

- 1*

5. 확률변수  $X$ 의 확률분포표가 다음과 같다.

$X$	1	3	7	계
$P(X=x)$	$a$	$\frac{1}{4}$	$b$	1

$E(X)=5$  일 때,  $b$ 의 값은? (단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.) [3점]

- ①  $\frac{19}{36}$                       ②  $\frac{5}{9}$                       ③  $\frac{7}{12}$   
 ④  $\frac{11}{18}$                       ⑤  $\frac{23}{36}$

6. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(9, p)$ 를 따르고

$\{E(X)\}^2 = V(X)$  일 때,  $p$ 의 값은? (단,  $0 < p < 1$ ) [3점]

- ①  $\frac{1}{13}$                       ②  $\frac{1}{12}$                       ③  $\frac{1}{11}$                       ④  $\frac{1}{10}$                       ⑤  $\frac{1}{9}$

7. 최근에 상품을 개발한 어느 회사에서 상품에 대한 평가단으로 남자 300명, 여자 200명을 선정하였다. 이 평가단이 상품에 대한 평가를 한 결과 남자 중에서 60%, 여자 중에서 50%가 긍정적인 평가를 하였다. 상품 평가단 500명 중에서 임의로 선택한 사람이 상품에 대해 긍정적인 평가를 하였을 때, 이 사람이 남자일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{3}{7}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{4}{7}$                       ④  $\frac{9}{14}$                       ⑤  $\frac{5}{7}$

8. 다항함수  $f(x)$  가  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{f(x)} = 2$  를 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(f(x))}{2x^2 - x - 1}$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$                       ②  $\frac{1}{3}$                       ③  $\frac{1}{2}$   
 ④  $\frac{2}{3}$                       ⑤  $\frac{5}{6}$

9. 함수  $f(x)$  를  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n-1} + x^{2n}}{x^{2n} + 2}$  으로 정의할 때,

$f(-2) + f\left(\frac{1}{2}\right)$  의 값은? [3점]

- ①  $-2$   
 ②  $-\frac{1}{2}$   
 ③  $0$   
 ④  $\frac{1}{2}$   
 ⑤  $2$

10. 다음은 두 학생 갑과 을 사이의 집합에 관한 논쟁 중에서 그 일부를 적은 것이다.

갑 : 우리가 생각할 수 있는 집합들 전체의 집합을  $S$ 라 하자. 그러면 (가)  $S$ 는  $S$ 자신을 원소로 갖는다. 그렇지?

을 : 그건 말도 안돼. 그런 게 어디 있냐?

갑 : 좋아. 그러면 (나) 자기 자신을 원소로 갖지 않는 집합들 전체의 집합은 어떠냐?

위의 논쟁 중에서 밑줄 친 부분 (가), (나)에 대한 수학적 표현으로 적절한 것은? [3점]

[가]

[나]

- ①  $S \in S$      $\{A \mid A \not\in A, A \text{는 집합}\}$   
 ②  $S \subseteq S$      $\{A \mid A \not\subseteq A, A \text{는 집합}\}$   
 ③  $S \in S$      $\{A \mid A \in A, A \text{는 집합}\}$   
 ④  $S \subset S$      $\{A \mid A \not\subseteq A, A \text{는 집합}\}$   
 ⑤  $S \subset S$      $\{A \mid A \subset A, A \text{는 집합}\}$

11. 사건  $A$  가 일어날 확률은  $\frac{3}{4}$  이고, 사건  $B$  가 일어날 확률은  $\frac{2}{3}$  이다. 두 사건  $A, B$  가 동시에 일어날 확률  $p$  의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $M+m$  의 값은? [3점]

①  $\frac{7}{12}$

②  $\frac{3}{4}$

③  $\frac{11}{12}$

④  $\frac{13}{12}$

⑤  $\frac{5}{4}$

12. 첫째항이 6이고 공차가  $d$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때,

$$\frac{a_8 - a_6}{S_8 - S_6} = 2$$

가 성립한다.  $d$ 의 값은? [3점]

①  $-1$

②  $-2$

③  $-3$

④  $-4$

⑤  $-5$

13.  $2^4 \times 3^3$ 의 서로 다른 모든 양의 약수의 곱을  $A$ 라 할 때,  $A$ 는  $n$ 자리 정수이다.  $\left\lfloor \frac{A}{10^{n-1}} \right\rfloor$ 의 값은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수,  $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 3 = 0.4771$ )[3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

14. 수열  $\{a_n\}$ 을  $a_n = (n^n \text{의 일의 자리의 수})$ 로 정의할 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

$\neg. a_3 = 7 \quad \neg. \sum_{k=1}^5 a_{2k} = 22 \quad \sqsubset. a_{13} = a_{23}$

- ①  $\neg$                       ②  $\neg$                       ③  $\sqsubset$   
④  $\neg, \neg$               ⑤  $\neg, \sqsubset$

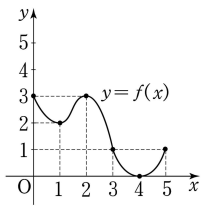
15. 폐구간  $[0, 5]$ 에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \{f(x)\}^2 & (0 \leq x \leq 3) \\ (f \circ f)(x) & (3 < x \leq 5) \end{cases}$$

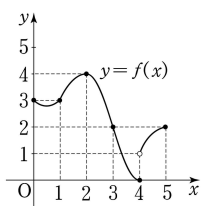
라 하자. 함수  $g(x)$ 가 폐구간  $[0, 5]$ 에서 연속이 되도록 하는 함수  $y=f(x)$ 의 그래프로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[ 보 기 ]

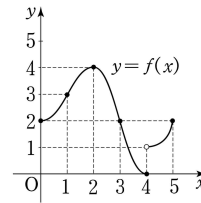
㉠.



㉡.



㉢.



① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

16. 실주머니 안에 0, 2, 3, 5가 하나씩 적혀 있는 4개의 공이 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 숫자를 확인한 후 다시 넣는 시행을 3회 반복한다. 꺼낸 3개의 공에 적힌 수를 모두 곱한 값으로 가능한 서로 다른 정수의 개수는?

[4점]

① 9

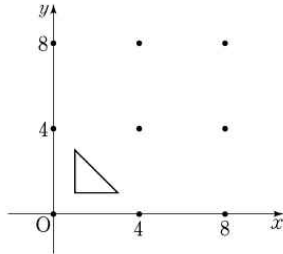
② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

17. 좌표평면 위에 9개의 점  $(i, j)$  ( $i=0, 4, 8, j=0, 4, 8$ )이 있다. 이 9개의 점 중 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형 중에서 내부에 세 점  $(1, 1), (3, 1), (1, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 포함하는 사각형의 개수는? [4점]



- ① 13                      ② 15                      ③ 17  
④ 19                      ⑤ 21

18. 어느 재래시장을 이용하는 고객의 집에서 시장까지의 거리는 평균이  $1740m$ , 표준편차가  $500m$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 집에서 시장까지의 거리가  $2000m$  이상인 고객 중에서 15%,  $2000m$  미만인 고객 중에서 5%는 자가용을 이용하여 시장에 온다고 한다. 자가용을 이용하여 시장에 온 고객 중에서 임의로 1명을 선택할 때, 이 고객의 집에서 시장까지의 거리가  $2000m$  미만일 확률은? (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(0 \leq Z \leq 0.52) = 0.2$ 로 계산한다.) [4점]



- ①  $\frac{3}{8}$                       ②  $\frac{7}{16}$                       ③  $\frac{1}{2}$   
④  $\frac{9}{16}$                       ⑤  $\frac{5}{8}$

19. 이산확률변수  $X$ 의 확률질량함수가

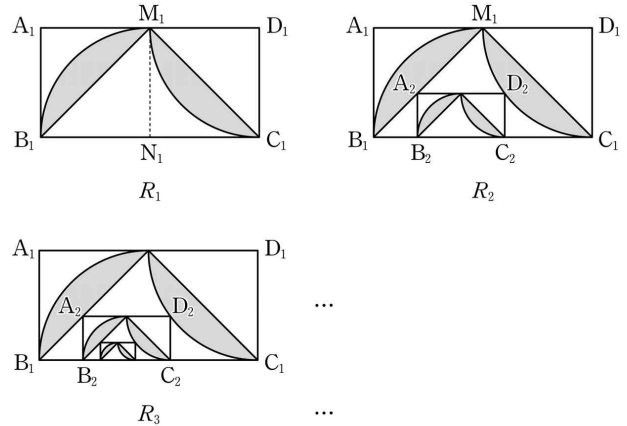
$$P(X=x) = \frac{ax+2}{10} \quad (x=-1, 0, 1, 2)$$

일 때, 확률변수  $3X+2$ 의 분산  $V(3X+2)$ 의 값은?  
(단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 9                      ② 18                      ③ 27  
④ 36                      ⑤ 45

20. 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에서  $\overline{A_1B_1}=1$ ,  $\overline{A_1D_1}=2$ 이다. 그림과 같이 선분  $A_1D_1$ 과 선분  $B_1C_1$ 의 중점을 각각  $M_1$ ,  $N_1$ 이라 하자. 중심이  $N_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{B_1N_1}$ 이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴  $N_1M_1B_1$ 을 그리고, 중심이  $D_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{C_1D_1}$ 이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴  $D_1M_1C_1$ 을 그린다. 부채꼴  $N_1M_1B_1$ 의 호  $M_1B_1$ 과 선분  $M_1B_1$ 로 둘러싸인 부분과 부채꼴  $D_1M_1C_1$ 의 호  $M_1C_1$ 과 선분  $M_1C_1$ 로 둘러싸인 부분인  모양에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에 선분  $M_1B_1$  위의 점  $A_2$ , 호  $M_1C_1$  위의 점  $D_2$ 와 변  $B_1C_1$  위의 두 점  $B_2$ ,  $C_2$ 를 꼭짓점으로 하고  $\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2} = 1:2$ 인 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

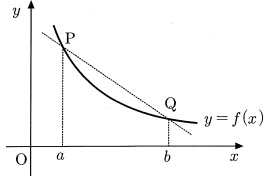
이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{25}{19}(\frac{\pi}{2}-1)$       ②  $\frac{5}{4}(\frac{\pi}{2}-1)$       ③  $\frac{25}{21}(\frac{\pi}{2}-1)$   
④  $\frac{25}{22}(\frac{\pi}{2}-1)$       ⑤  $\frac{25}{23}(\frac{\pi}{2}-1)$



21. 다음은 연속함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 이 그래프 위의 서로 다른 두 점  $P(a, f(a))$ ,  $Q(b, f(b))$ 를 나타낸 것이다.



함수  $F(x)$ 가  $F'(x)=f(x)$ 를 만족시킬 때, 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

ㄱ. 함수  $F(x)$ 는 구간  $[a, b]$ 에서 증가한다.

ㄴ.  $\frac{F(b)-F(a)}{b-a}$ 는 직선 PQ의 기울기와 같다.

ㄷ.  $\int_a^b \{f(x)-f(b)\}dx \leq \frac{(b-a)\{f(a)-f(b)\}}{2}$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

### 단답형

22.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x}{x+1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x)=(x-1)^2(x-4)+a$ 의 극솟값이 10일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

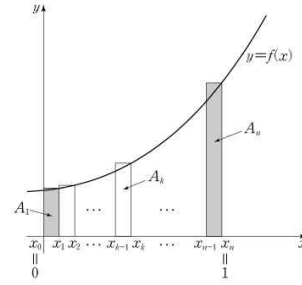
24. 각 자리의 수가 서로 다른 세 자리 자연수를 작은 수부터 차례로 나열할 때, 150 번째에 나열되는 수를 구하시오. [3점]

25. 함수  $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + ax - 4$ 가  $x = 1$ 에서 극댓값  $M$ 을 가질 때,  $a + M$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

26. 함수  $f(x) = x^2 + ax + b$  ( $a \geq 0, b > 0$ )가 있다. 그림과 같이 2 이상인 자연수  $n$ 에 대하여 폐구간  $[0, 1]$ 을  $n$ 등분한 각분점(양 끝 점도 포함)을 차례로

$$0 = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = 1$$

이라 하자. 폐구간  $[x_{k-1}, x_k]$ 를 밑변으로 하고 높이가  $f(x_k)$ 인 직각삼각형의 넓이를  $A_k$ 라 하자. ( $k = 1, 2, \dots, n$ )



양 끝에 있는 두 직각삼각형의 넓이의 합이

$$A_1 + A_n = \frac{7n^2 + 1}{n^3}$$

일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{8k}{n} A_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수  $a$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f'(a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가)  $f(a) = f(2) = f(6)$

(나)  $f'(2) = -4$

28. 다음 좌석표에서 2행 2열 좌석을 제외한 8개의 좌석에 여학생 4명과 남학생 4명을 1명씩 임의로 배정할 때, 적어도 2명의 남학생이 서로 이웃하게 배정될 확률은  $p$ 이다.  $70p$ 의 값을 구하시오. (단, 2명이 같은 행의 바로 옆이나 같은 열의 바로 앞뒤에 있을 때 이웃한 것으로 본다.) [4점]

	1열	2열	3열
1행			
2행			
3행			

## 29. 세 집합

$X = \{x \mid x > 0\}$ ,  $Y = \{y \mid y \text{는 정수}\}$ ,  $Z = \{z \mid 0 \leq z < 1\}$   
에 대하여 두 함수  $f: X \rightarrow Y$ ,  $g: X \rightarrow Z$  가 다음을 만족한다.

집합  $X$ 의 임의의 원소  $x$ 에 대하여  $10^{f(x)+g(x)} = x$ 이다.

$f(a) = 3$ 을 만족하는 양수  $a$ 에 대하여  $g(a) + g(\sqrt{a}) = 1$ 이 되는  
 $a$ 의 값에 대하여  $\log a = \frac{q}{p}$ 라 할때,  $p+q$ 의 값을 구하시오

(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수)[4점]

30. 사차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $\frac{f'(5)}{f'(3)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수  $f(x)$ 는  $x=2$ 에서 극값을 갖는다.

(나) 함수  $|f(x)-f(1)|$ 은 오직  $x=a$  ( $a>2$ )에서만 미분가능하지 않다.

## ※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.