{1}{2}$

114. 좌표평면 위의 네 점

$A(-1, 1), B(1, 1), C(1, 3), D(-1, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD의 경계와 내부의 점 중  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점 P를 임의로 택하는 시행을 450회 반복한다. 원점 O에 대하여  $\overline{OP} \geq 2$ 를 만족시키는 횟수를 확률변수  $X$ 라 할 때,  $P(285 \leq X \leq 310)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.7745                      ② 0.8185                              ③ 0.8351  
 ④ 0.9104                              ⑤ 0.9270

115. 모평균이  $m$ , 모표준편차가  $\sigma$ 인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균을  $\bar{X}$ 라 하자. 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 확률변수  $X$ 의 확률밀도함수와 확률변수  $\bar{X}$ 의 확률밀도함수를 각각  $f(x), g(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $n \geq 2$ 이다.)

< 보 기 >

ㄱ. 두 함수  $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프가 각각 직선  $x=a, x=b$ 에 대하여 대칭일 때,  $a=b$ 이다.

ㄴ.  $k > m$ 인 임의의 실수  $k$ 에 대하여  $P(m \leq X \leq k) < P(m \leq \bar{X} \leq k)$ 이다.

ㄷ. 두 함수  $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프의 한 교점의  $x$ 좌표를  $t(t > m)$ 라 하면  $P(m \leq X \leq t) + P(\bar{X} \geq t) < \frac{1}{2}$ 이다.

- ① ㄱ                              ② ㄷ                              ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                              ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

116. 어느 고등학교의 수학동아리 학생들이 A팀과 B팀으로 나누어 이 고등학교 학생회장선거의 출구조사를 실시하였다. A팀이  $(n+30)$ 명을 대상으로 출구조사를 실시한 결과 기호 1번 후보를 지지하는 학생의 비율이 60%이었고, B팀이  $n$ 명을 대상으로 출구조사를 실시한 결과 기호 1번 후보를 지지하는 학생의 비율이 80%이었다. 이 고등학교 전체 학생 중 기호 1번 후보를 지지하는 학생의 비율에 대한 A팀이 얻은 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $[a, b]$ 이고, B팀이 얻은 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $[c, d]$ 일 때  $b-a = d-c$ 를 만족시키는 자연수  $n$ 의 값은?

(단,  $n \geq 30$ 이고,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.)

- ① 60                              ② 65                              ③ 70  
 ④ 75                              ⑤ 80